

Alla ricerca del minimo: la matematica nella vita quotidiana



Carlo Mariconda



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

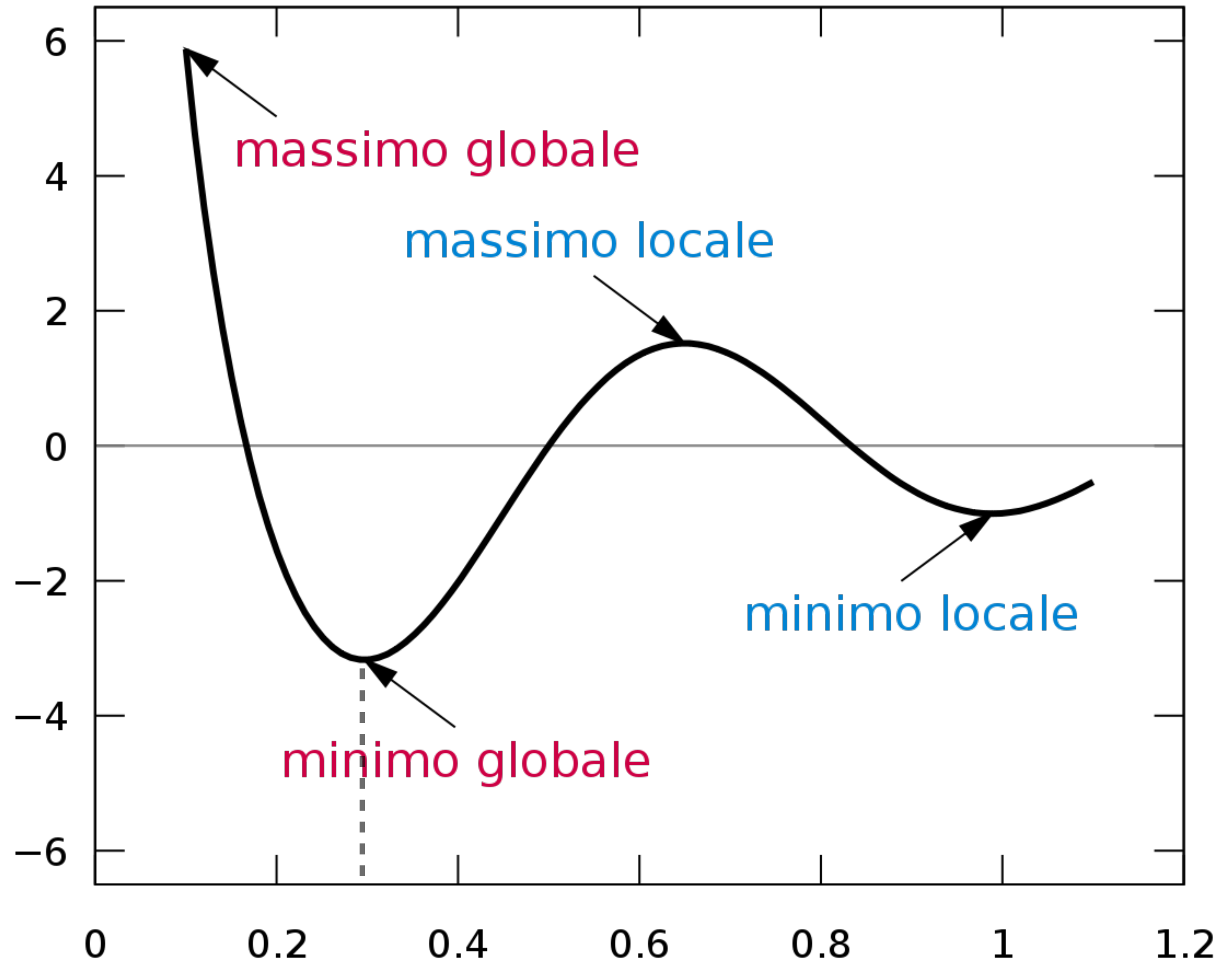


iis
MarzottoLuzzatti
Valdagno

20 Aprile 2022

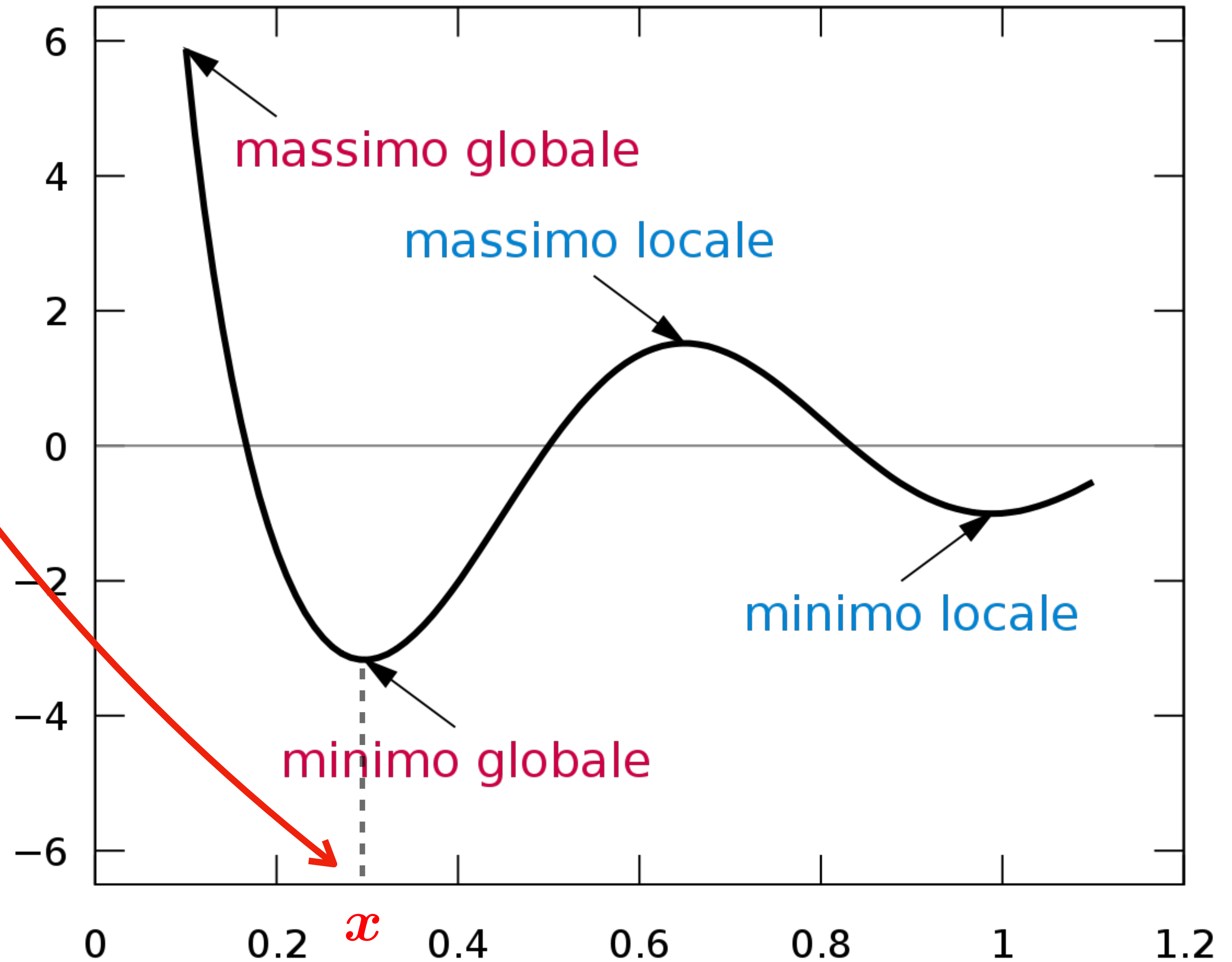
Alcuni problemi di minimo/massimo

Quando l'incognita è
un numero reale



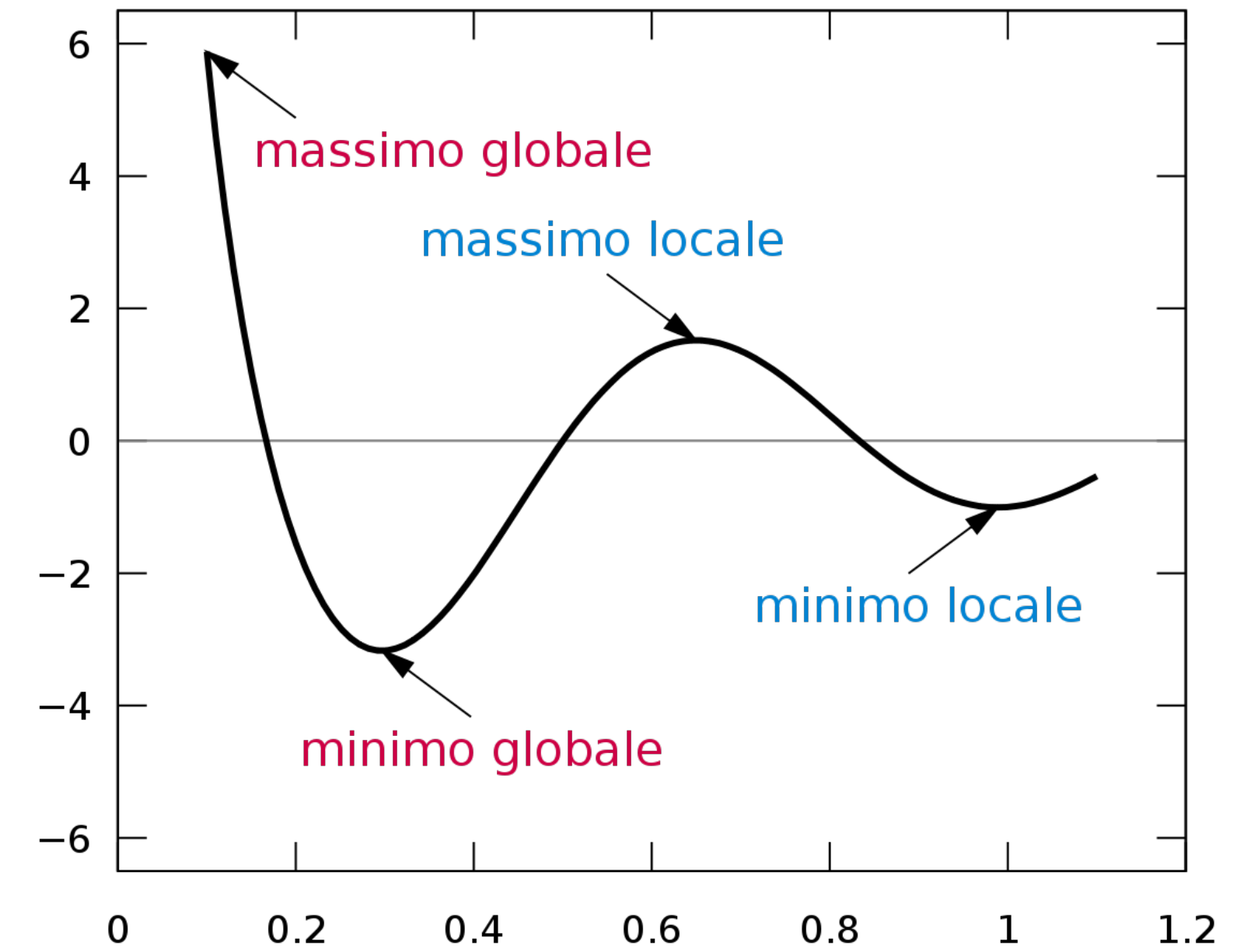
Alcuni problemi di minimo/massimo

Quando l'incognita è
un numero reale



I problemi di minimo di funzioni di **una** variabile

- **Esiste?**
- **Candidati?**
- **Trovarlo**



La piazza rettangolare più ampia?

Tra tutte le piazze rettangolari a parità di perimetro quali (se esistono) hanno area massima?



La piazza rettangolare più ampia?

Tra tutte le piazze rettangolari a parità di perimetro quali (se esistono) hanno area massima?



WEB

1

Connect to www.wooclap.com/IISVALDAGNO

2

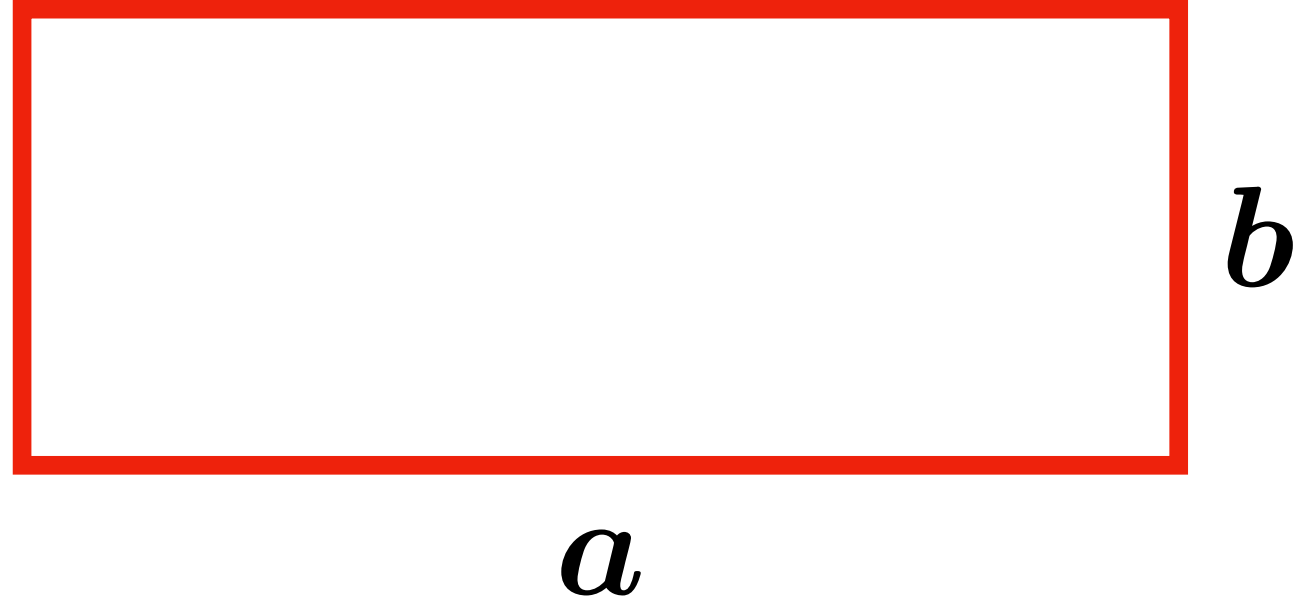
You can participate

RISPOSTA: il quadrato!

Dimostrazione.

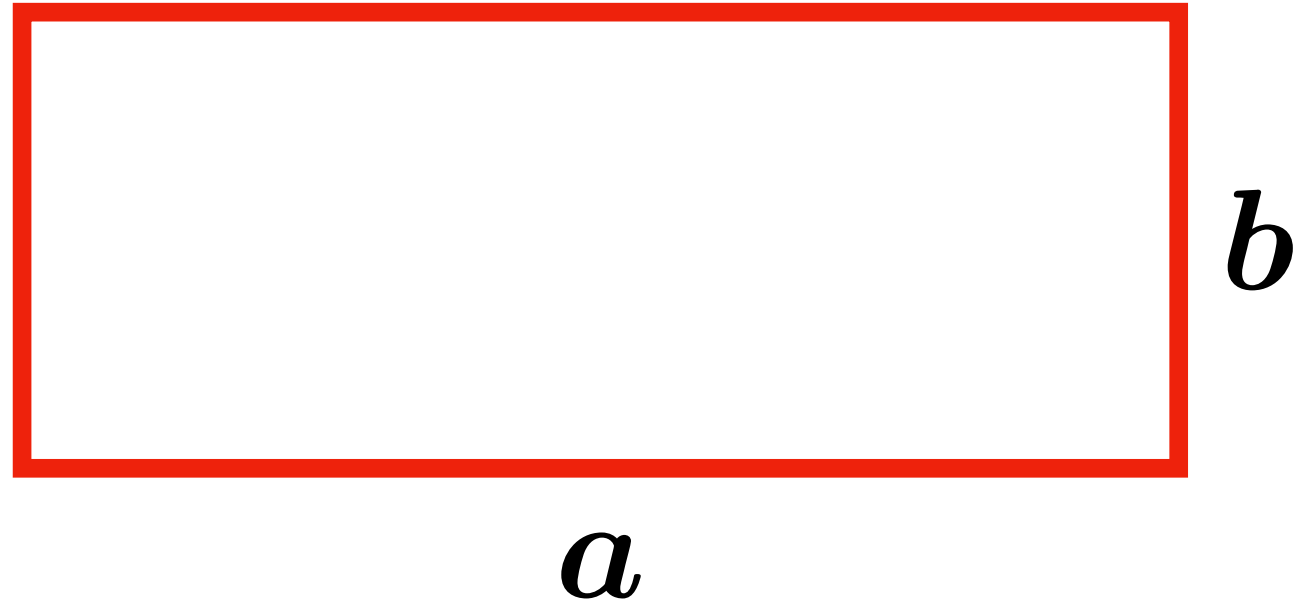
RISPOSTA: il quadrato!

Dimostrazione.



RISPOSTA: il quadrato!

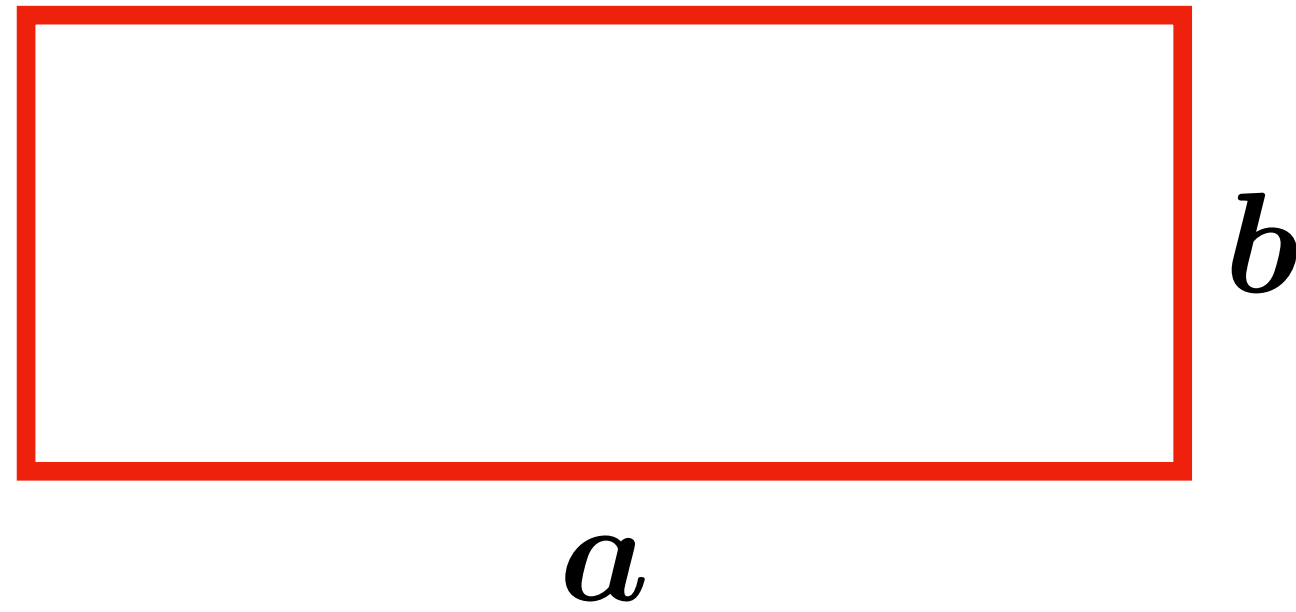
Dimostrazione.



$$2a + 2b =: 2L \text{ (perimetro)}$$

RISPOSTA: il quadrato!

Dimostrazione.

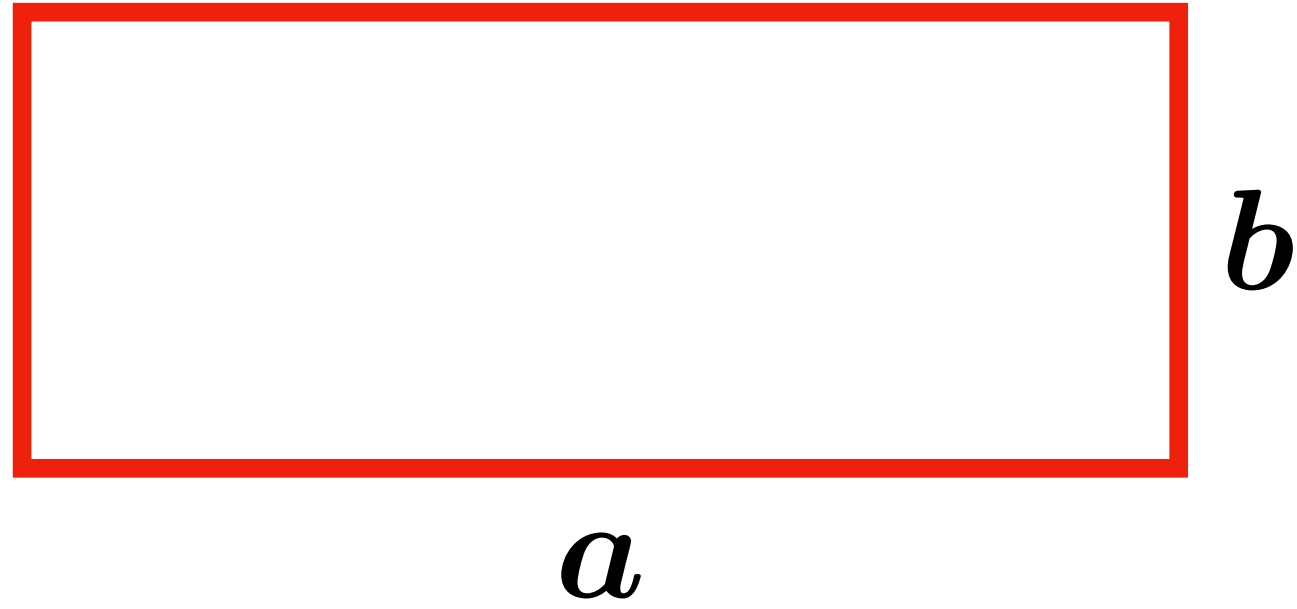


$$2a + 2b =: 2L \text{ (perimetro)}$$

$$b = L - a$$

RISPOSTA: il quadrato!

Dimostrazione.



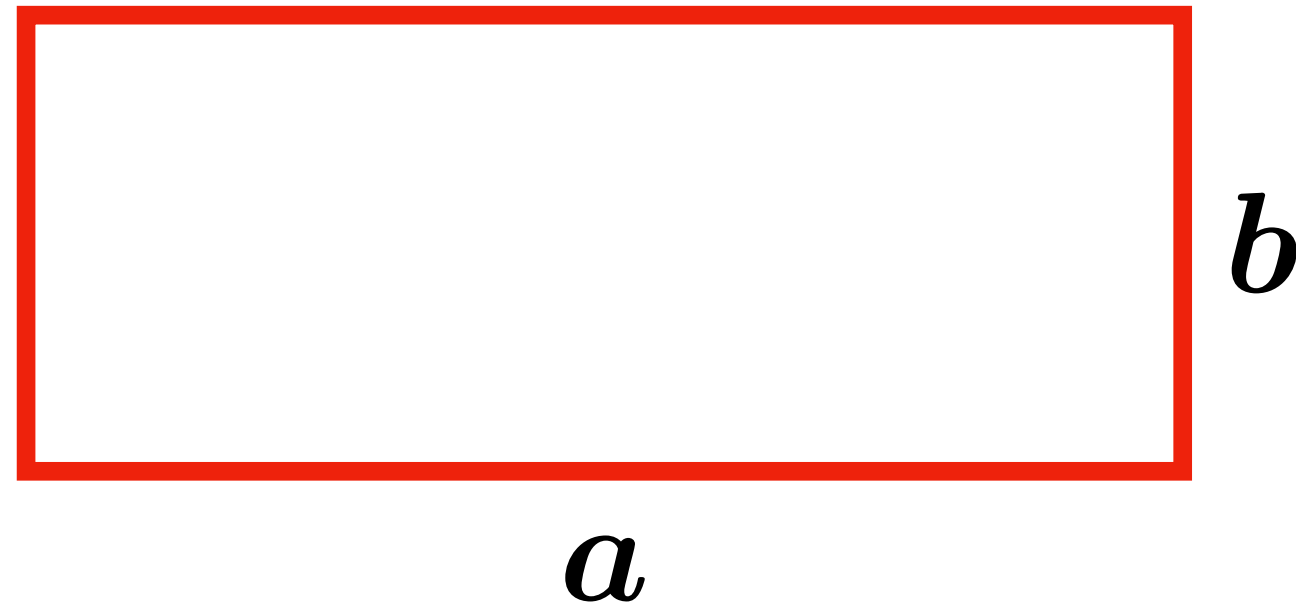
$$2a + 2b =: 2L \text{ (perimetro)}$$

$$b = L - a$$

$$\text{Area: } ab = a(L - a) := f(a)$$

RISPOSTA: il quadrato!

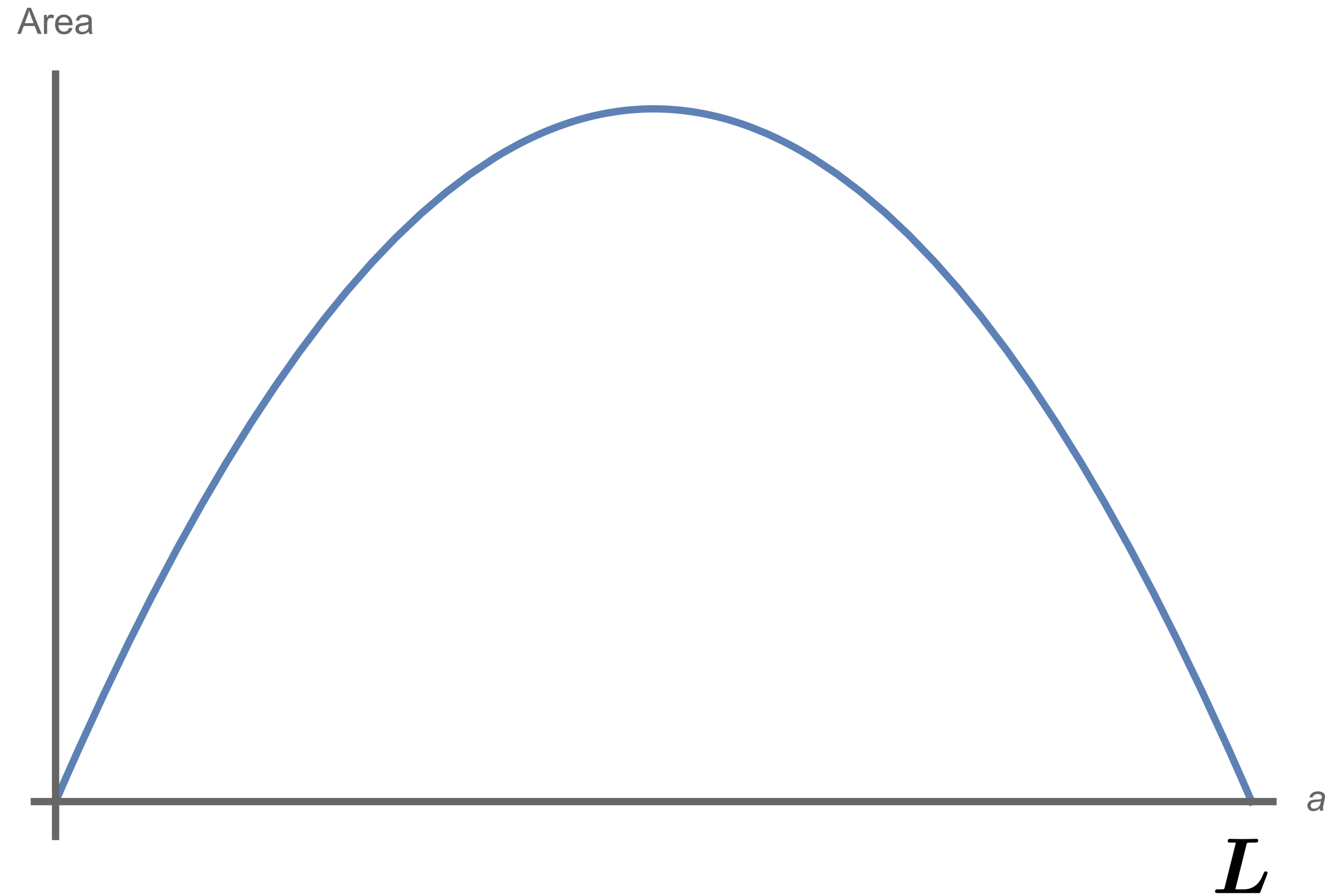
Dimostrazione.



$$2a + 2b =: 2L \text{ (perimetro)}$$

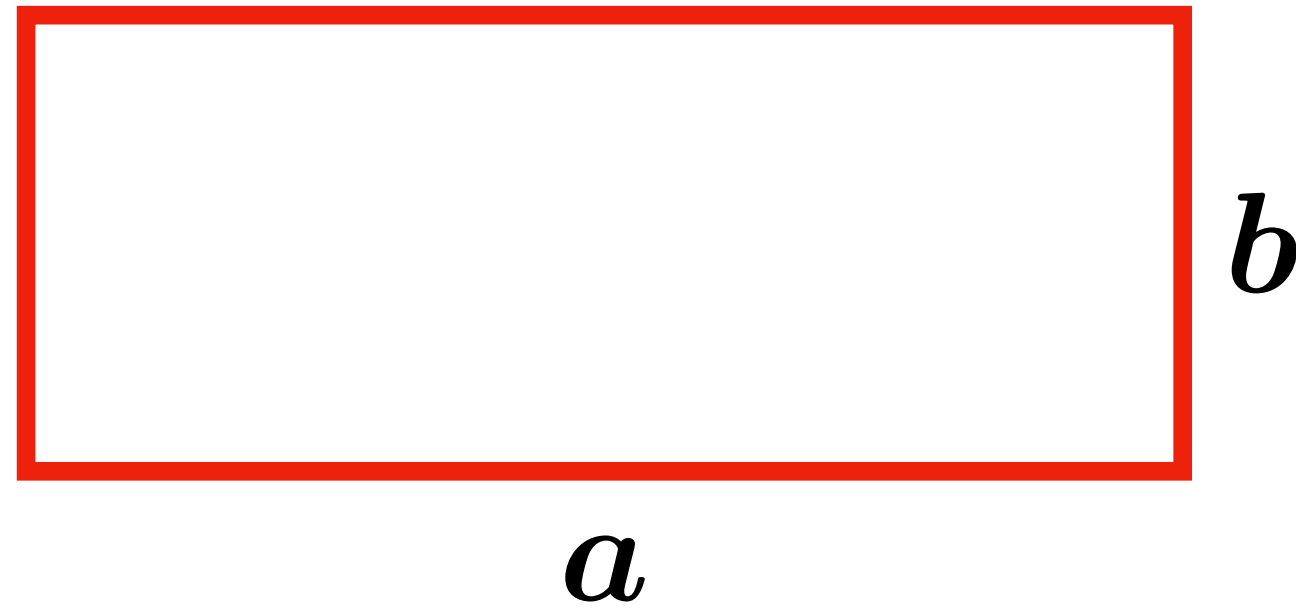
$$b = L - a$$

$$\text{Area: } ab = a(L - a) := f(a)$$



RISPOSTA: il quadrato!

Dimostrazione.

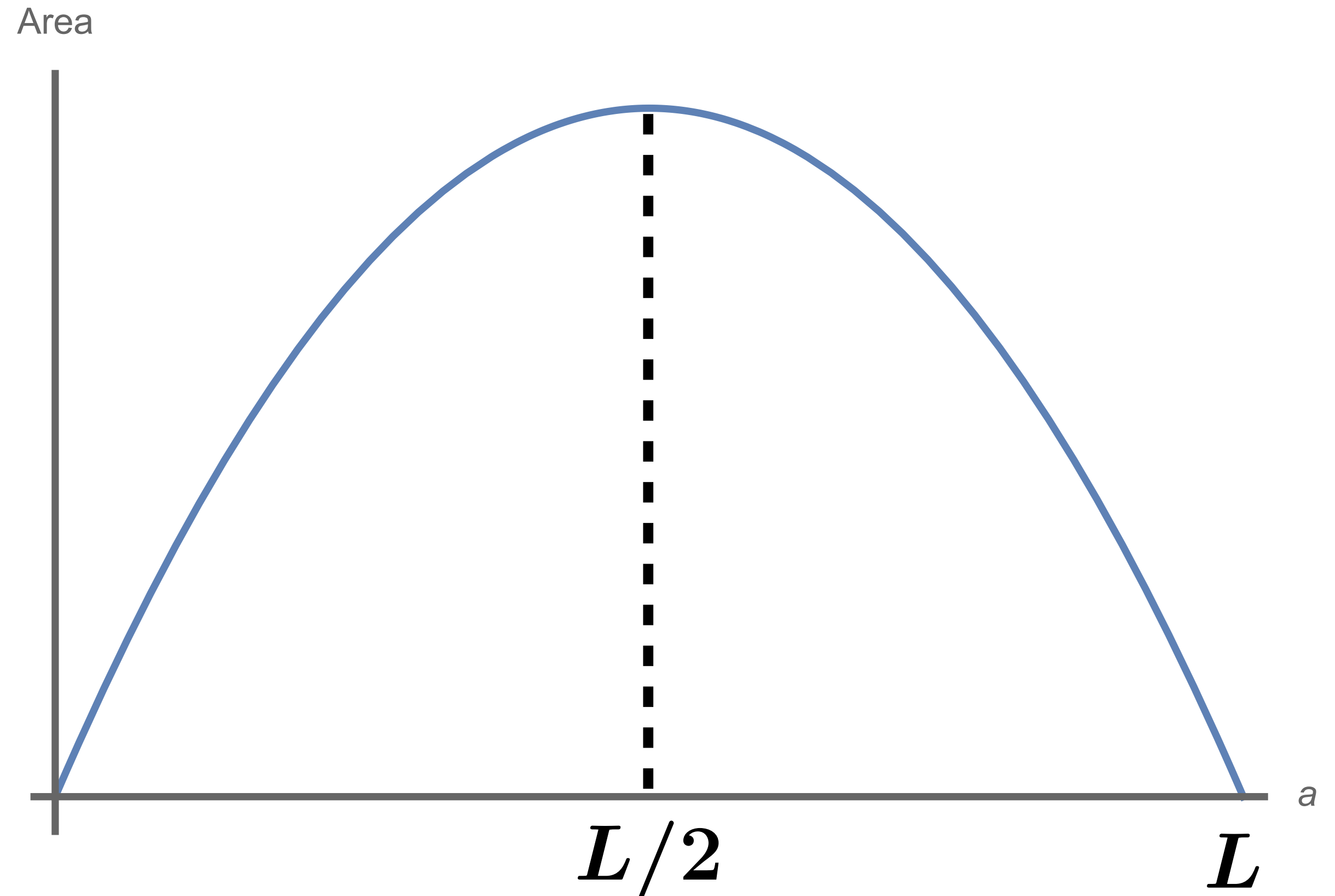


$$2a + 2b =: 2L \text{ (perimetro)}$$

$$b = L - a$$

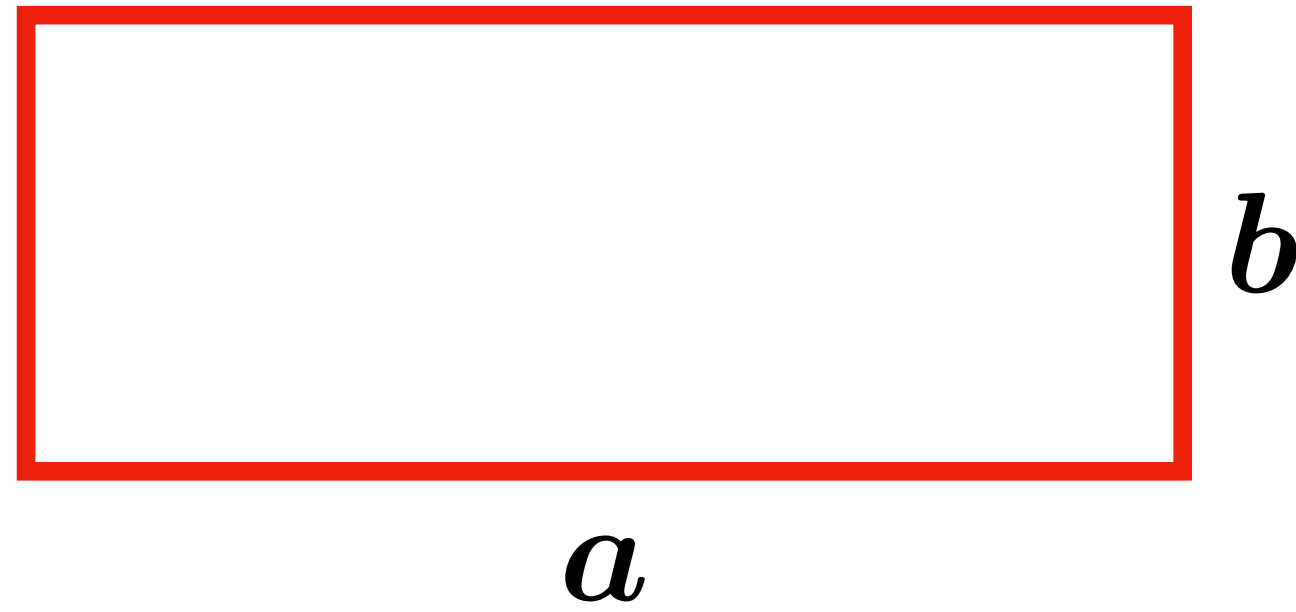
$$\text{Area: } ab = a(L - a) := f(a)$$

$$f(a) \leq f(L/2) \text{ per ogni } a \in [0, L]$$



RISPOSTA: il quadrato!

Dimostrazione.



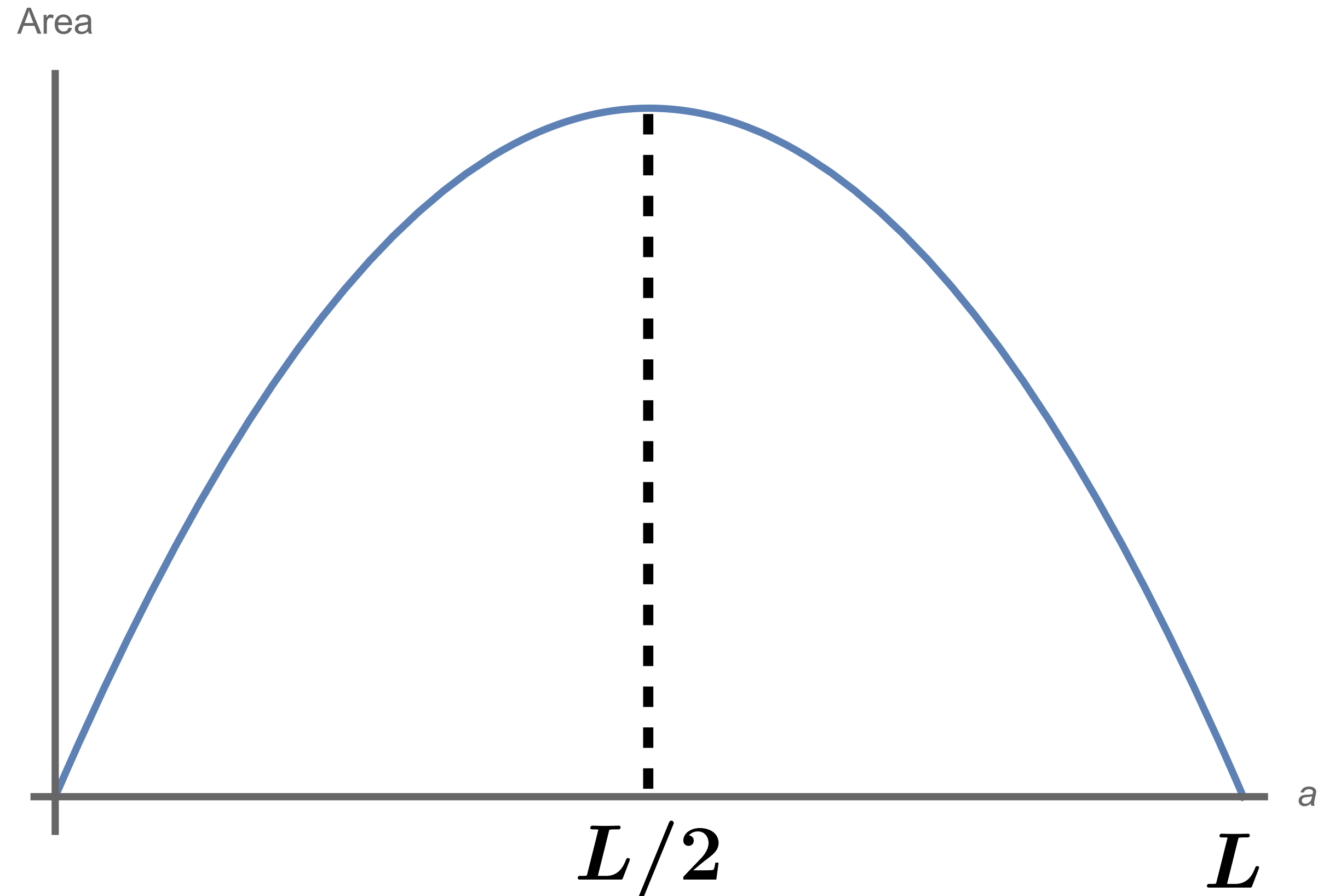
$$2a + 2b =: 2L \text{ (perimetro)}$$

$$b = L - a$$

$$\text{Area: } ab = a(L - a) := f(a)$$

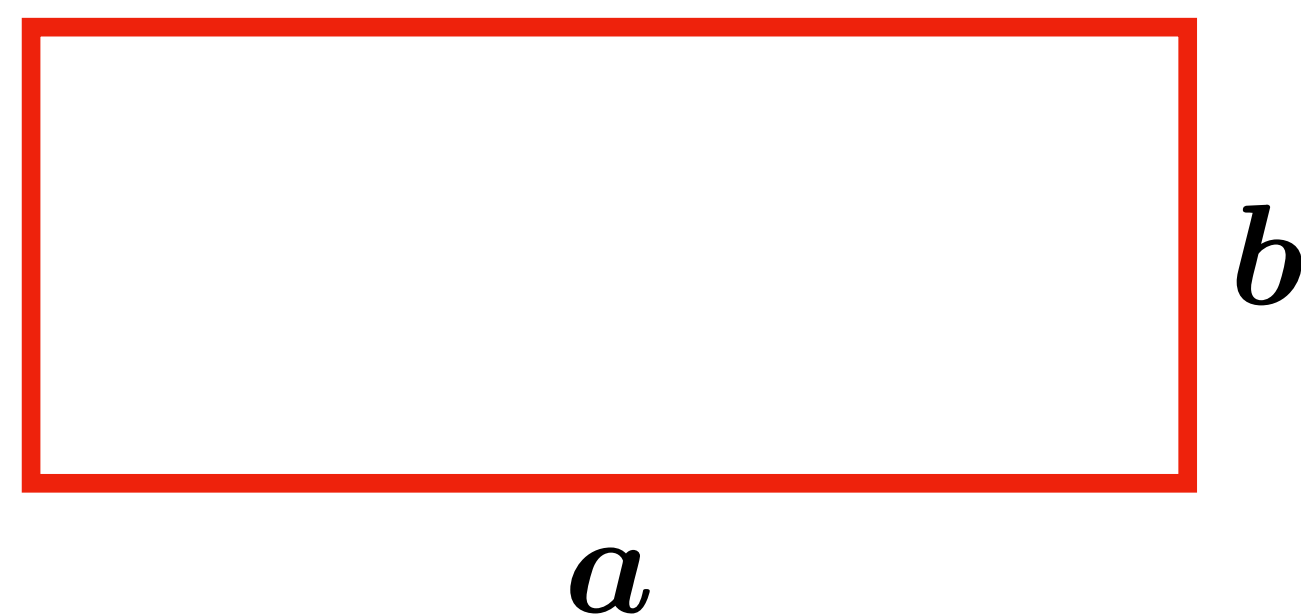
$$f(a) \leq f(L/2) \text{ per ogni } a \in [0, L]$$

$$\text{Soluzione: } a = b = L/2$$



RISPOSTA: il quadrato!

Dimostrazione.



$$2a + 2b =: 2L \text{ (perimetro)}$$

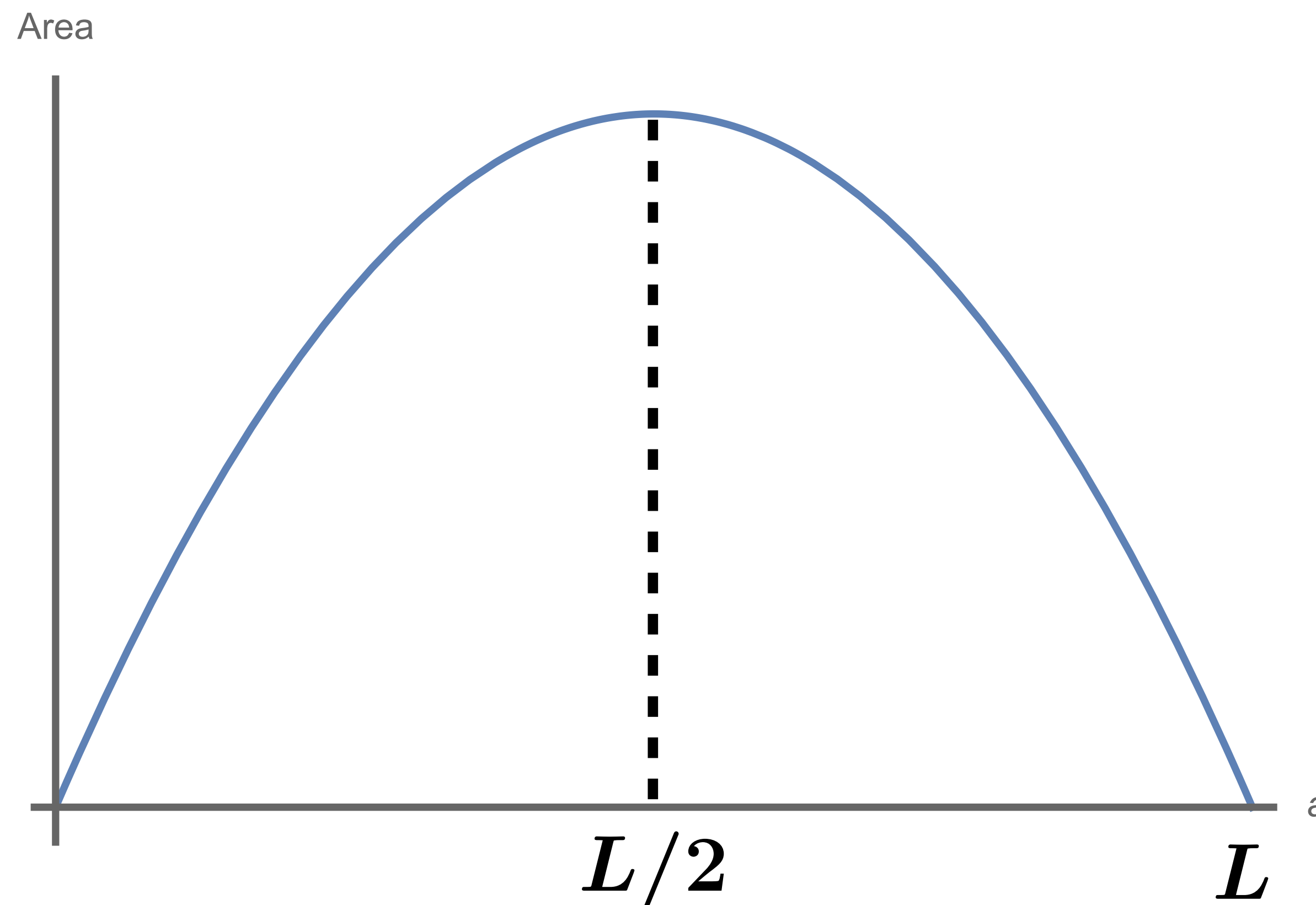
$$b = L - a$$

$$\text{Area: } ab = a(L - a) := f(a)$$

$$f(a) \leq f(L/2) \text{ per ogni } a \in [0, L]$$

$$\text{Soluzione: } a = b = L/2$$

L'area massima a parità di perimetro $2L$ è $(L/2)^2 = L^2/4$.



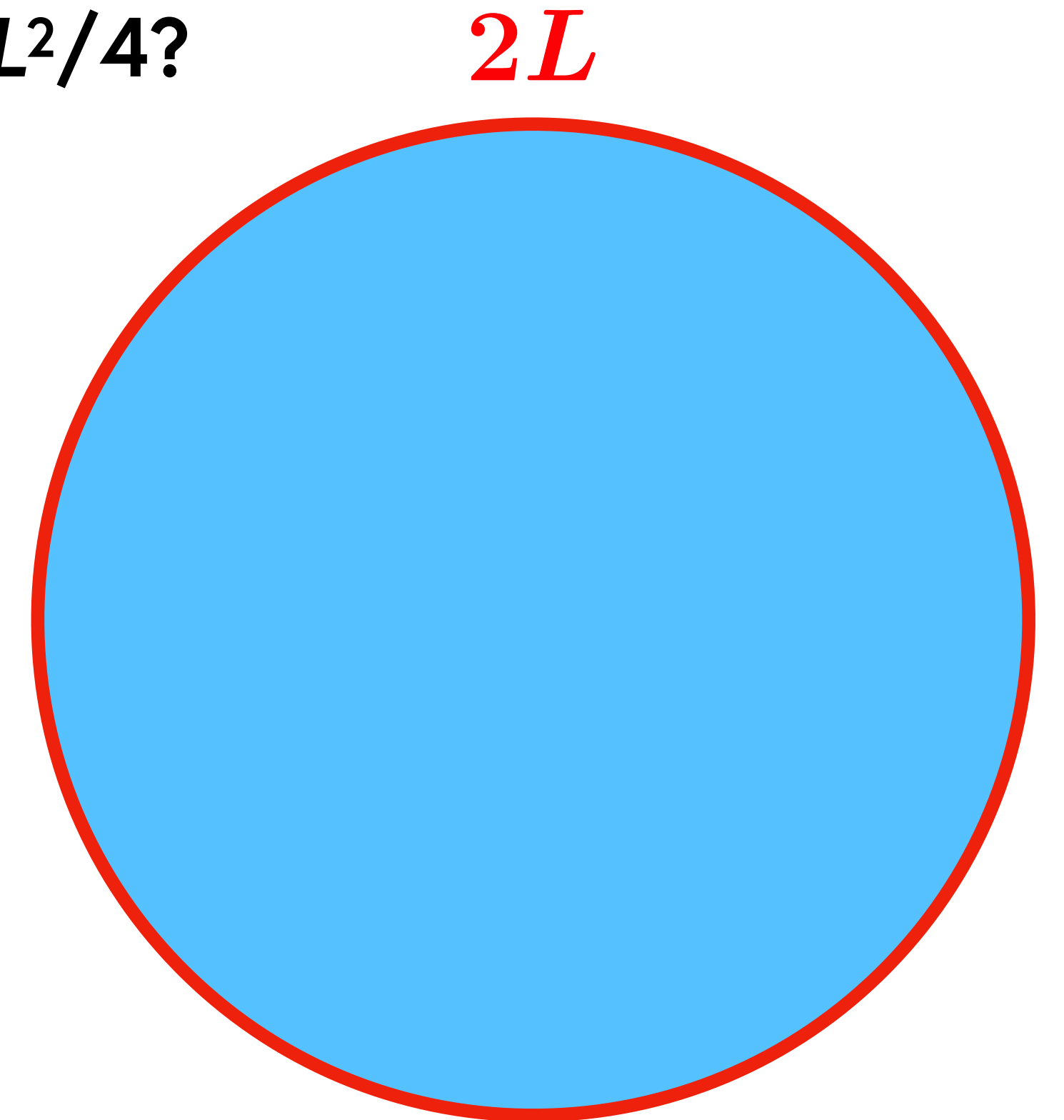
La piazza con area più ampia?

A parità di perimetro $2L$ ci sono piazze con area maggiore di $L^2/4$?

La piazza con area più ampia?

A parità di perimetro $2L$ ci sono piazze con area maggiore di $L^2/4$?

ESEMPIO Qual è l'area di un disco di perimetro $2L$?

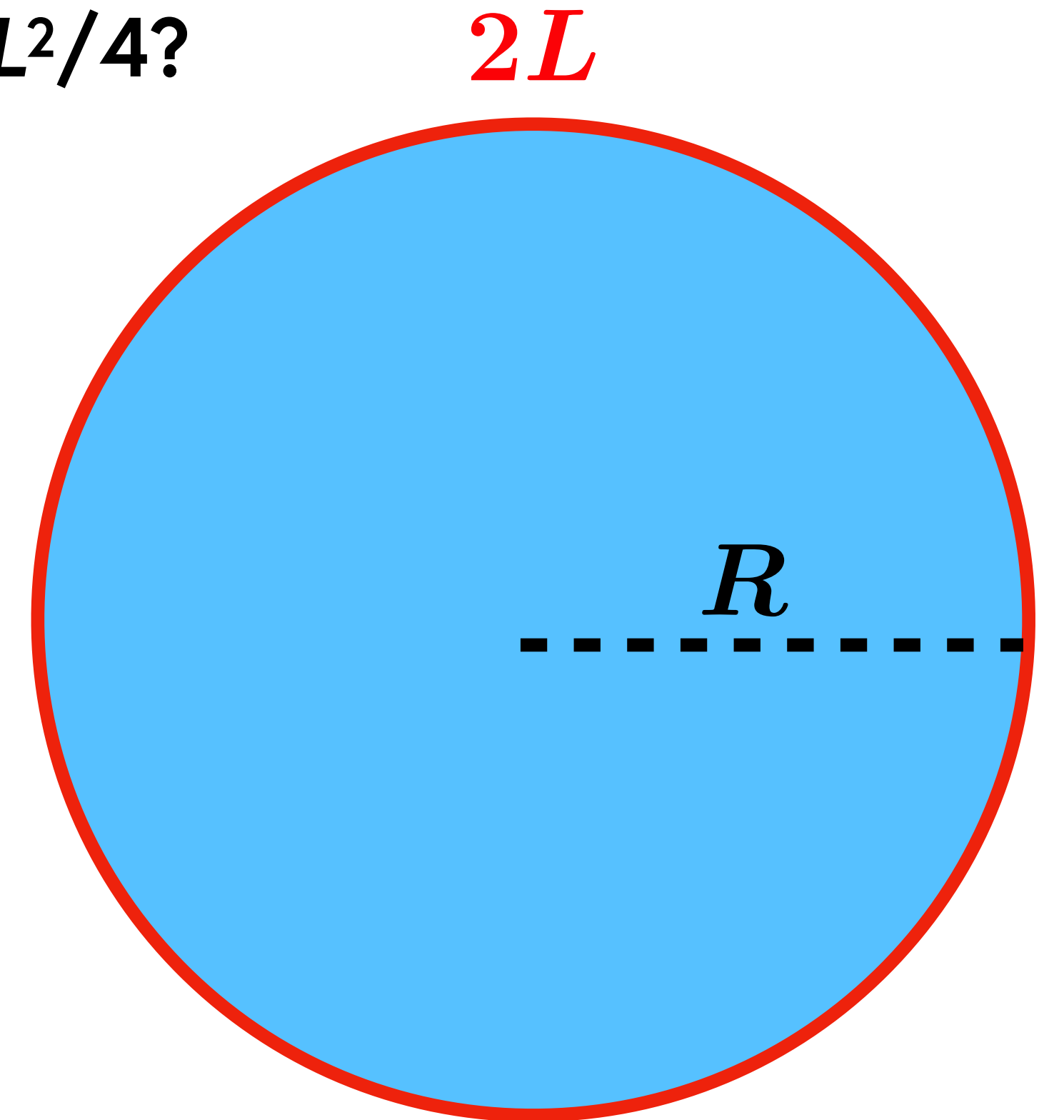


La piazza con area più ampia?

A parità di perimetro $2L$ ci sono piazze con area maggiore di $L^2/4$?

ESEMPIO Qual è l'area di un disco di perimetro $2L$?

$$2\pi R = 2L$$

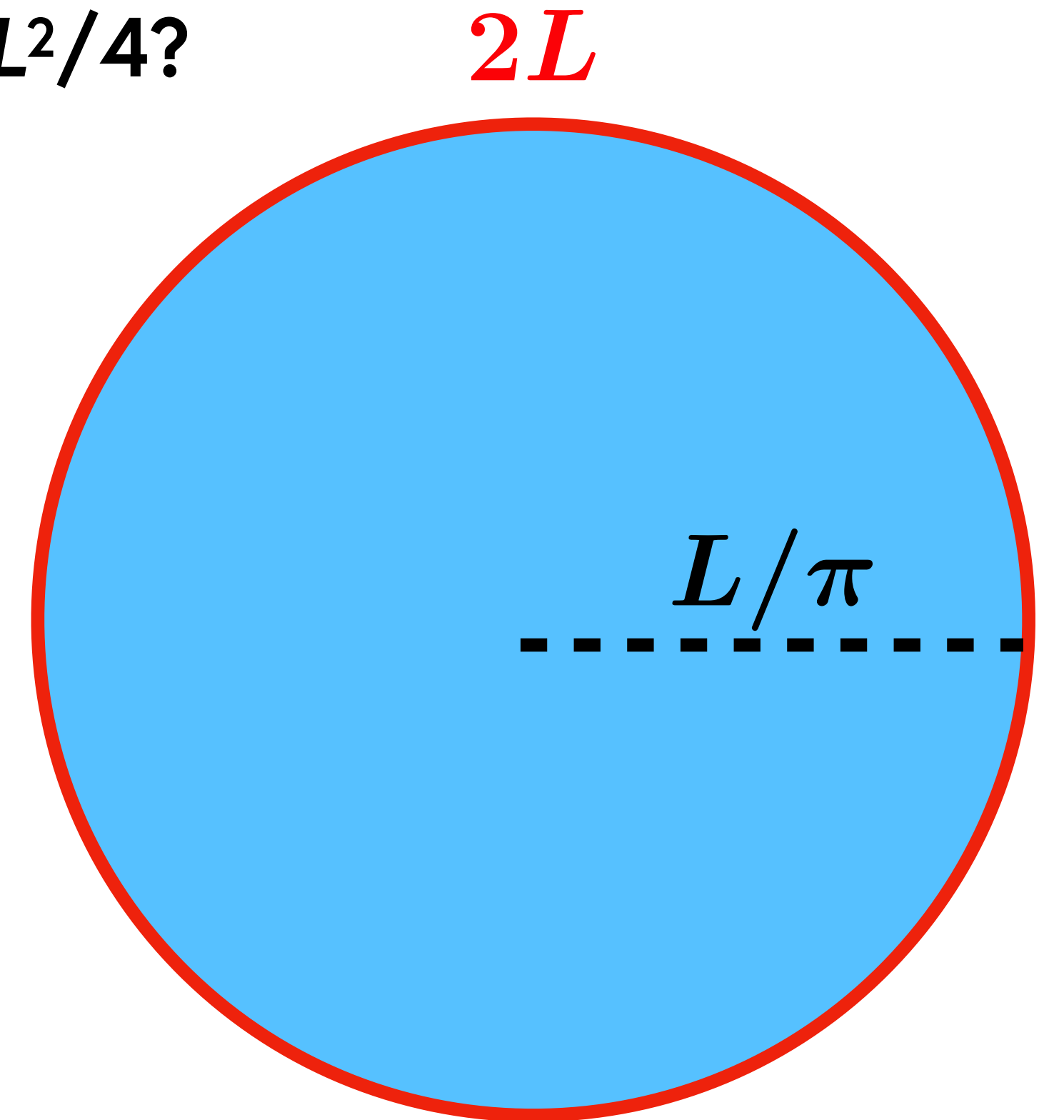


La piazza con area più ampia?

A parità di perimetro $2L$ ci sono piazze con area maggiore di $L^2/4$?

ESEMPIO Qual è l'area di un disco di perimetro $2L$?

$$2\pi R = 2L \quad R = \frac{L}{\pi}$$



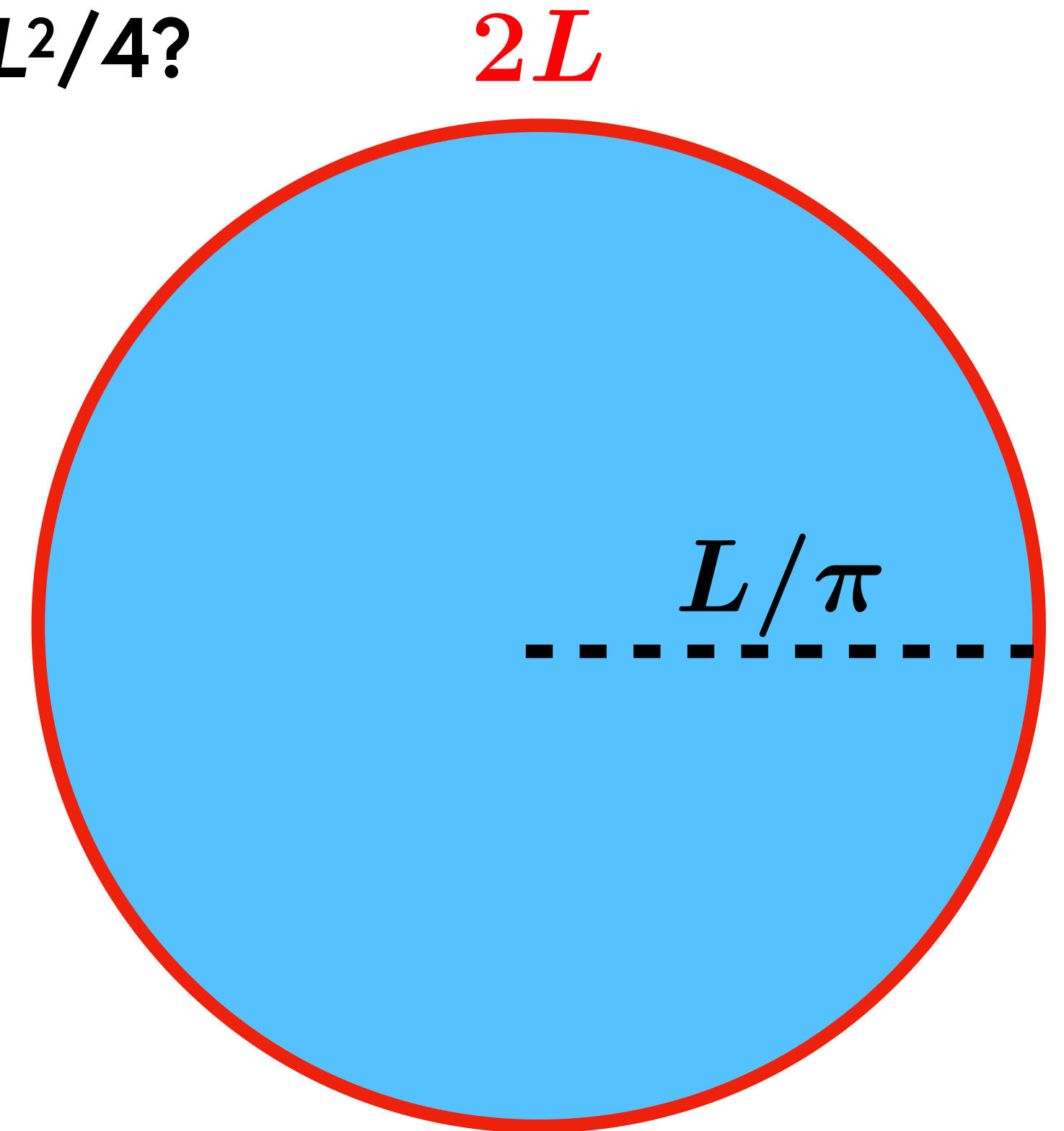
La piazza con area più ampia?

A parità di perimetro $2L$ ci sono piazze con area maggiore di $L^2/4$?

ESEMPIO Qual è l'area di un disco di perimetro $2L$?

$$2\pi R = 2L \quad R = \frac{L}{\pi}$$

$$\text{Area: } \pi R^2 = \pi \left(\frac{L}{\pi} \right)^2$$



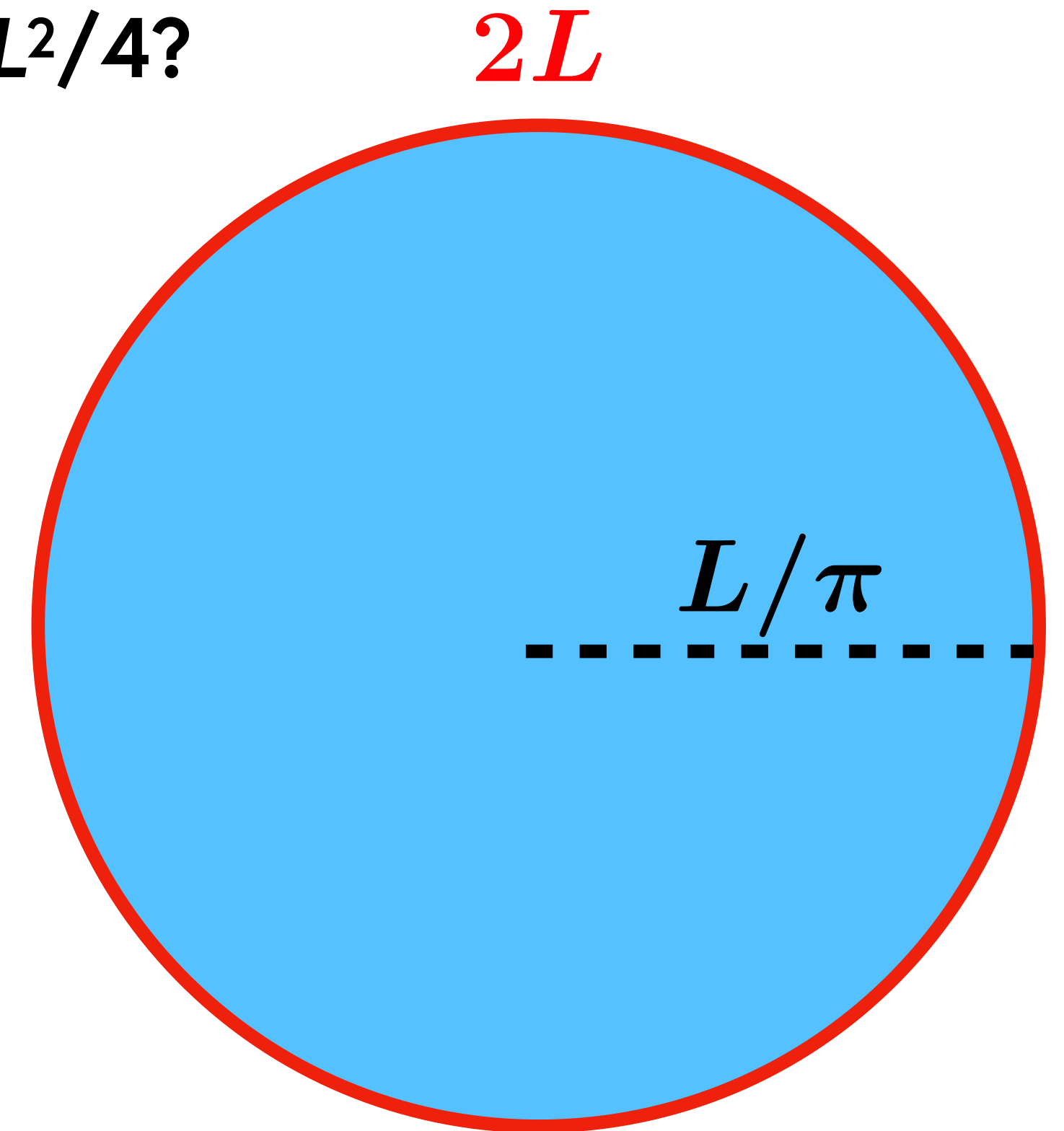
La piazza con area più ampia?

A parità di perimetro $2L$ ci sono piazze con area maggiore di $L^2/4$?

ESEMPIO Qual è l'area di un disco di perimetro $2L$?

$$2\pi R = 2L \quad R = \frac{L}{\pi}$$

$$\text{Area: } \pi R^2 = \pi \left(\frac{L}{\pi} \right)^2 = \frac{L^2}{\pi}$$



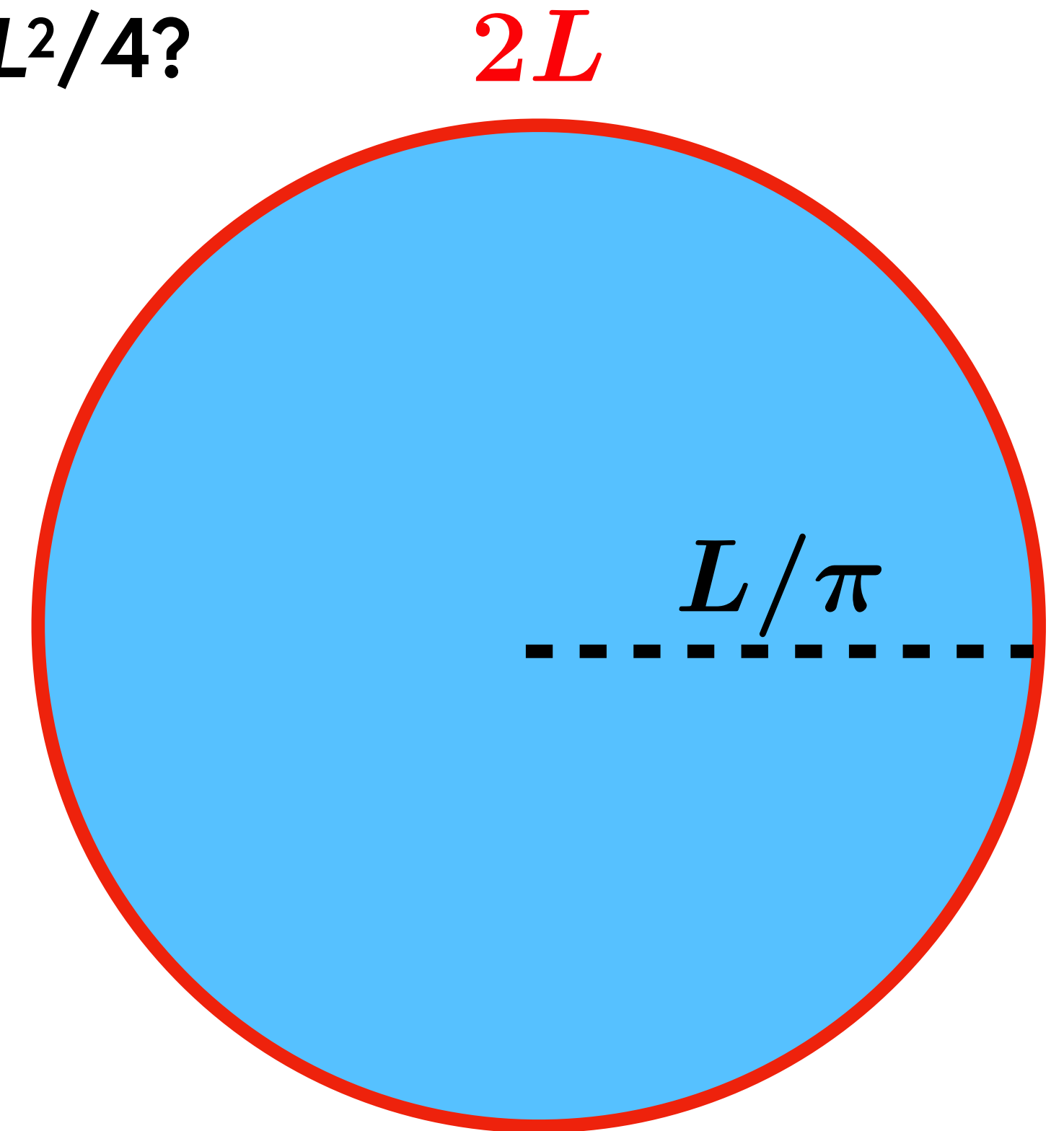
La piazza con area più ampia?

A parità di perimetro $2L$ ci sono piazze con area maggiore di $L^2/4$?

ESEMPIO Qual è l'area di un disco di perimetro $2L$?

$$2\pi R = 2L \quad R = \frac{L}{\pi}$$

$$\text{Area: } \pi R^2 = \pi \left(\frac{L}{\pi} \right)^2 = \frac{L^2}{\pi} > \frac{L^2}{4}$$



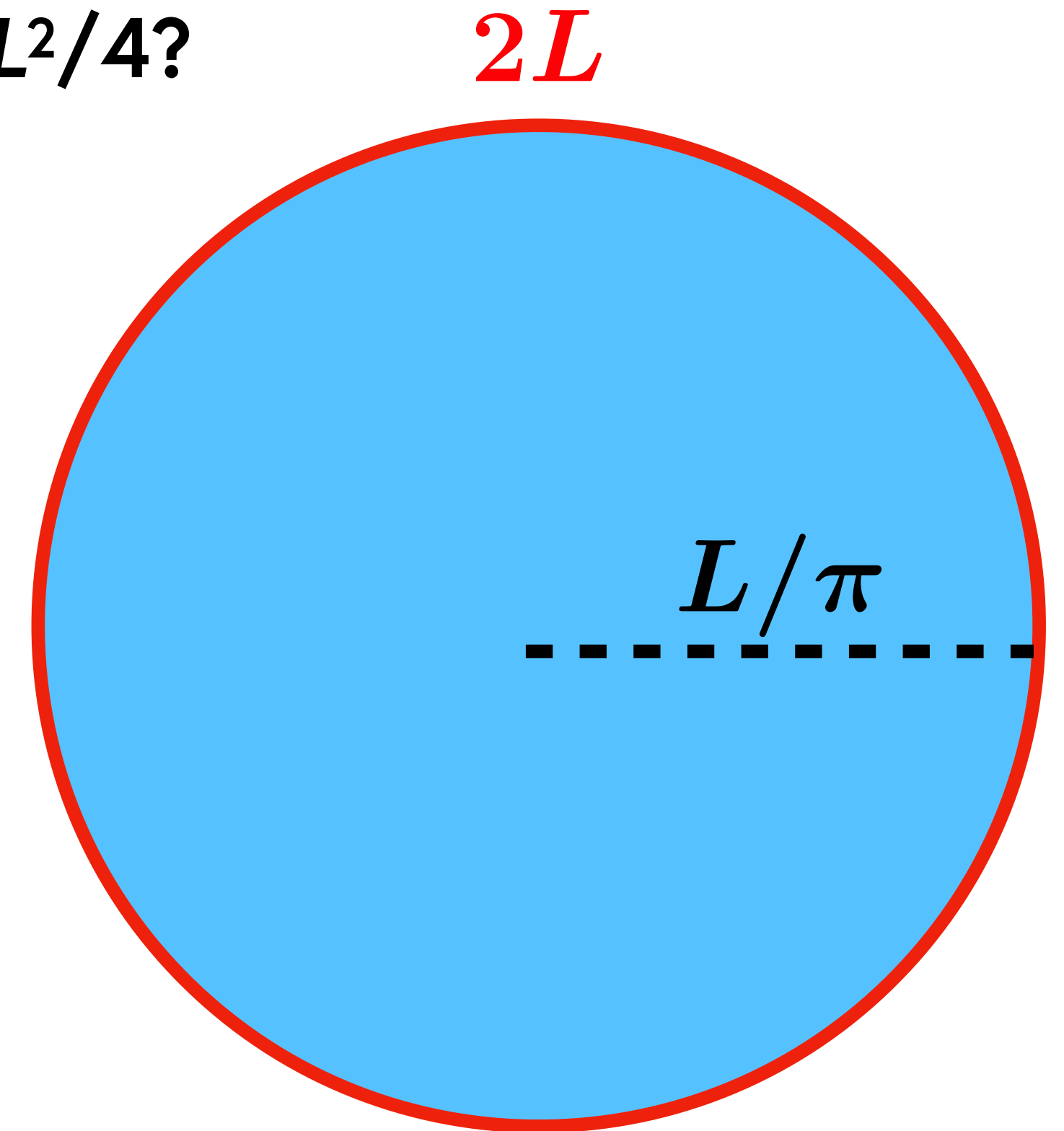
La piazza con area più ampia?

A parità di perimetro $2L$ ci sono piazze con area maggiore di $L^2/4$?

ESEMPIO Qual è l'area di un disco di perimetro $2L$?

$$2\pi R = 2L \quad R = \frac{L}{\pi}$$

$$\text{Area: } \pi R^2 = \pi \left(\frac{L}{\pi} \right)^2 = \frac{L^2}{\pi} > \frac{L^2}{4}$$



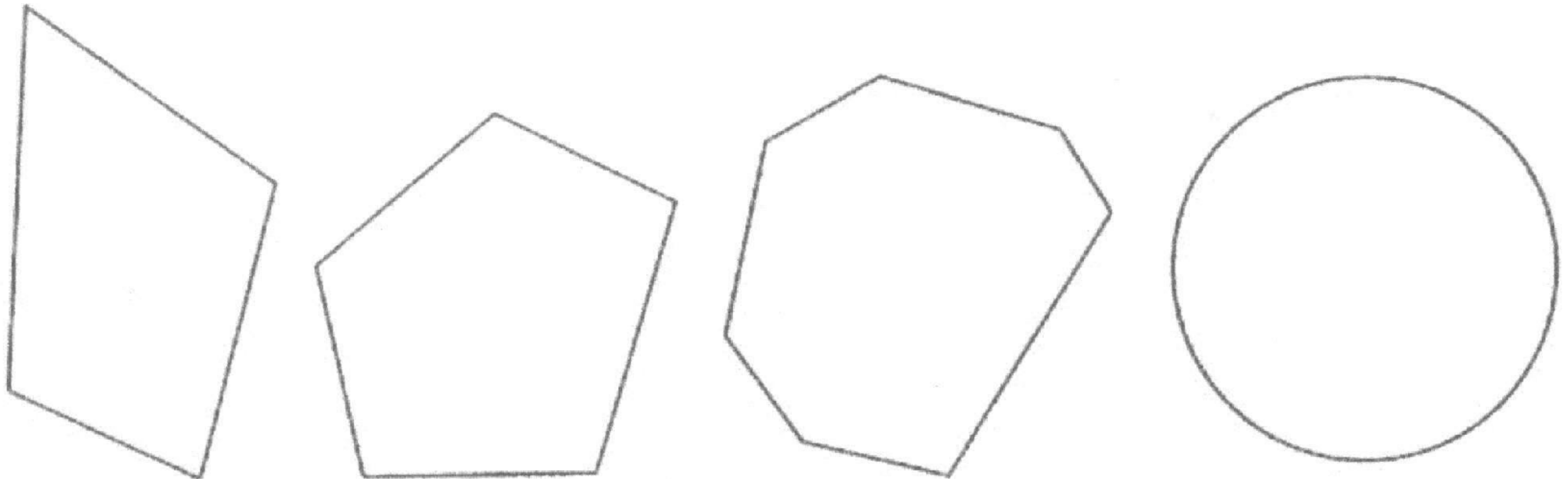
Ci sono domini con area maggiore, a parità di perimetro?

L'incognita NON è
una variabile

Il problema (isoperimetrico) di Didone

Approdata sulle coste libiche, Didone ottenne dal re Iarba il permesso di stabilirsi lì, prendendo tanto terreno «quanto ne poteva contenere una pelle di bue»

Tra tutte le curve chiuse di data lunghezza determinare quelle che racchiudono una regione di area massima



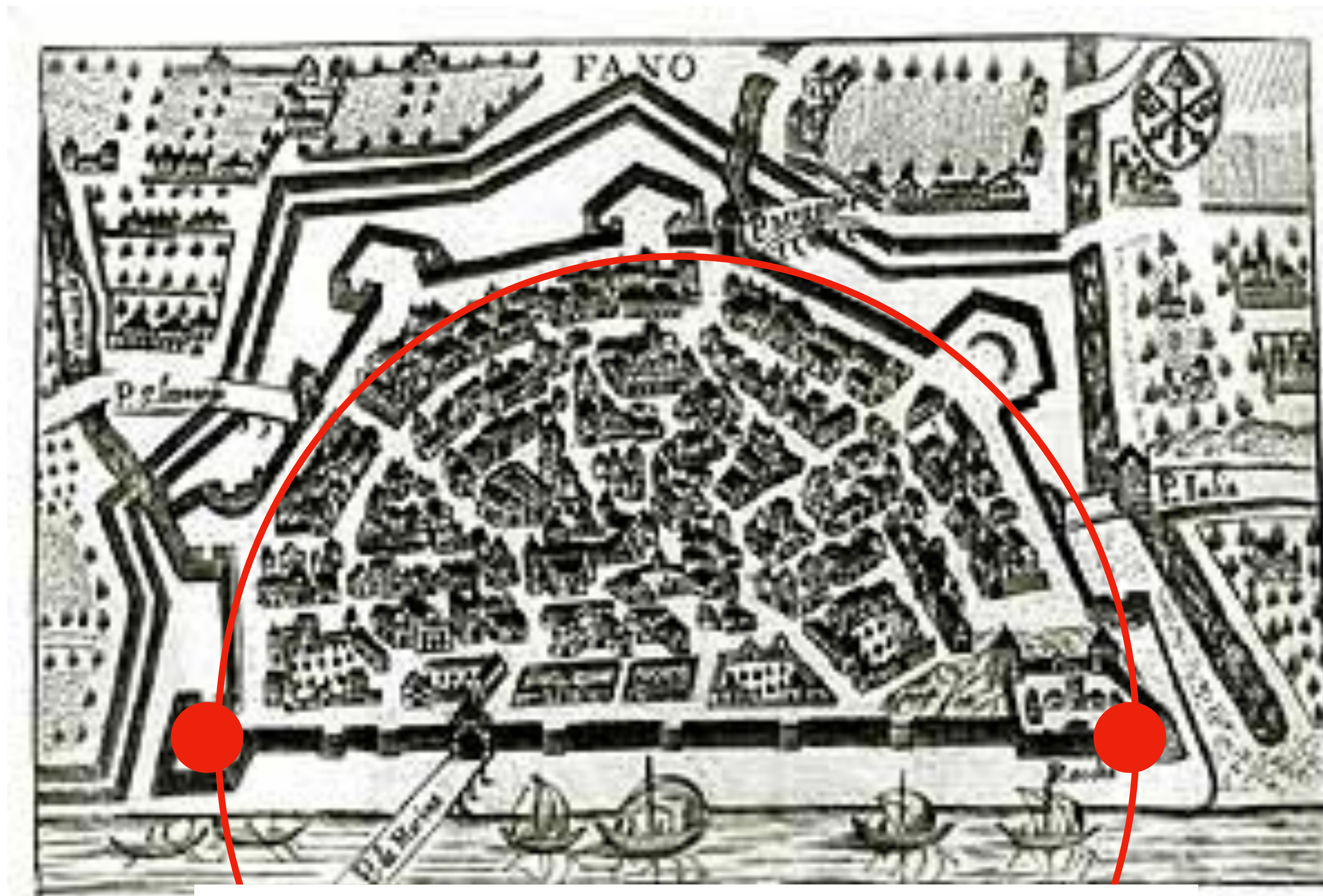
Il problema (isoperimetrico) di Didone

Soluzione: il cerchio

Da centinaia di anni era noto che **SE** la soluzione esiste allora si tratta di un cerchio

Per provare l'esistenza è servita la matematica del '900

Il problema di Didone con due estremi fissi



Esistono soluzioni?

La NON esistenza: un errore frequente anche di grandi matematici

Esistono soluzioni?

La NON esistenza: un errore frequente anche di grandi matematici

ESEMPIO. Supponiamo esista il massimo dei naturali. Allora il massimo è uguale a 1!

Esistono soluzioni?

La NON esistenza: un errore frequente anche di grandi matematici

ESEMPIO. Supponiamo esista il massimo dei naturali. Allora il massimo è uguale a 1!

Dimostrazione. Supponiamo $n = \max \mathbb{N}$.

Esistono soluzioni?

La NON esistenza: un errore frequente anche di grandi matematici

ESEMPIO. Supponiamo esista il massimo dei naturali. Allora il massimo è uguale a 1!

Dimostrazione. Supponiamo $n = \max \mathbb{N}$.

Se $n > 1$ allora $n^2 > n$, quindi n non è il massimo.

Esistono soluzioni?

La NON esistenza: un errore frequente anche di grandi matematici

ESEMPIO. Supponiamo esista il massimo dei naturali. Allora il massimo è uguale a 1!

Dimostrazione. Supponiamo $n = \max \mathbb{N}$.

Se $n > 1$ allora $n^2 > n$, quindi n non è il massimo.

Pertanto $n = 1$. \square

Il problema di Kakeya

Un **insieme del piano si dice di Kakeya** se in esso è possibile ruotare un segmento di lunghezza unitaria di 180 gradi facendolo ritornare alla posizione iniziale.

Il problema di Kakeya

Un **insieme del piano si dice di Kakeya** se in esso è possibile ruotare un segmento di lunghezza unitaria di 180 gradi facendolo ritornare alla posizione iniziale.

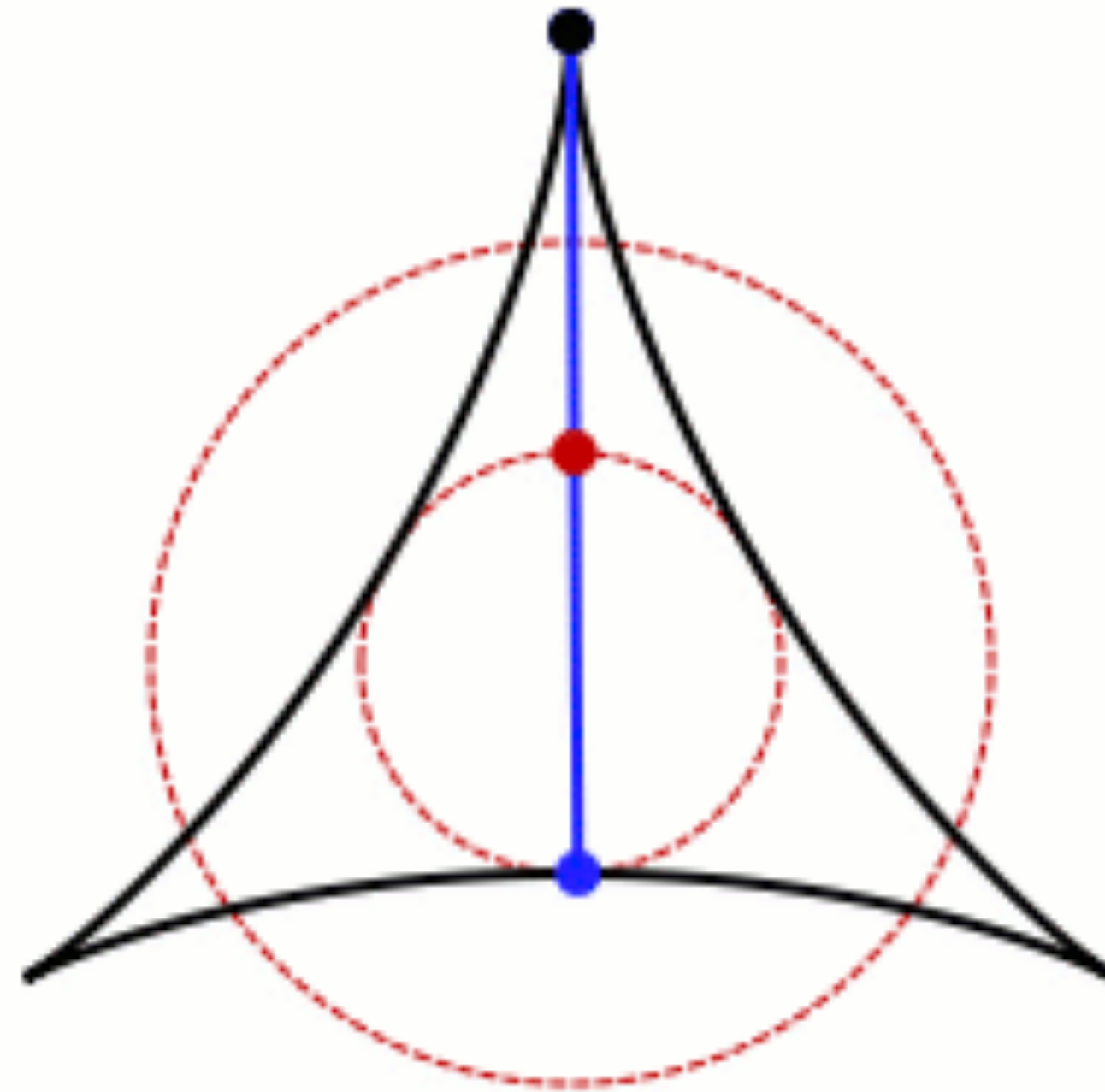
Esempio. Un disco di raggio $1/2$

Il problema di Kakeya

Un **insieme del piano si dice di Kakeya** se in esso è possibile ruotare un segmento di lunghezza unitaria di 180 gradi facendolo ritornare alla posizione iniziale.

Esempio. Un disco di raggio $1/2$

Esempio. Un deltoide

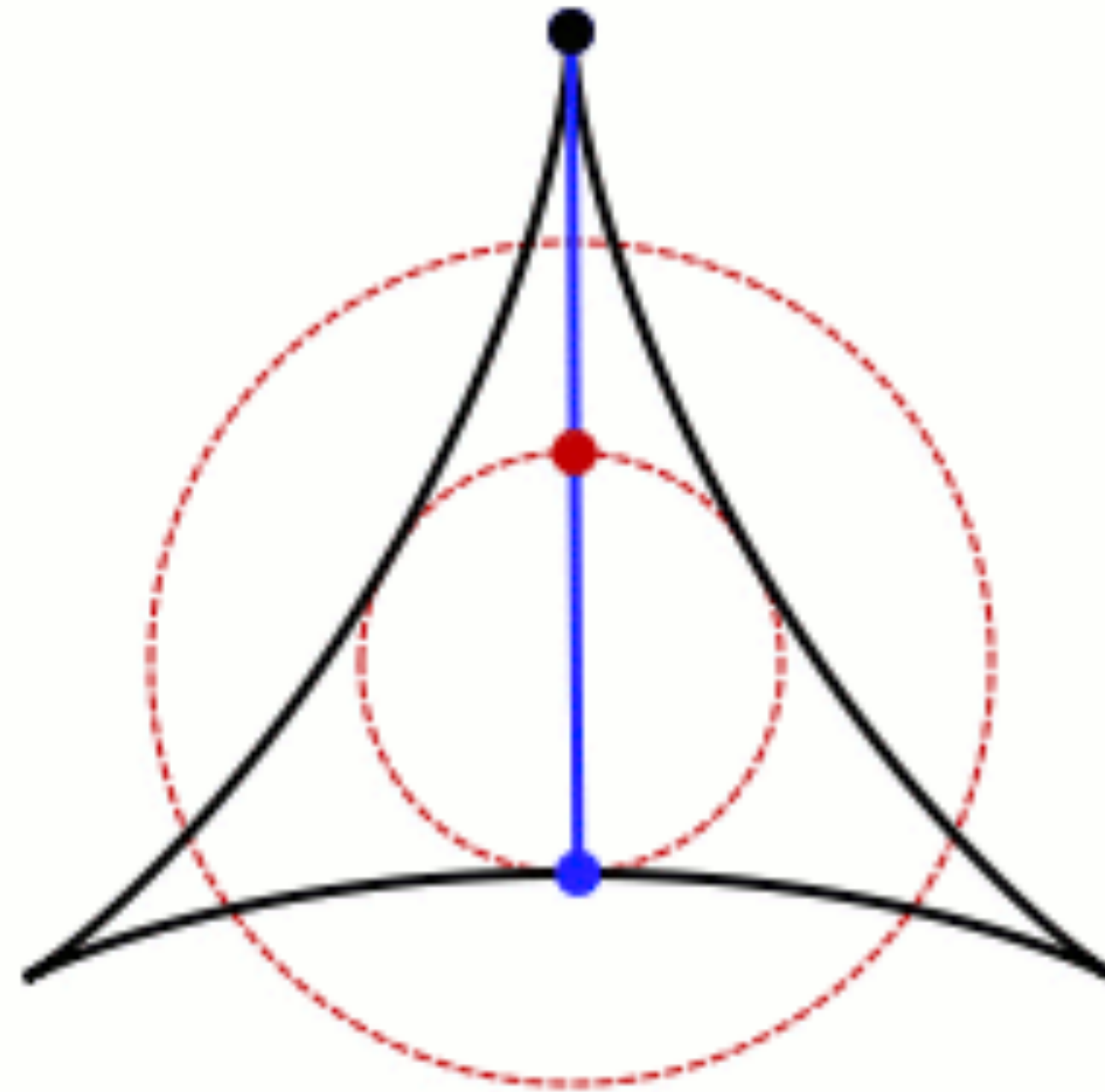


Il problema di Kakeya

Un **insieme del piano si dice di Kakeya** se in esso è possibile ruotare un segmento di lunghezza unitaria di 180 gradi facendolo ritornare alla posizione iniziale.

Esempio. Un disco di raggio $1/2$

Esempio. Un deltoide



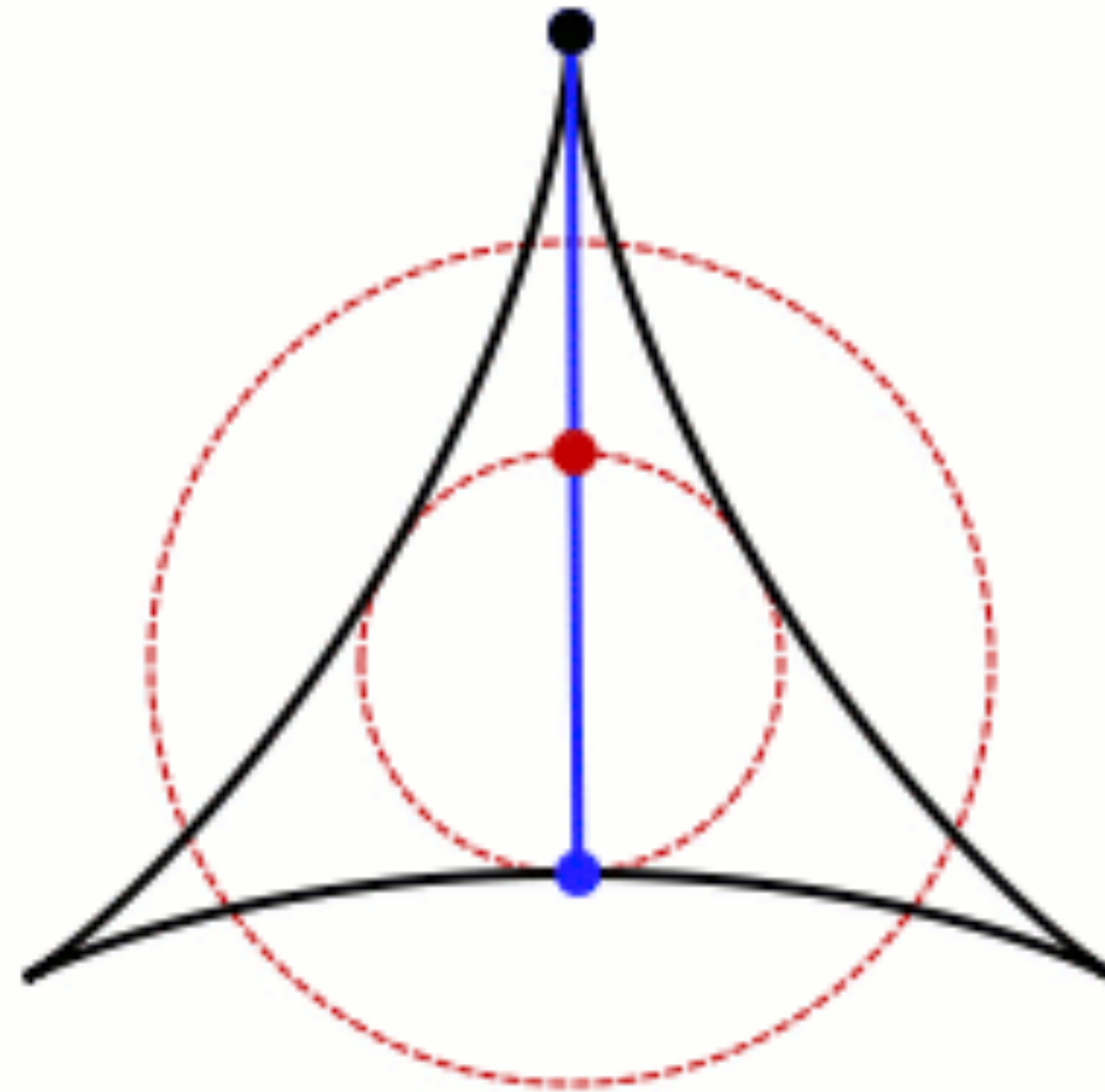
Tra gli insiemi di Kakeya ne esiste uno di area minima >0 ?

Il problema di Kakeya

Un **insieme del piano si dice di Kakeya** se in esso è possibile ruotare un segmento di lunghezza unitaria di 180 gradi facendolo ritornare alla posizione iniziale.

Esempio. Un disco di raggio $1/2$

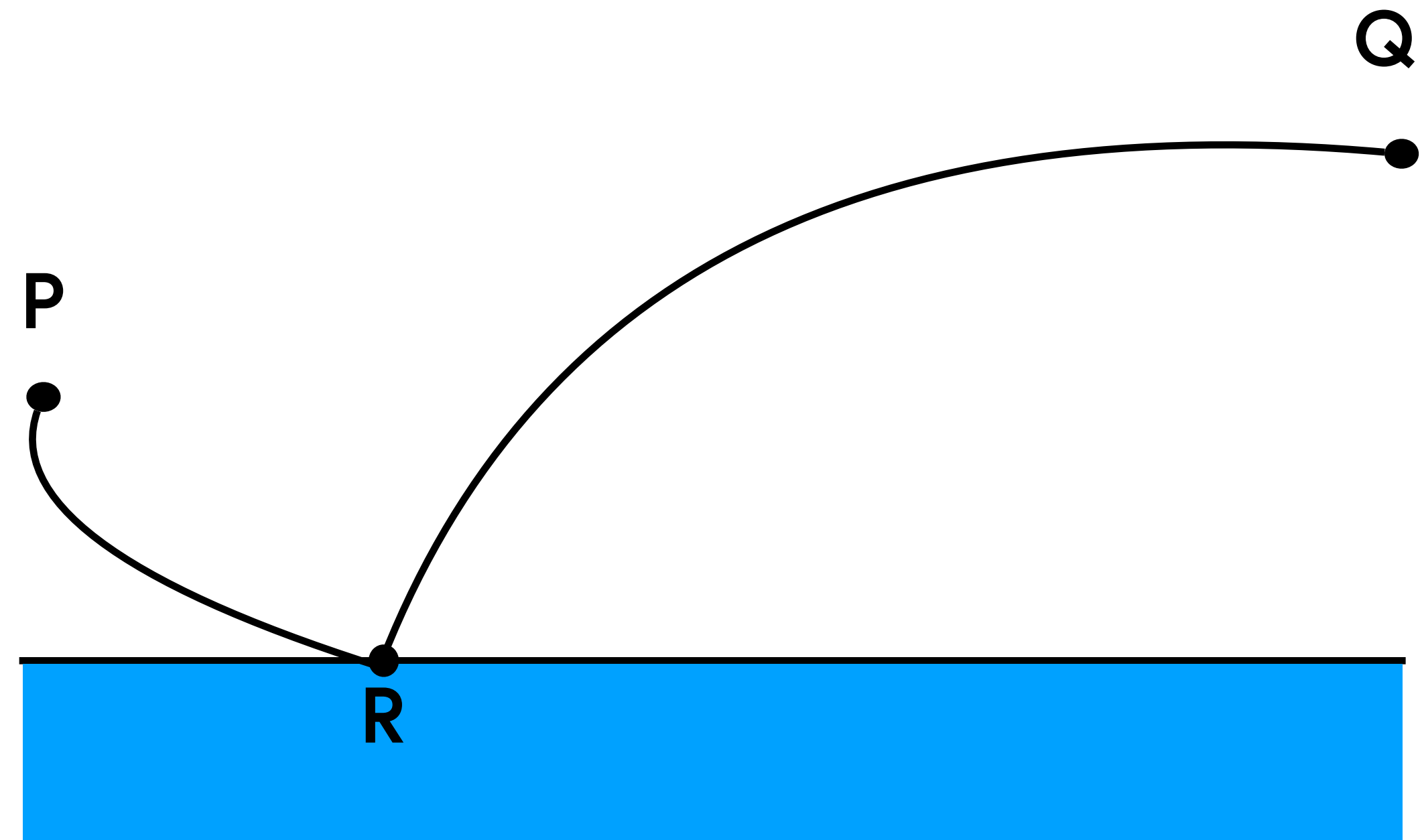
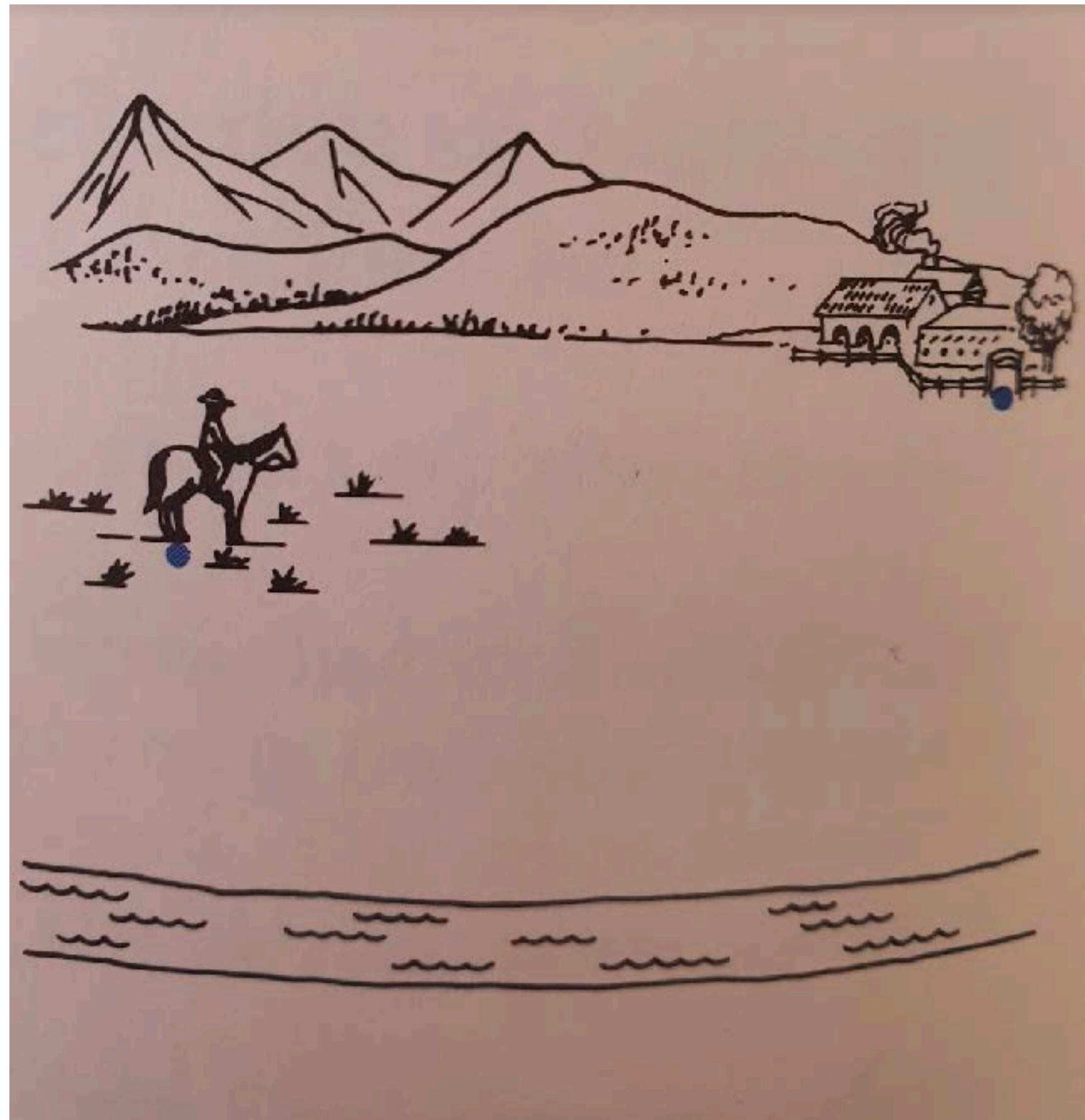
Esempio. Un deltoide



Tra gli insiemi di Kakeya ne esiste uno di area minima >0 ? **NO**

Il percorso di lunghezza minima abbeverando il cavallo

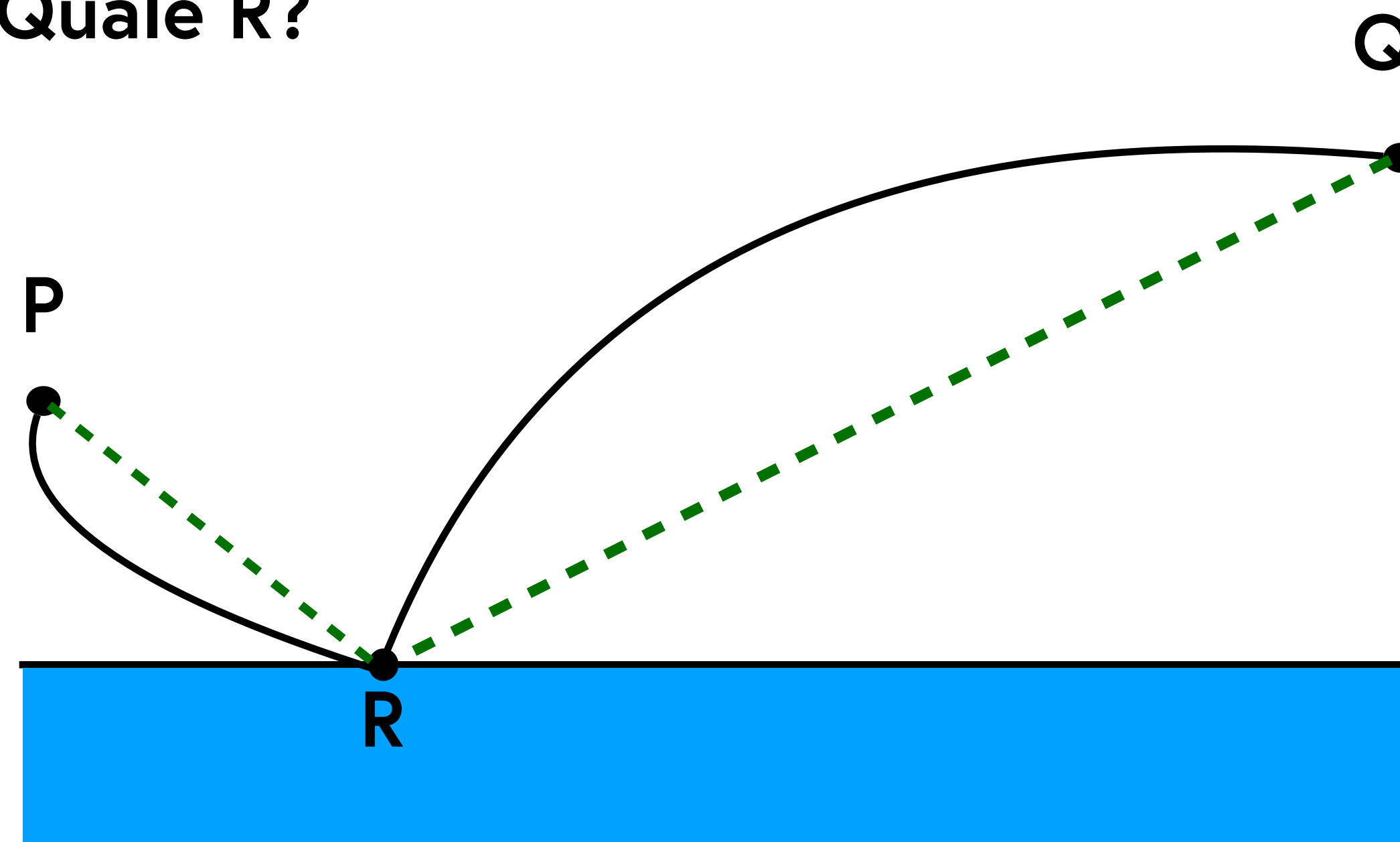
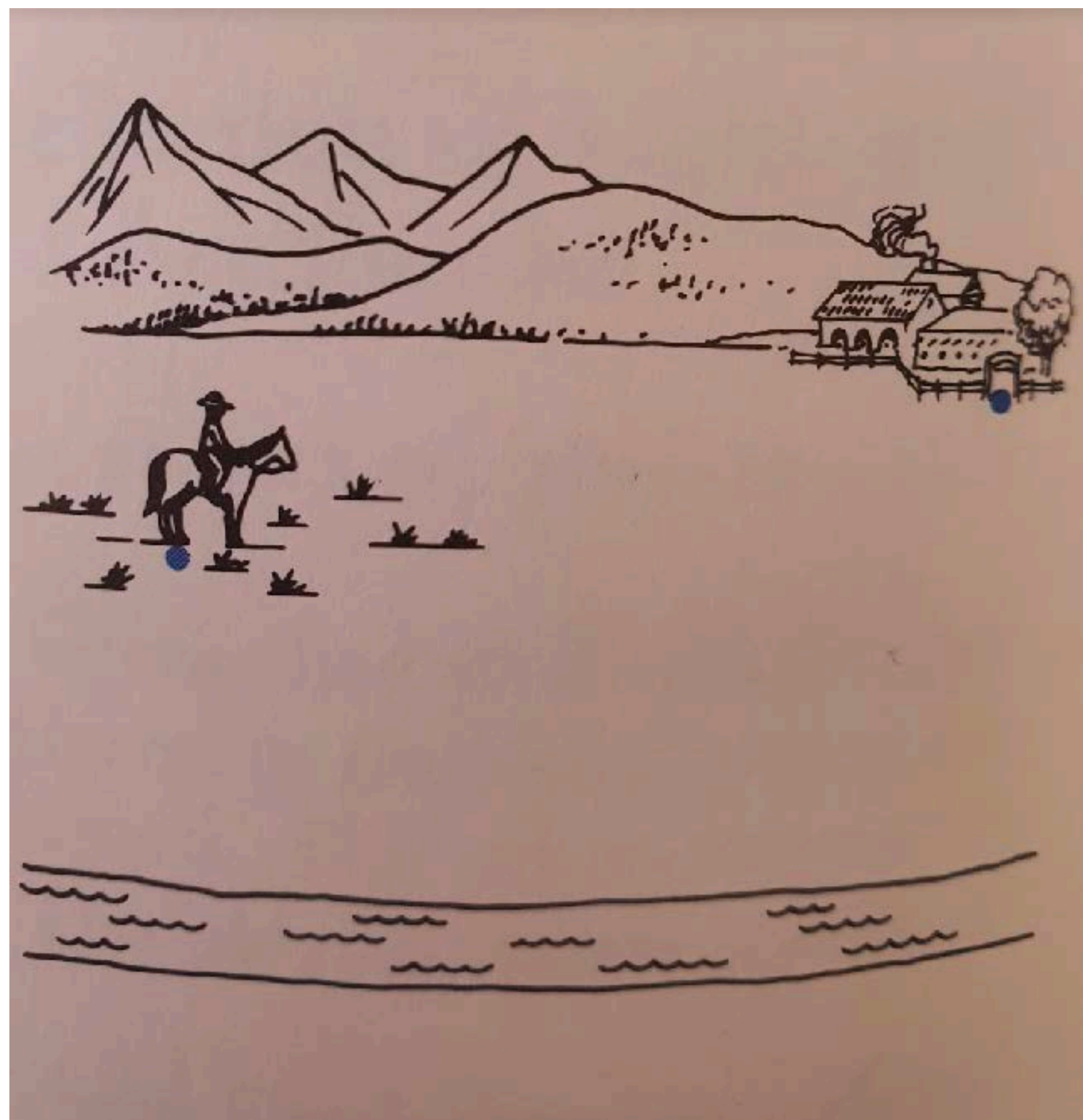
Percorso di lunghezza minima per andare da
P a Q passando per un punto R del bordo del fiume?



Il percorso di lunghezza minima abbeverando il cavallo

Percorso di lunghezza minima per andare da
P a Q passando per un punto R del bordo del fiume?

- 1) Convengono due segmenti
- 2) Quale R?





WEB

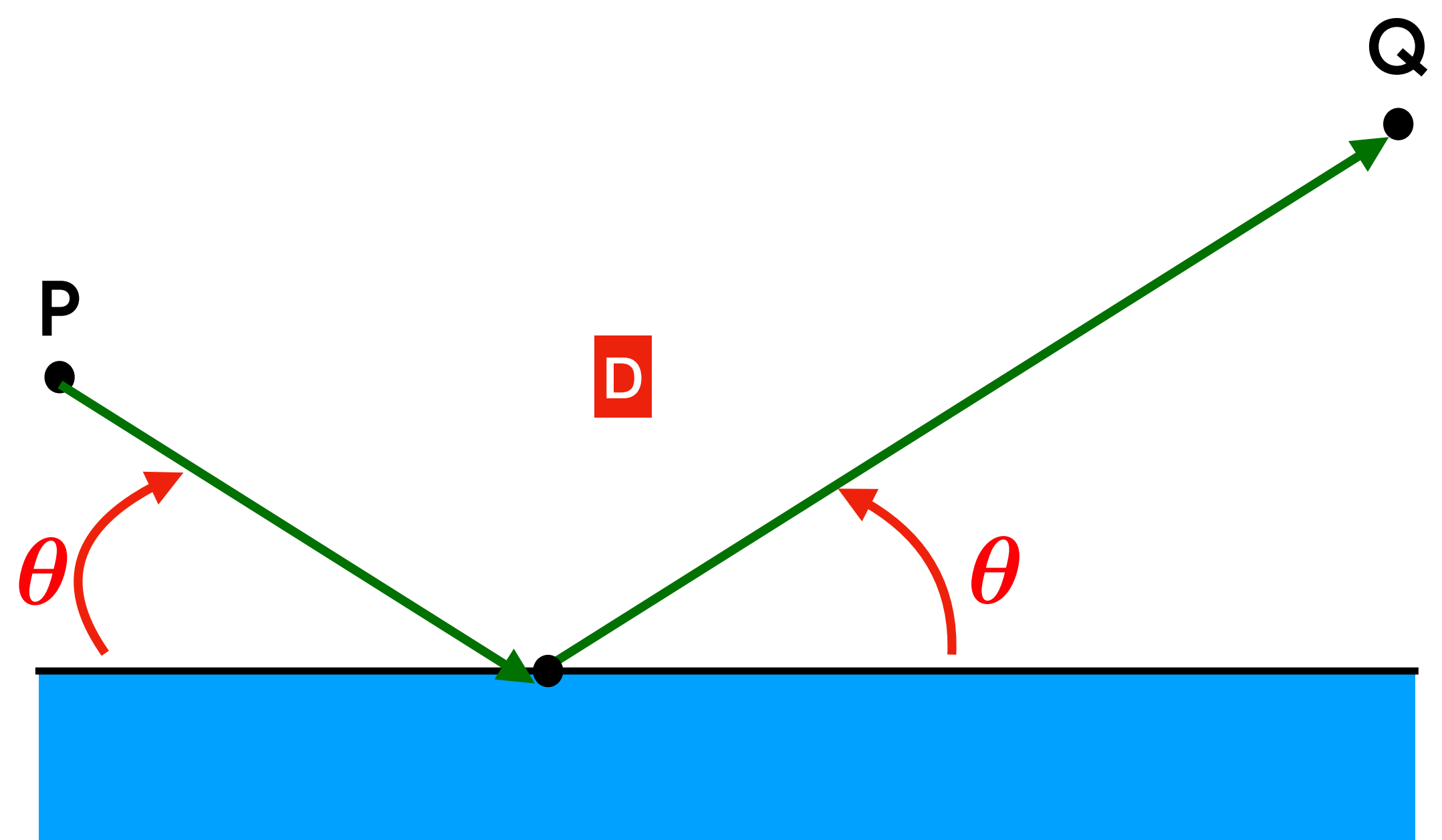
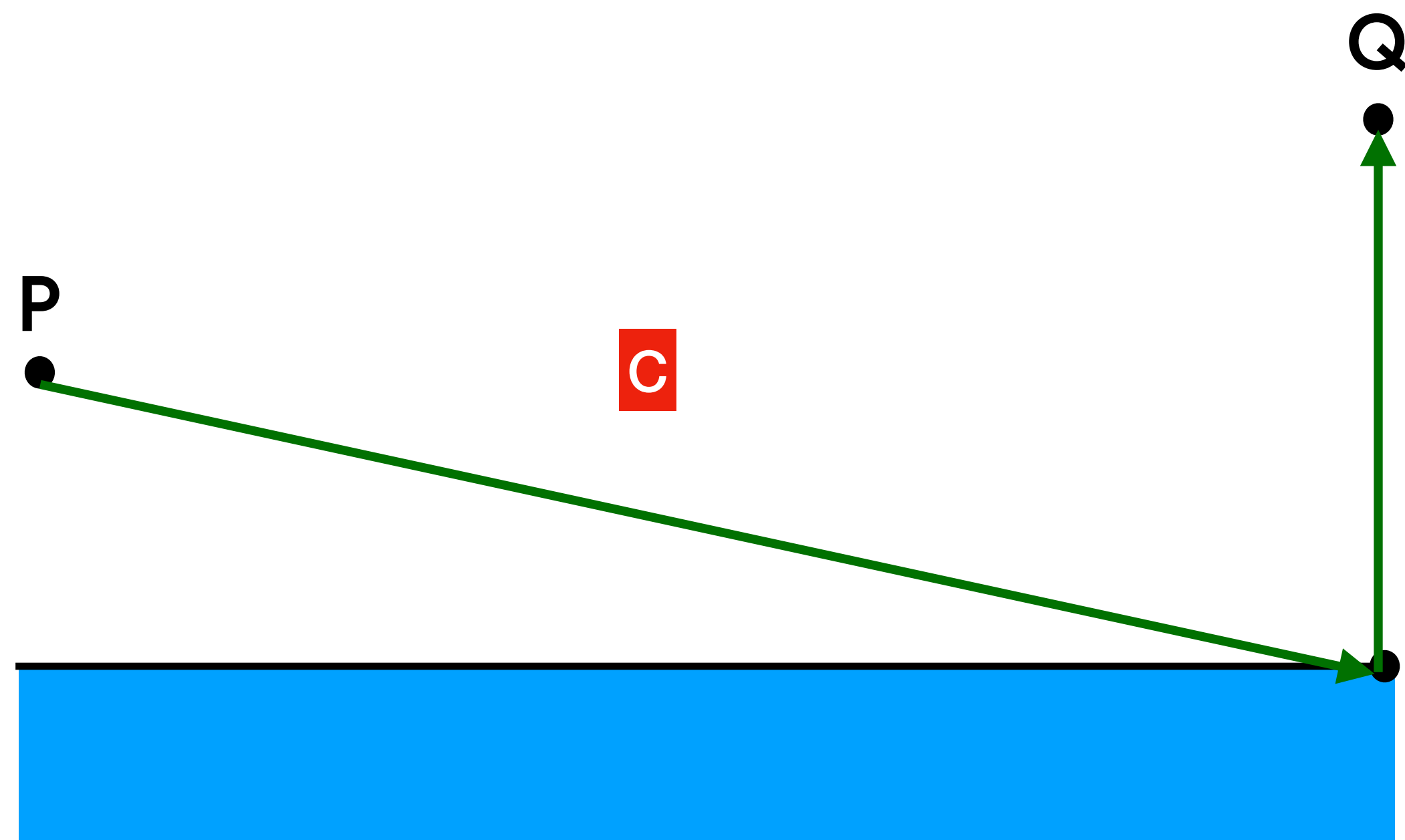
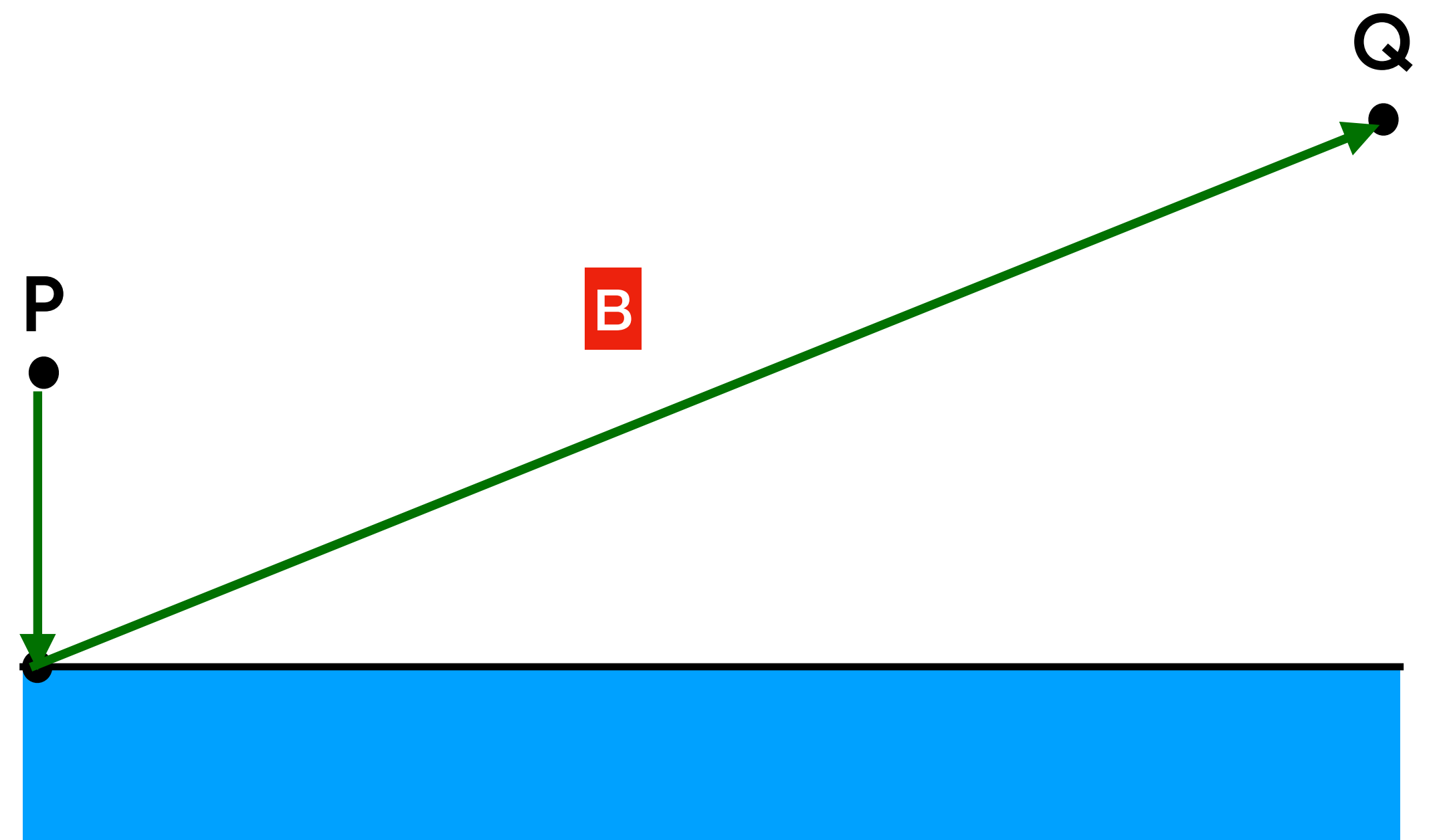
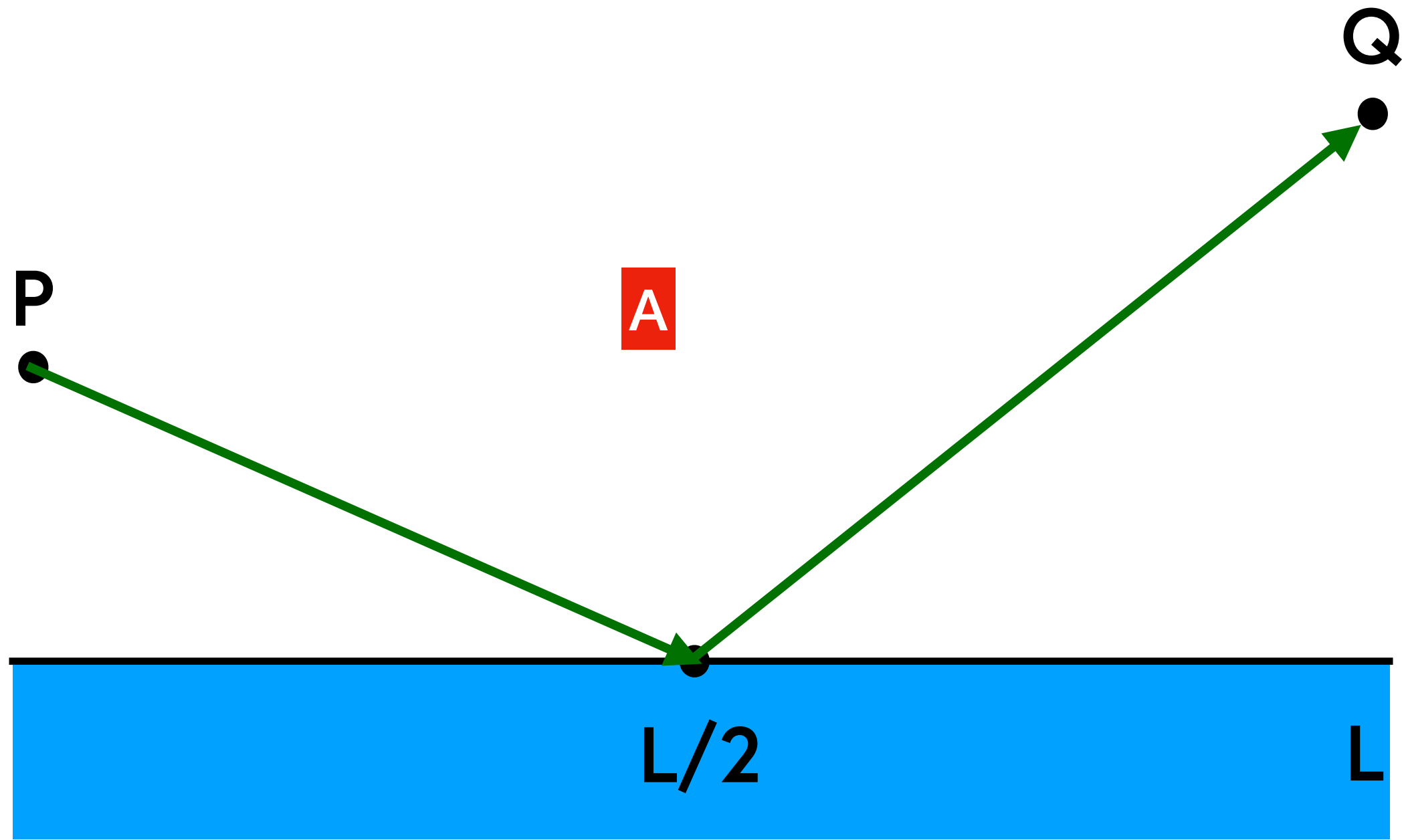
1

Connect to www.wooclap.com/IISVALDAGNO

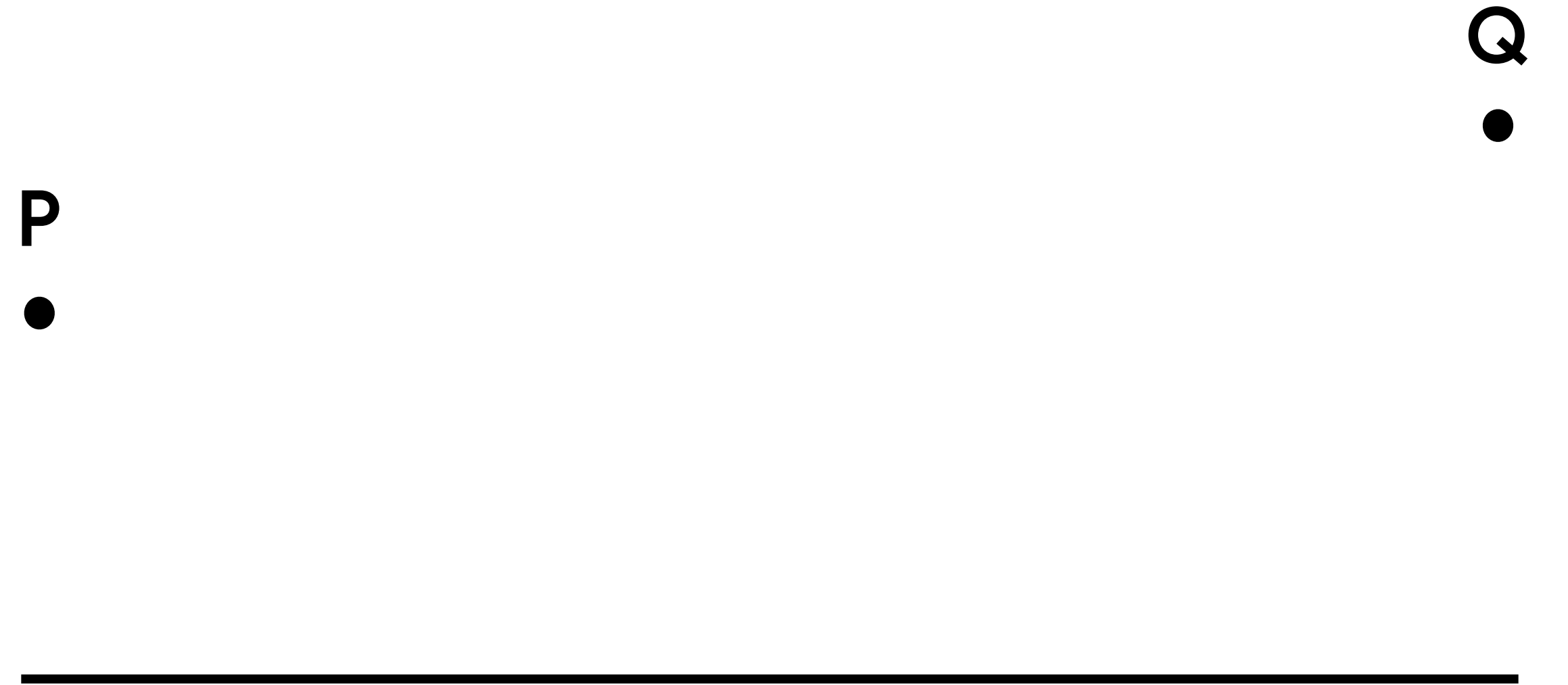
2

You can participate

Qual è il cammino più corto?



RISPOSTA: **D**



RISPOSTA: D

Dimostrazione.

P
●

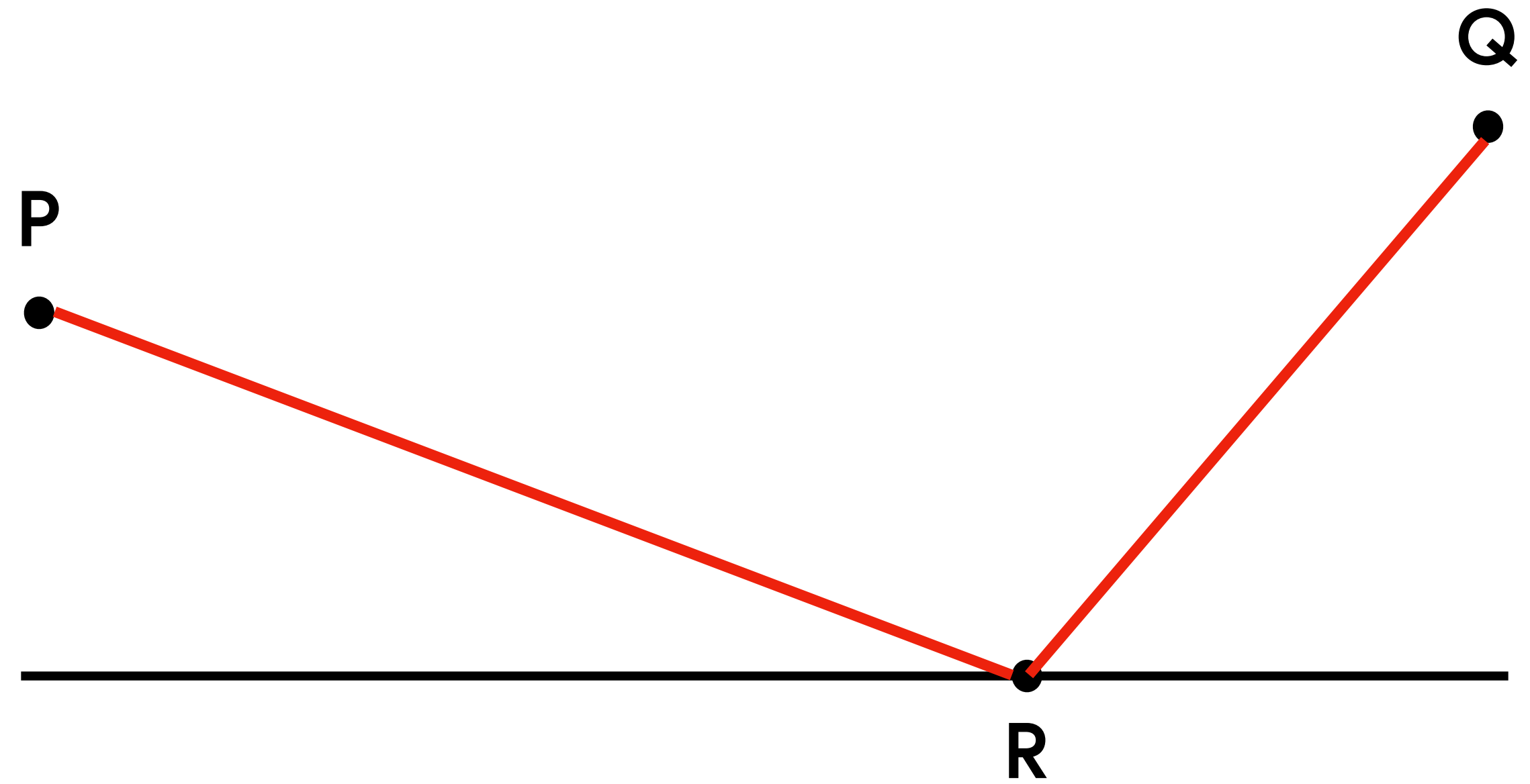
Q
●



RISPOSTA: D

Dimostrazione.

Consideriamo una traiettoria che passa per un punto arbitrario R nel segmento sul fiume.

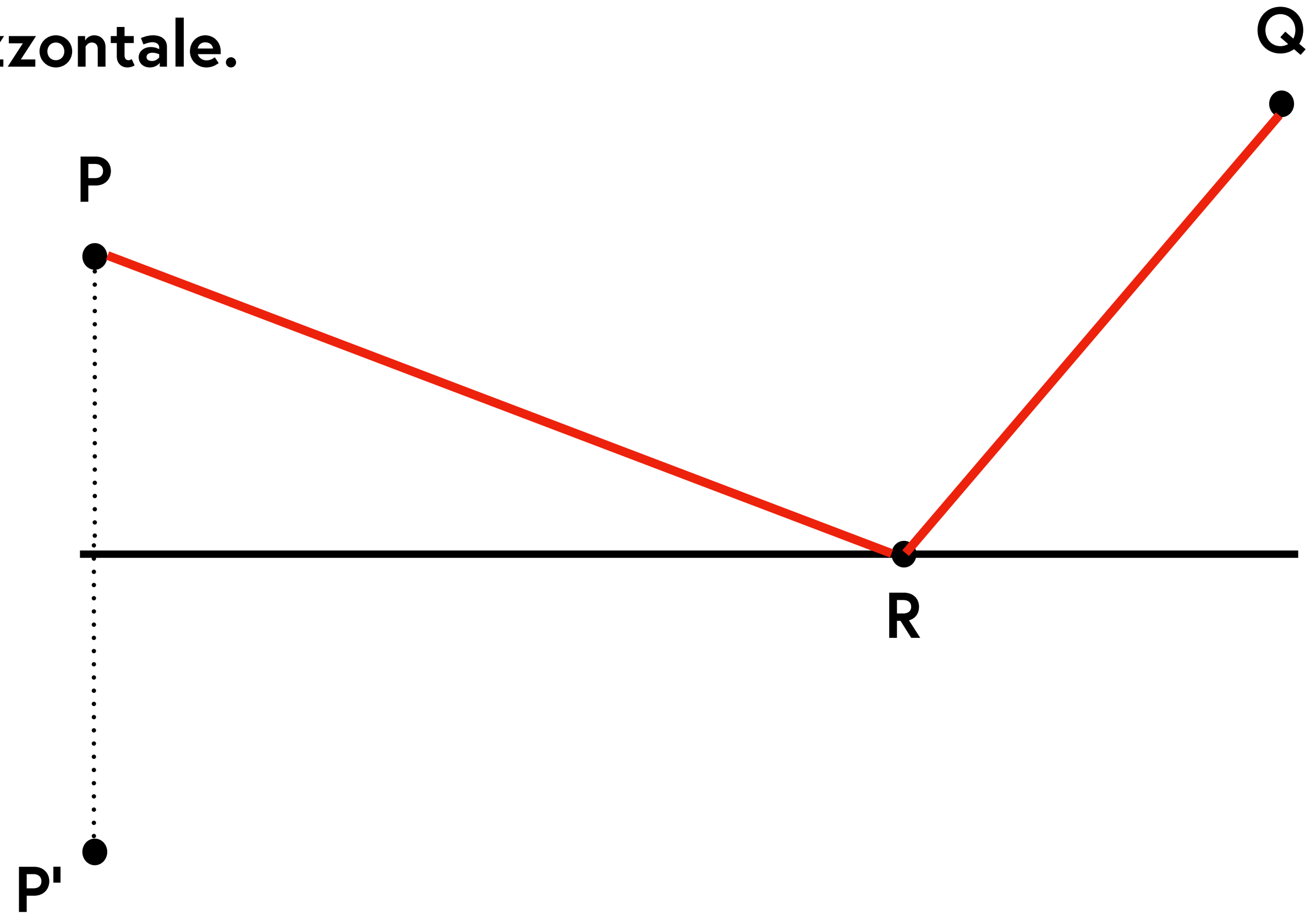


RISPOSTA: D

Dimostrazione.

Consideriamo una traiettoria che passa per un punto arbitrario R nel segmento sul fiume.

Sia P' simmetrico di P rispetto all'asse orizzontale.



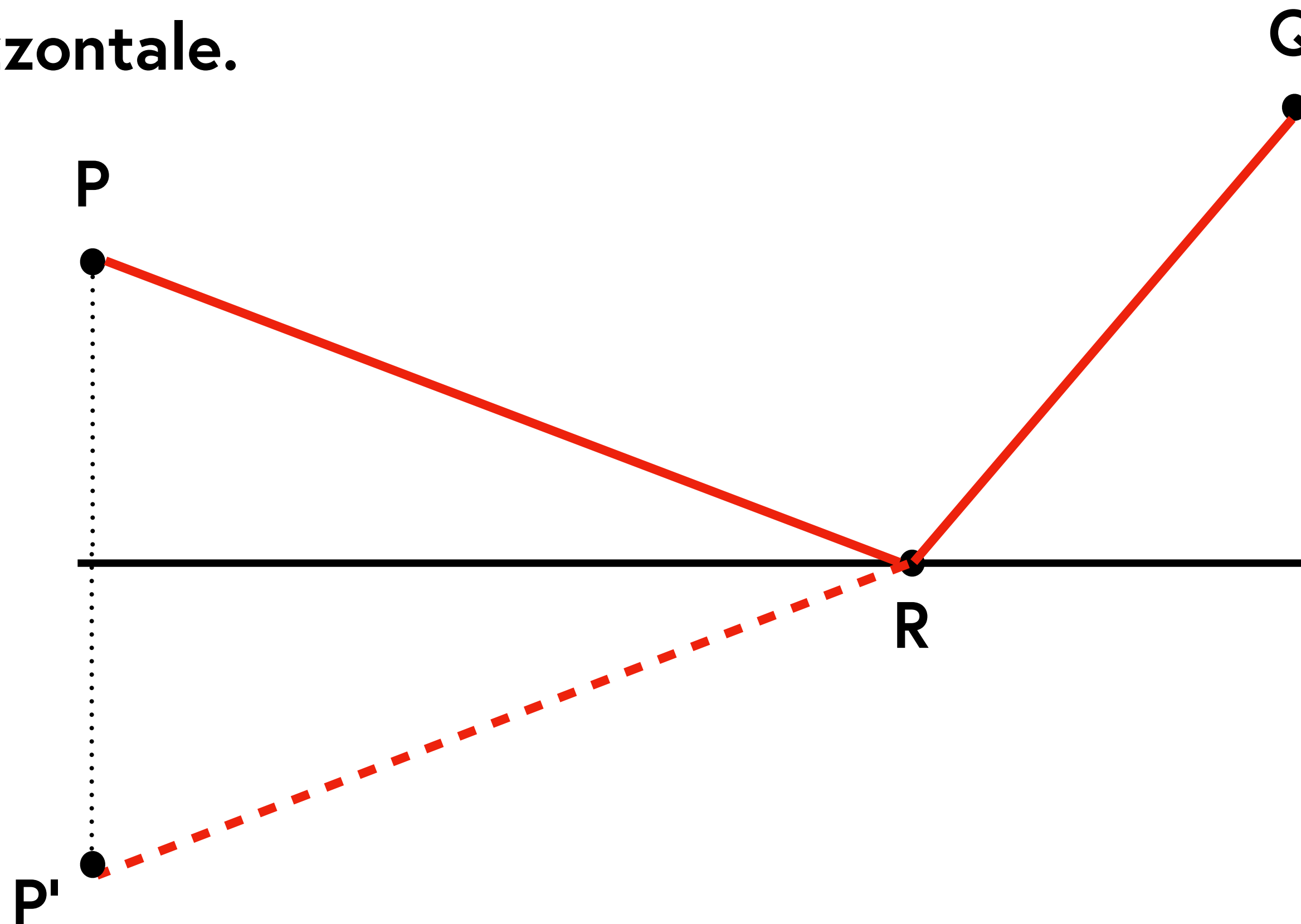
RISPOSTA: **D**

Dimostrazione.

Consideriamo una traiettoria che passa per un punto arbitrario R nel segmento sul fiume.

Sia P' simmetrico di P rispetto all'asse orizzontale.

$$PR + RQ = P'R + RQ$$



RISPOSTA: D

Dimostrazione.

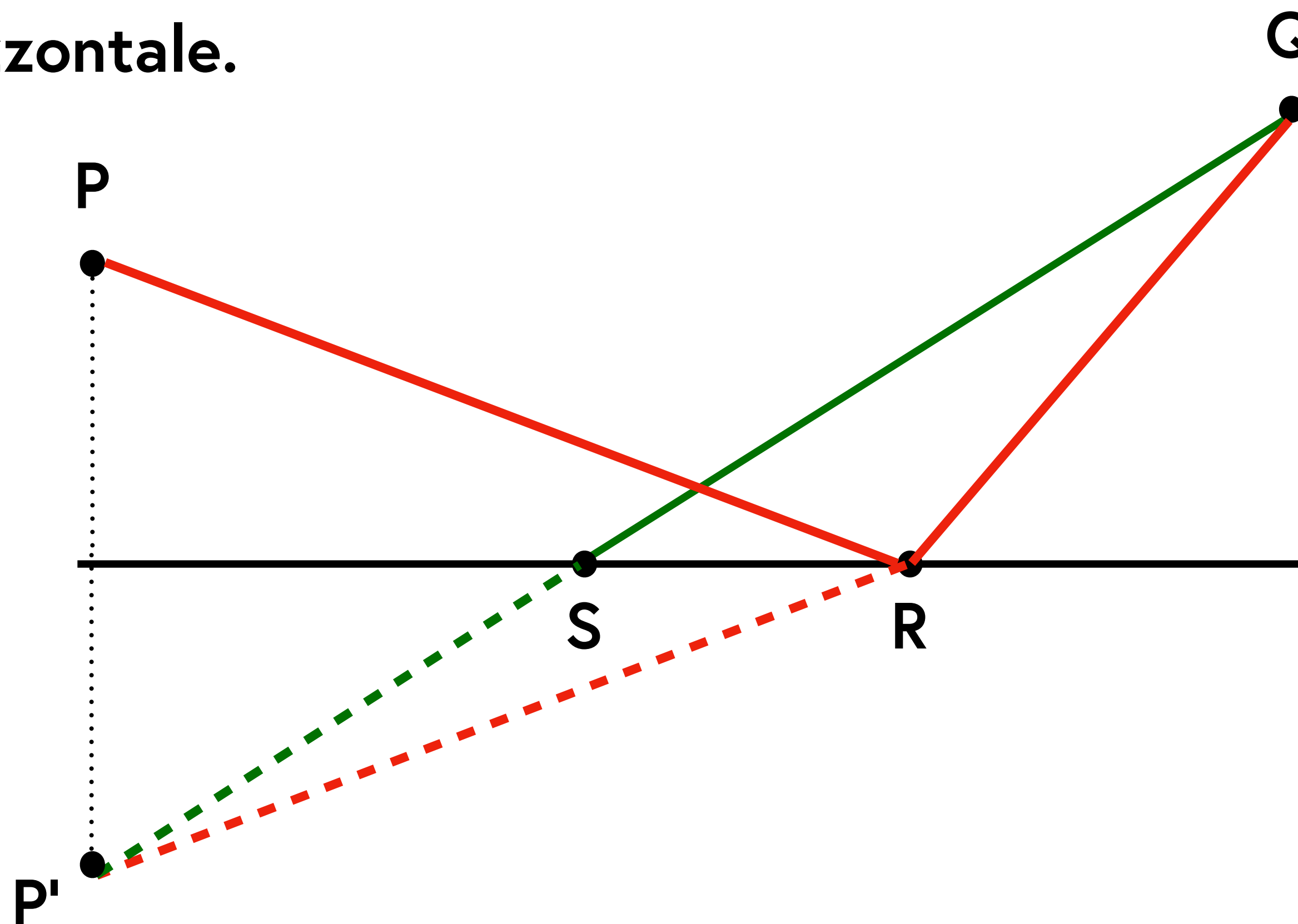
Consideriamo una traiettoria che passa per un punto arbitrario R nel segmento sul fiume.

Sia P' simmetrico di P rispetto all'asse orizzontale.

$$PR + RQ = P'R + RQ$$

$$P'R + RQ \geq P'Q$$

$$P'Q = P'S + SQ$$



RISPOSTA: **D**

Dimostrazione.

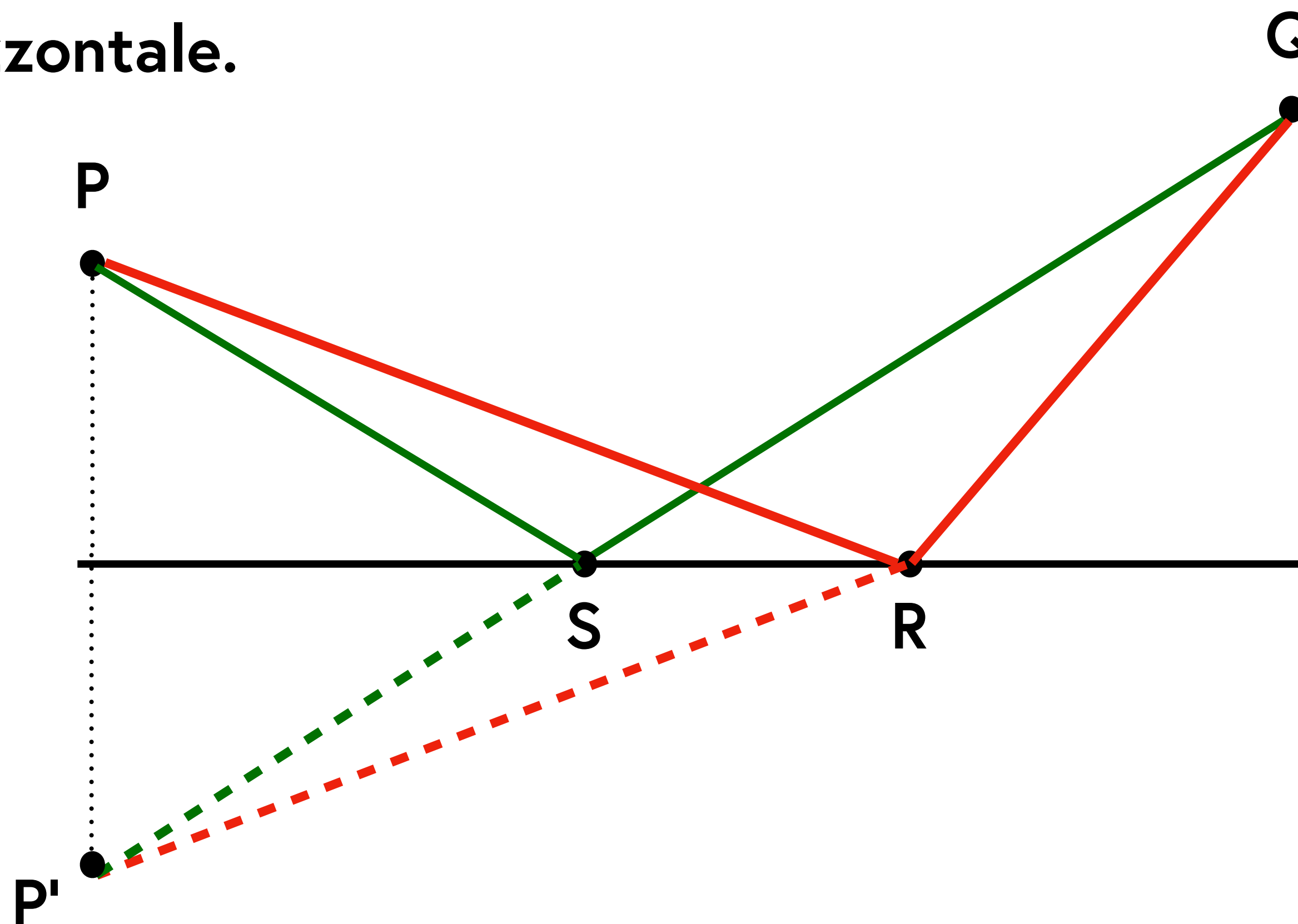
Consideriamo una traiettoria che passa per un punto arbitrario R nel segmento sul fiume.

Sia P' simmetrico di P rispetto all'asse orizzontale.

$$PR + RQ = P'R + RQ$$

$$P'R + RQ \geq P'Q$$

$$P'Q = P'S + SQ = PS + SQ$$



RISPOSTA: D

Dimostrazione.

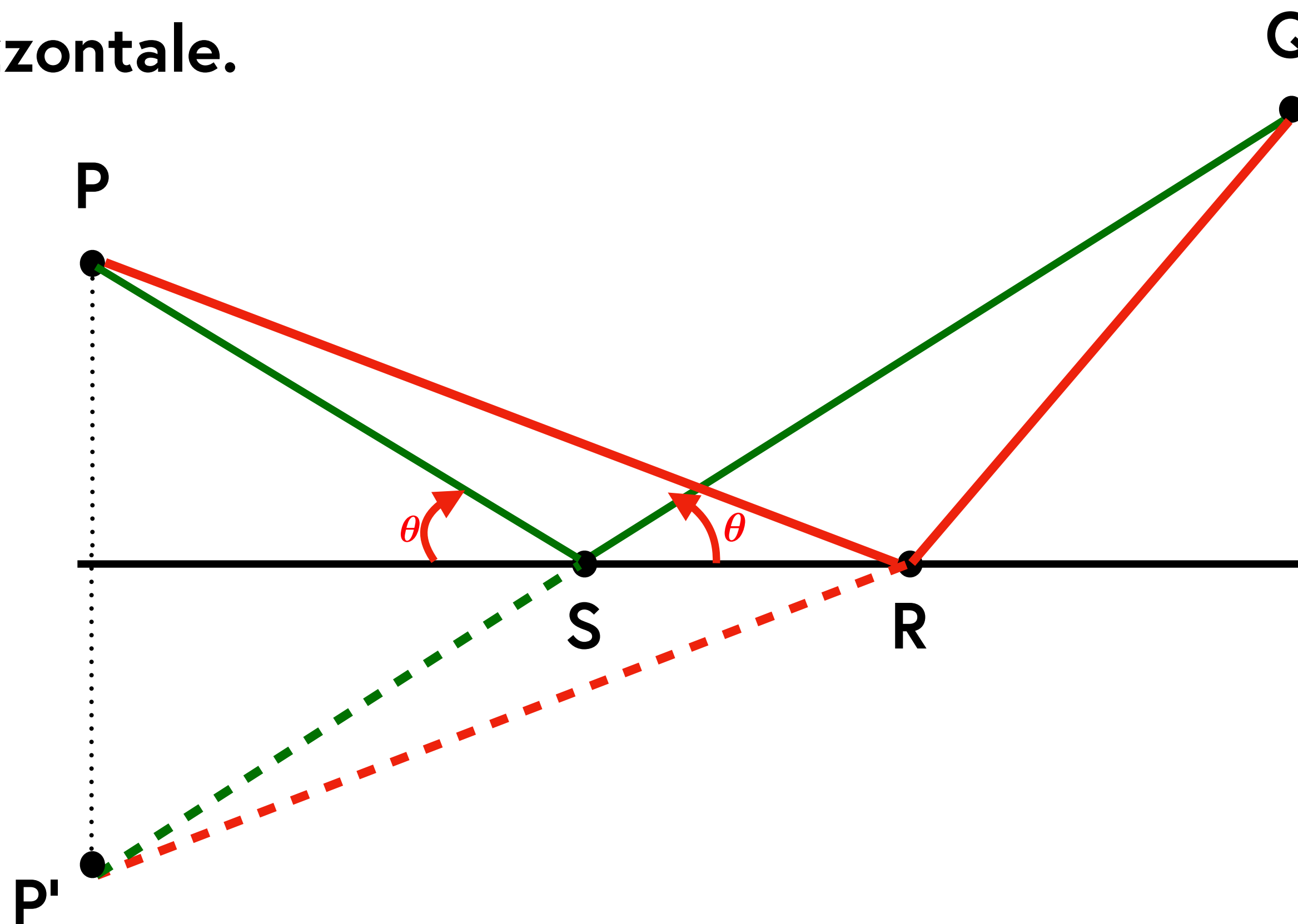
Consideriamo una traiettoria che passa per un punto arbitrario R nel segmento sul fiume.

Sia P' simmetrico di P rispetto all'asse orizzontale.

$$PR + RQ = P'R + RQ$$

$$P'R + RQ \geq P'Q$$

$$P'Q = P'S + SQ = PS + SQ$$



RISPOSTA: **D**

Dimostrazione.

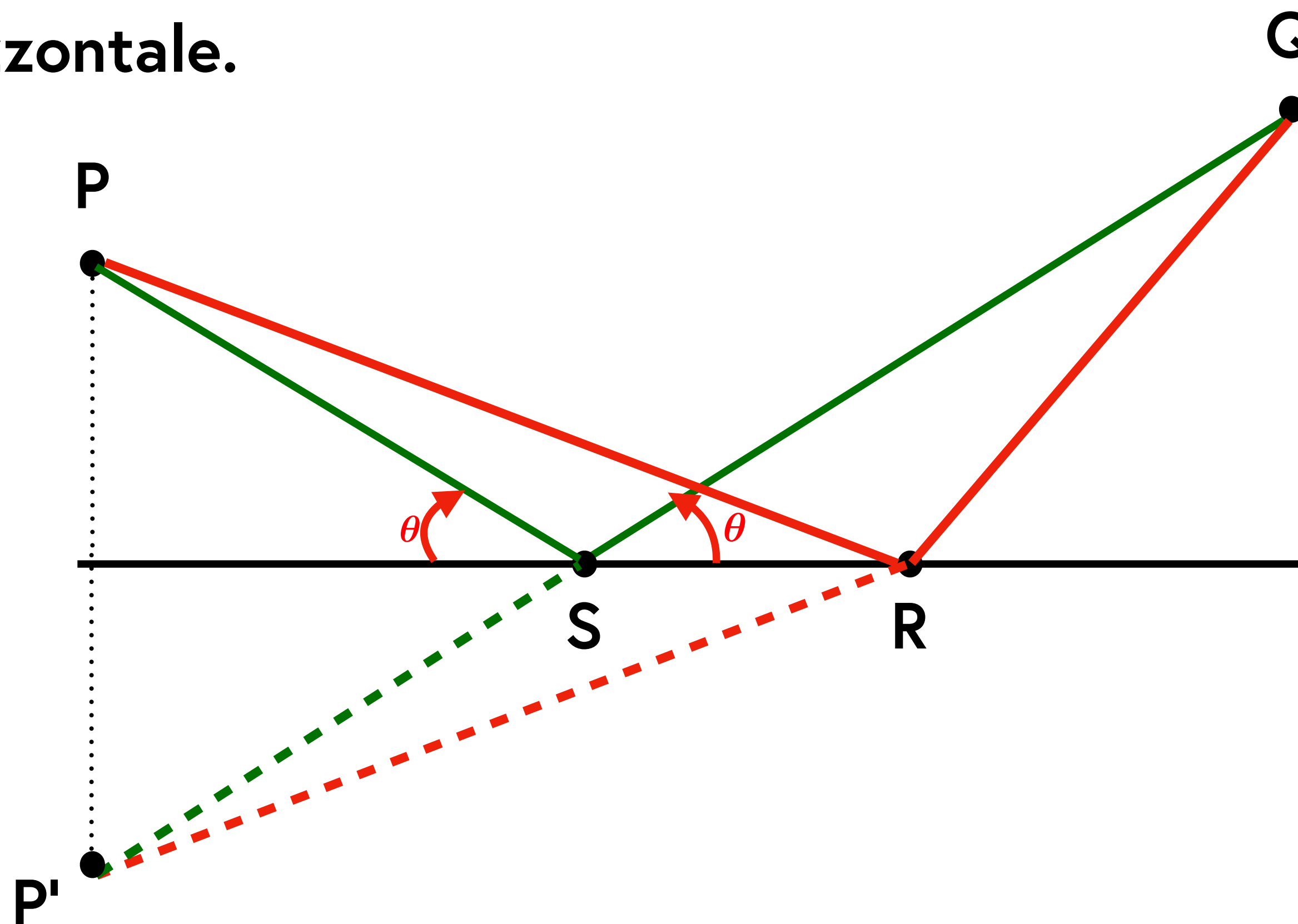
Consideriamo una traiettoria che passa per un punto arbitrario R nel segmento sul fiume.

Sia P' simmetrico di P rispetto all'asse orizzontale.

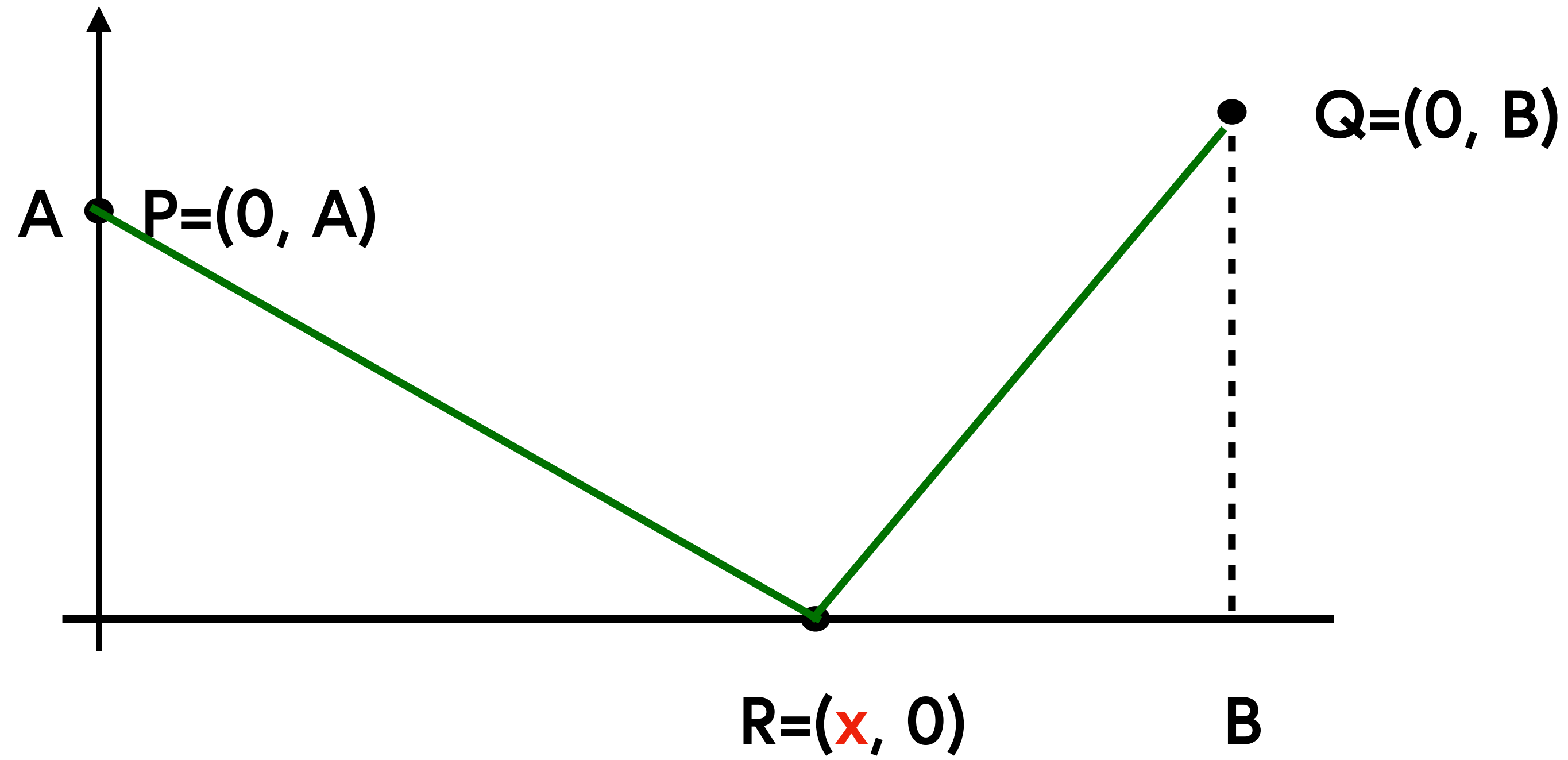
$$PR + RQ = P'R + RQ$$

$$P'R + RQ \geq P'Q$$

$$P'Q = P'S + SQ = PS + SQ$$

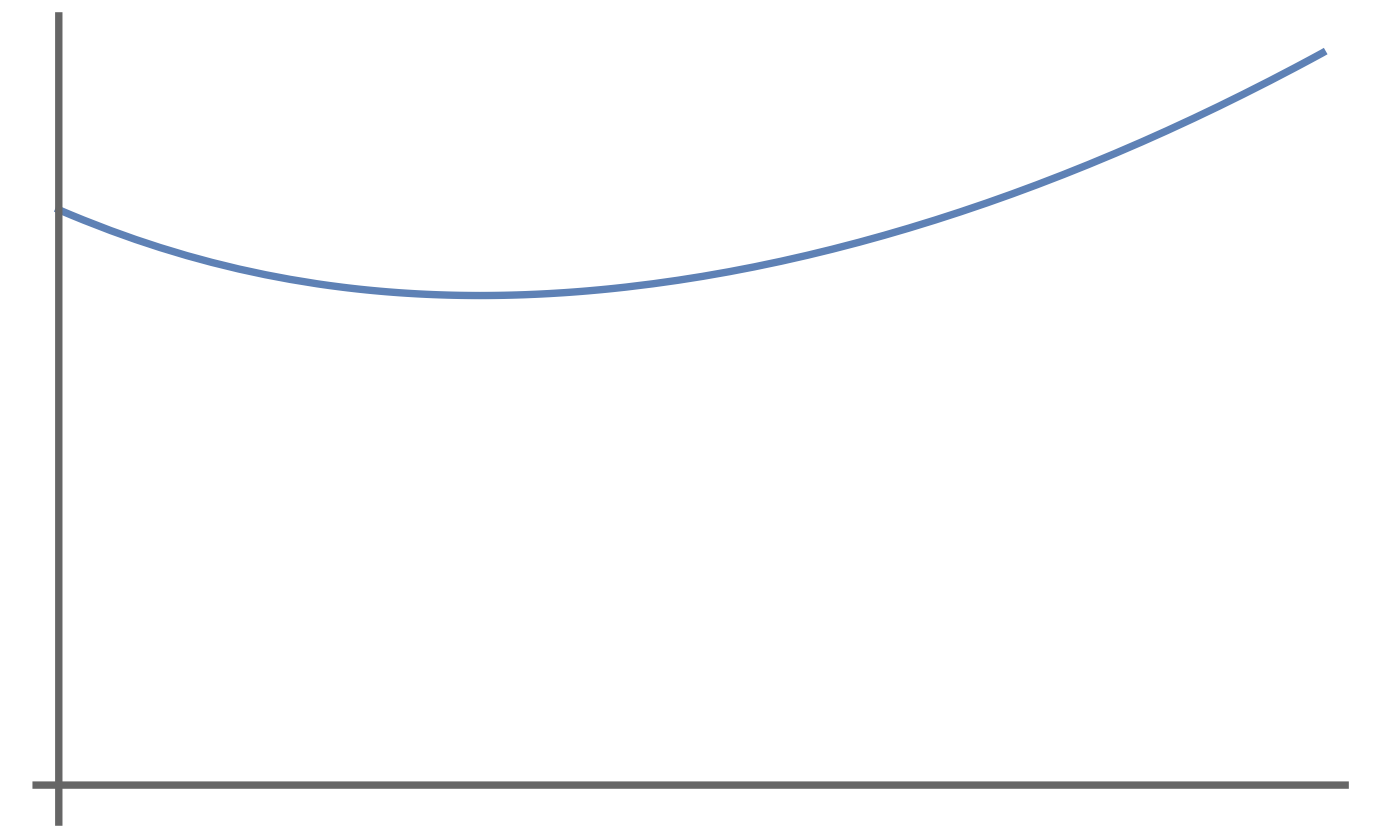


Metodo alternativo



Lunghezza:

$$\sqrt{x^2 + A^2} + \sqrt{(B - x)^2 + B^2} := f(x), x \in [0, B]$$

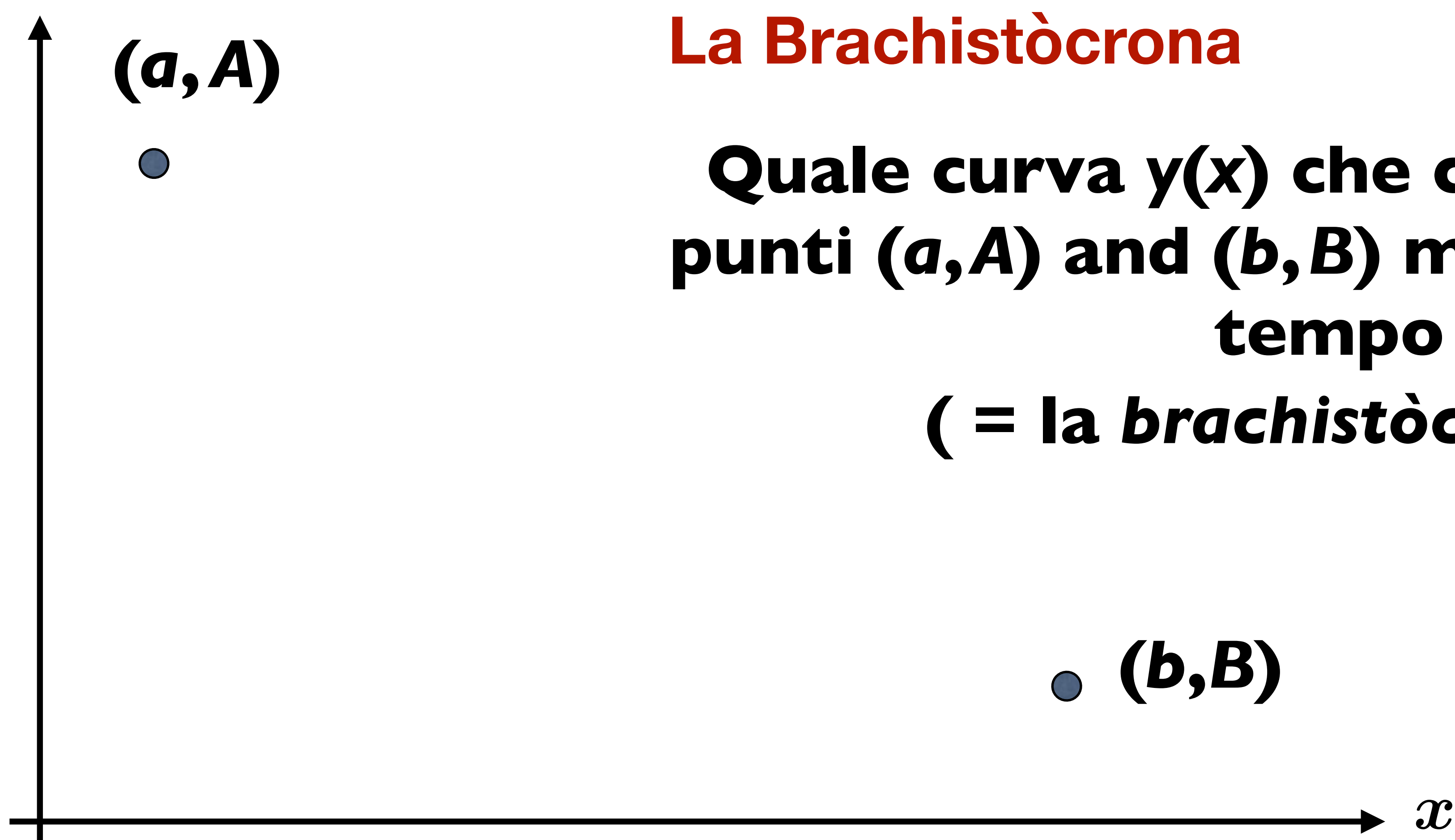


La Brachistòcra



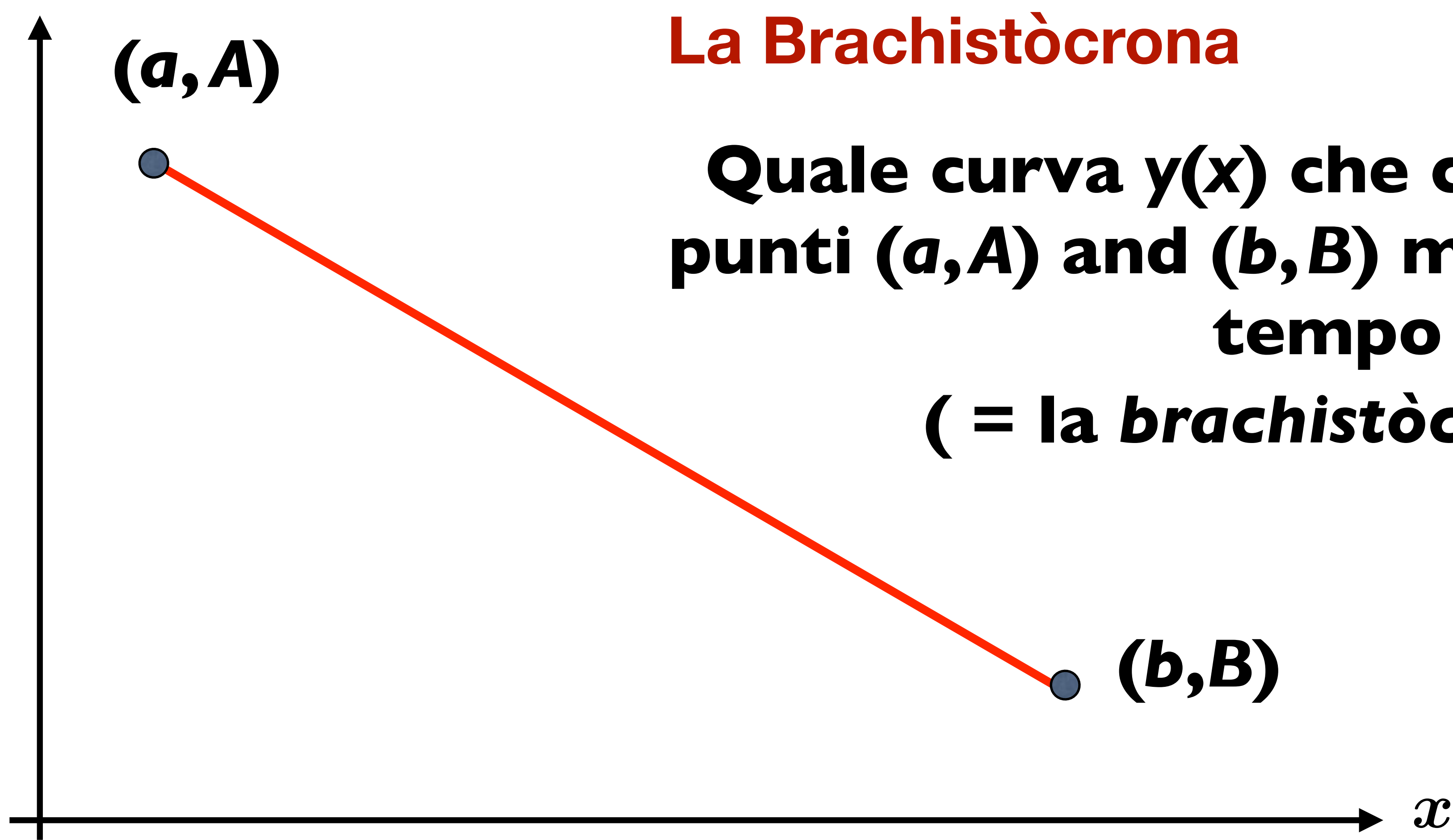
La Brachistòcra

Quale curva $y(x)$ che congiunge i punti (a,A) and (b,B) minimizza il tempo di discesa?
(= la *brachistòcra*)



La Brachistòcra

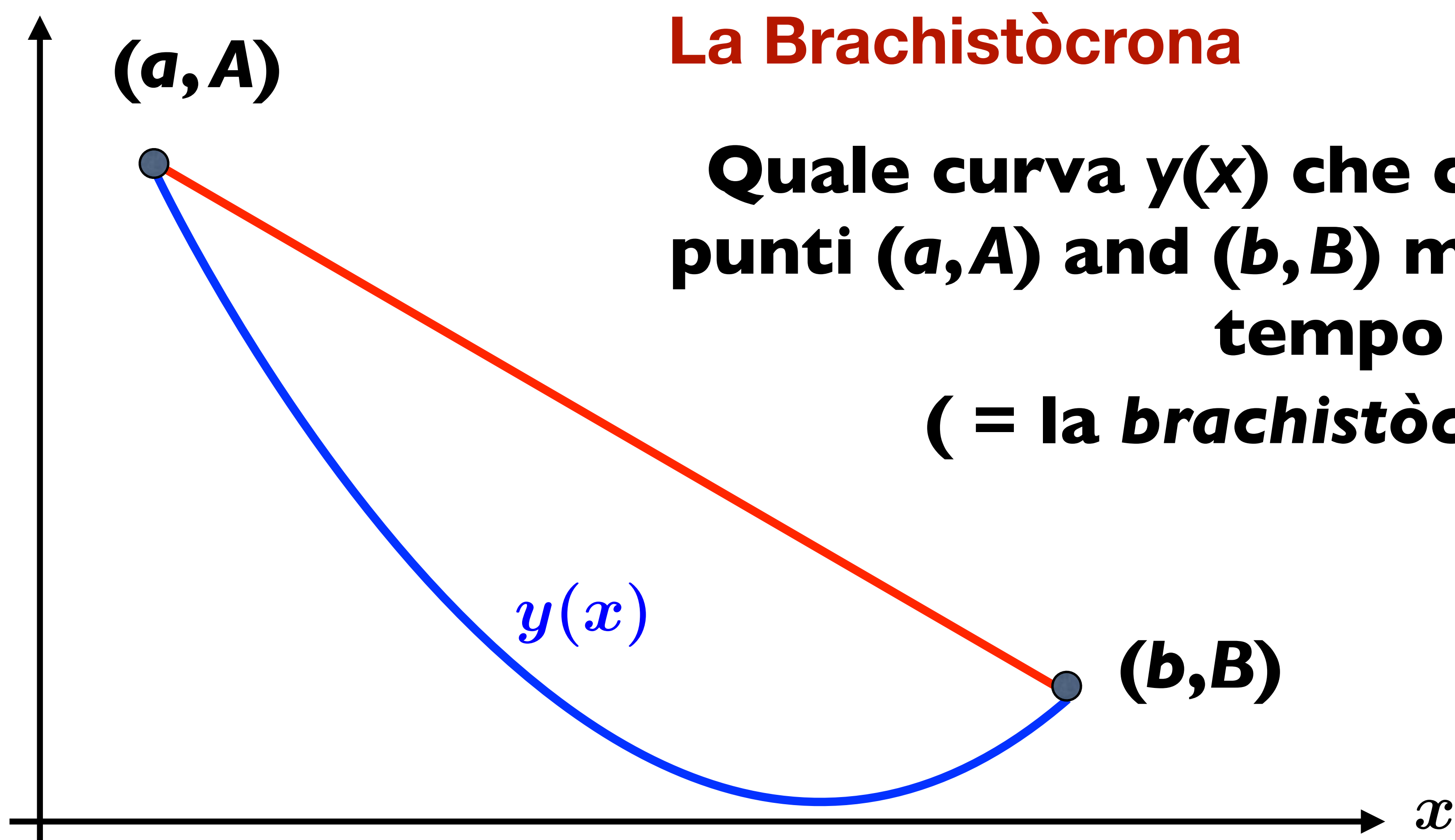
Quale curva $y(x)$ che congiunge i punti (a, A) and (b, B) minimizza il tempo di discesa?
(= la *brachistòcra*)



La Brachistòcra

Quale curva $y(x)$ che congiunge i punti (a, A) and (b, B) minimizza il tempo di discesa?

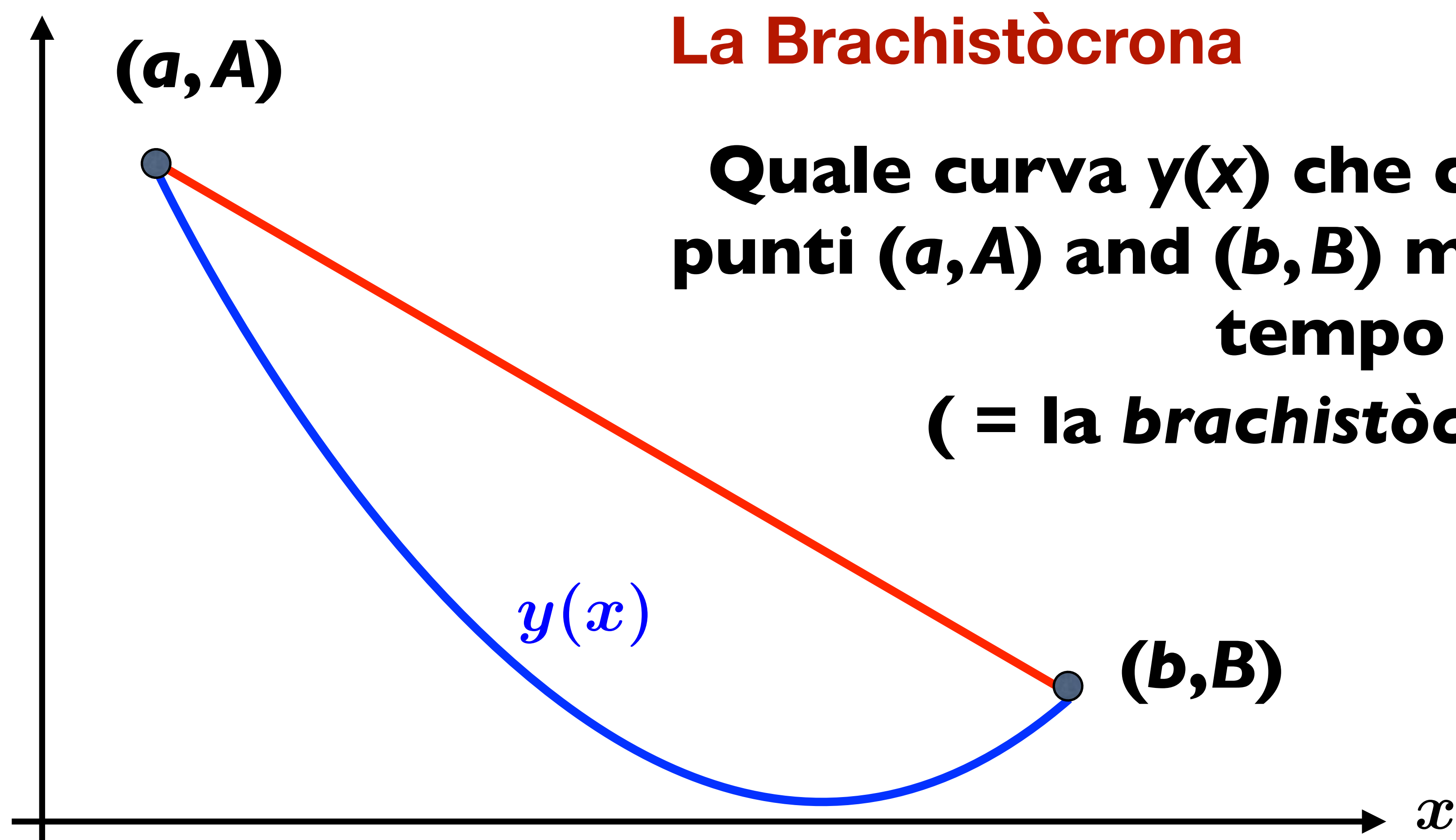
(= la *brachistòcra*)



La Brachistòcra

Quale curva $y(x)$ che congiunge i punti (a, A) and (b, B) minimizza il tempo di discesa?

(= la *brachistòcra*)



Si vuole minimizzare

$$\int_a^b \frac{\sqrt{1 + y'(x)^2}}{\sqrt{y(x) - A}} dx$$

tra tutte le curve $y(x)$ che soddisfano $y(a) = A$, $y(b) = B$

Proviamo ad indovinare...

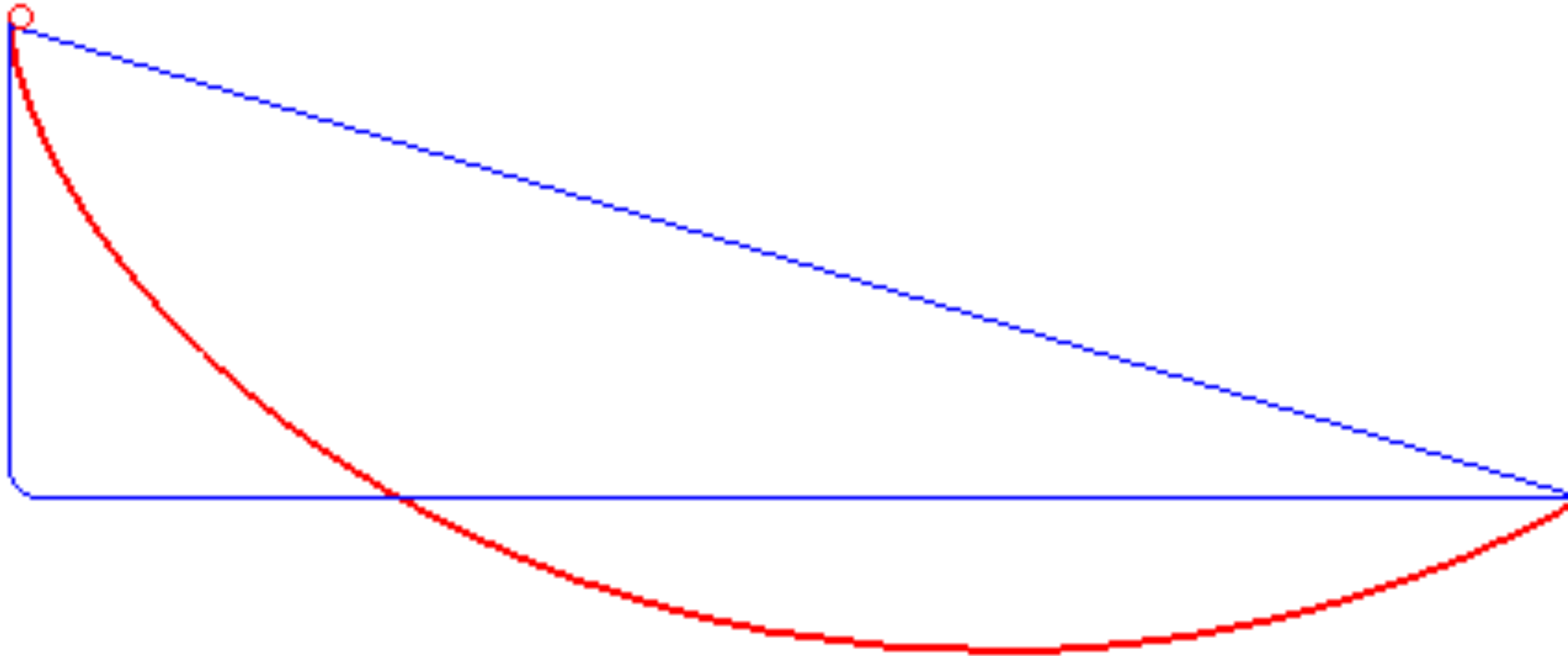


WEB

- 1** Connect to www.wooclap.com/IISVALDAGNO
- 2** You can participate

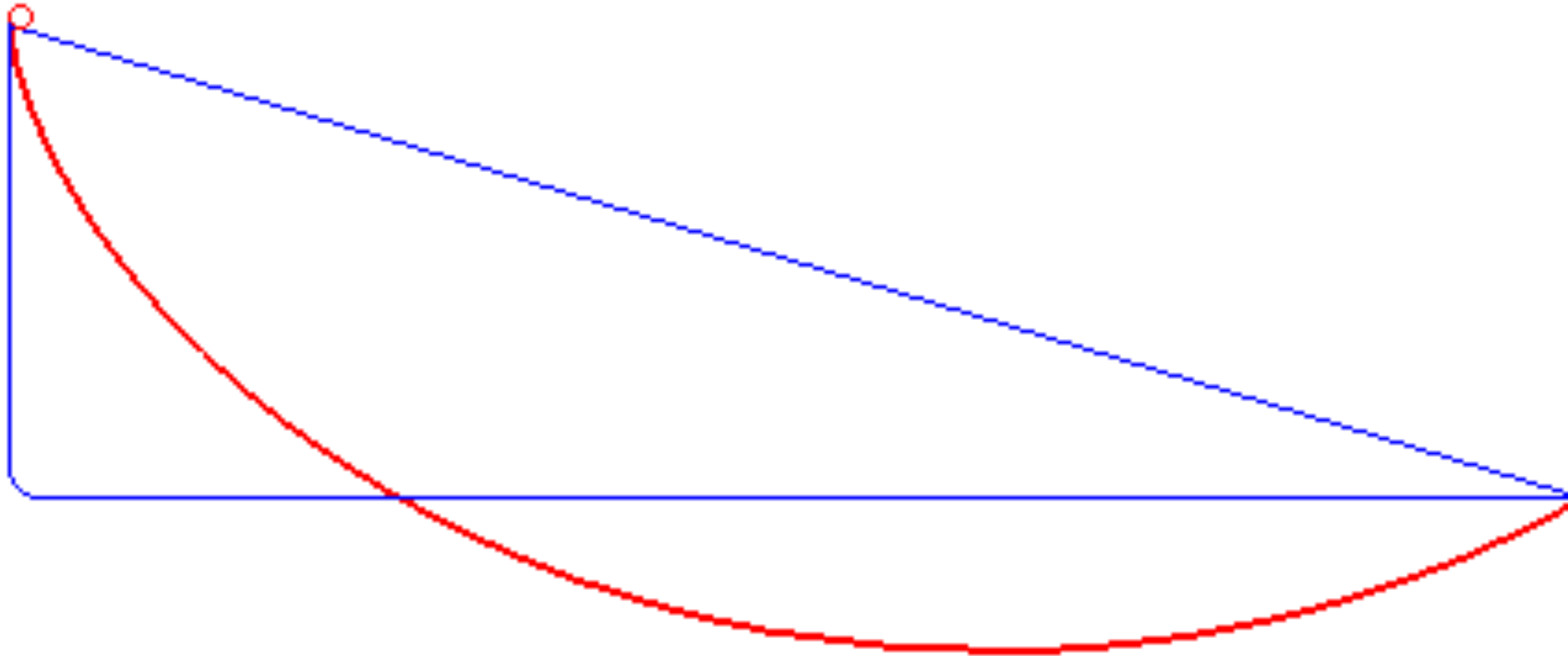
La Brachistòcra

Soluzione? Un arco di cicloide



La Brachistòcra

Soluzione? Un arco di cicloide

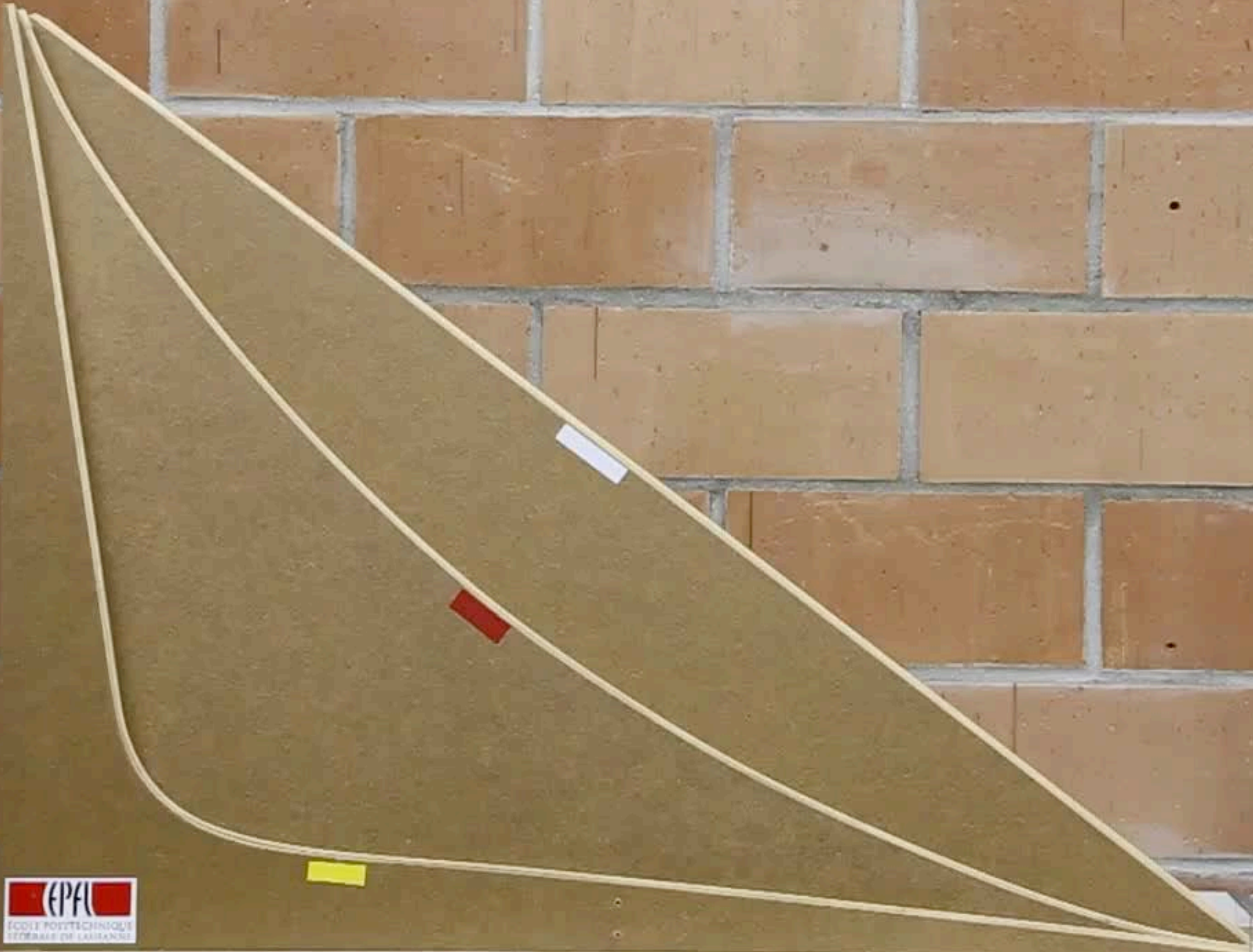




ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

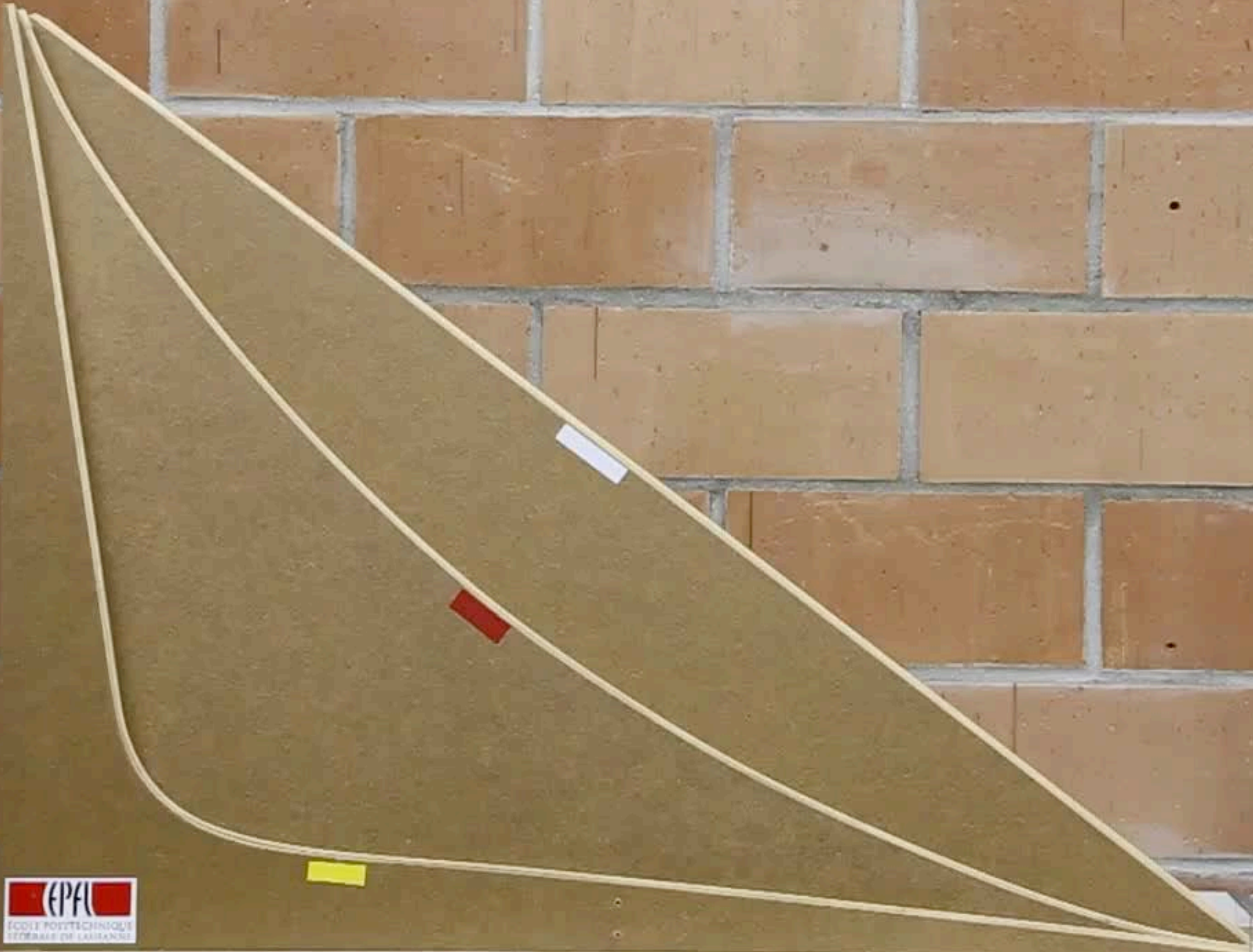


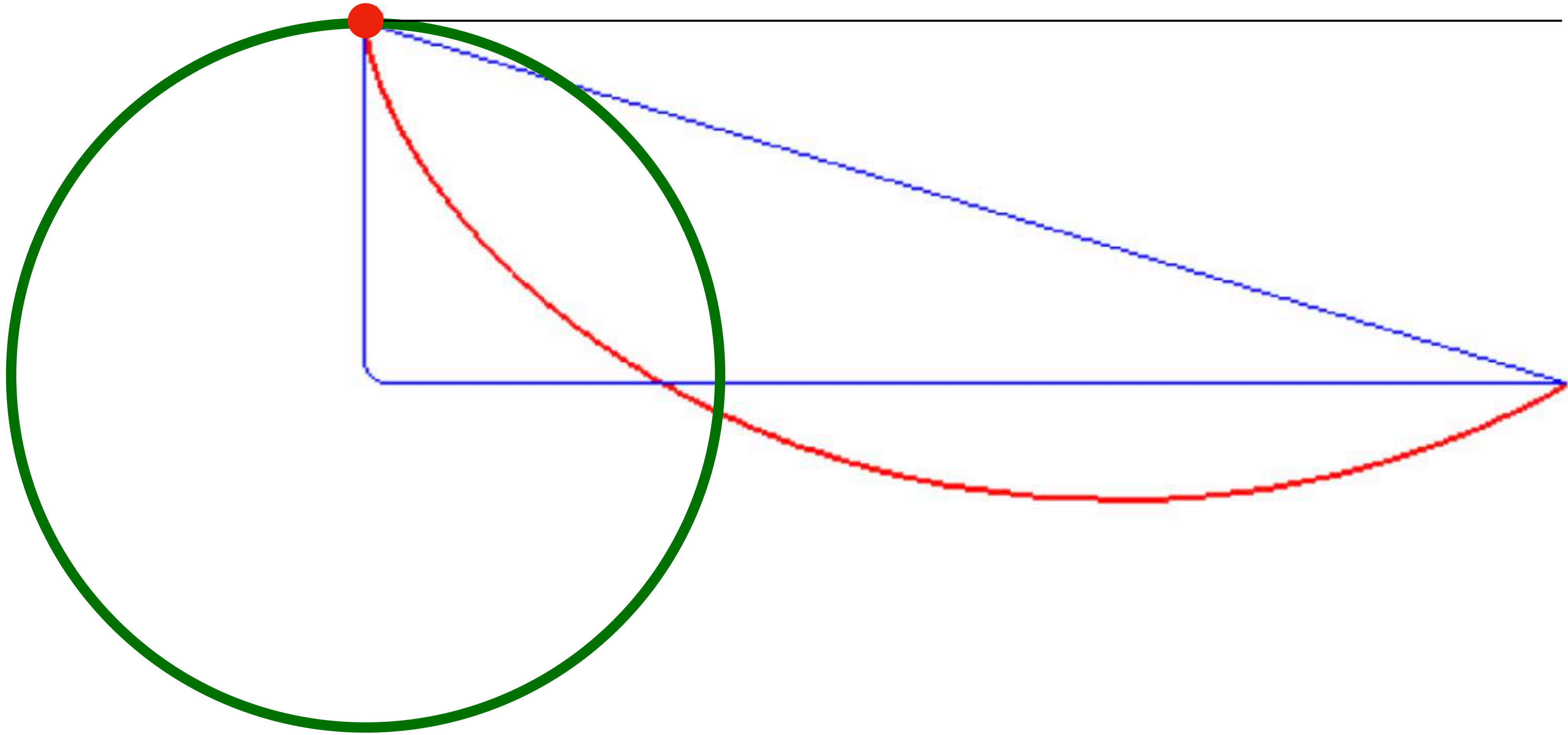


ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

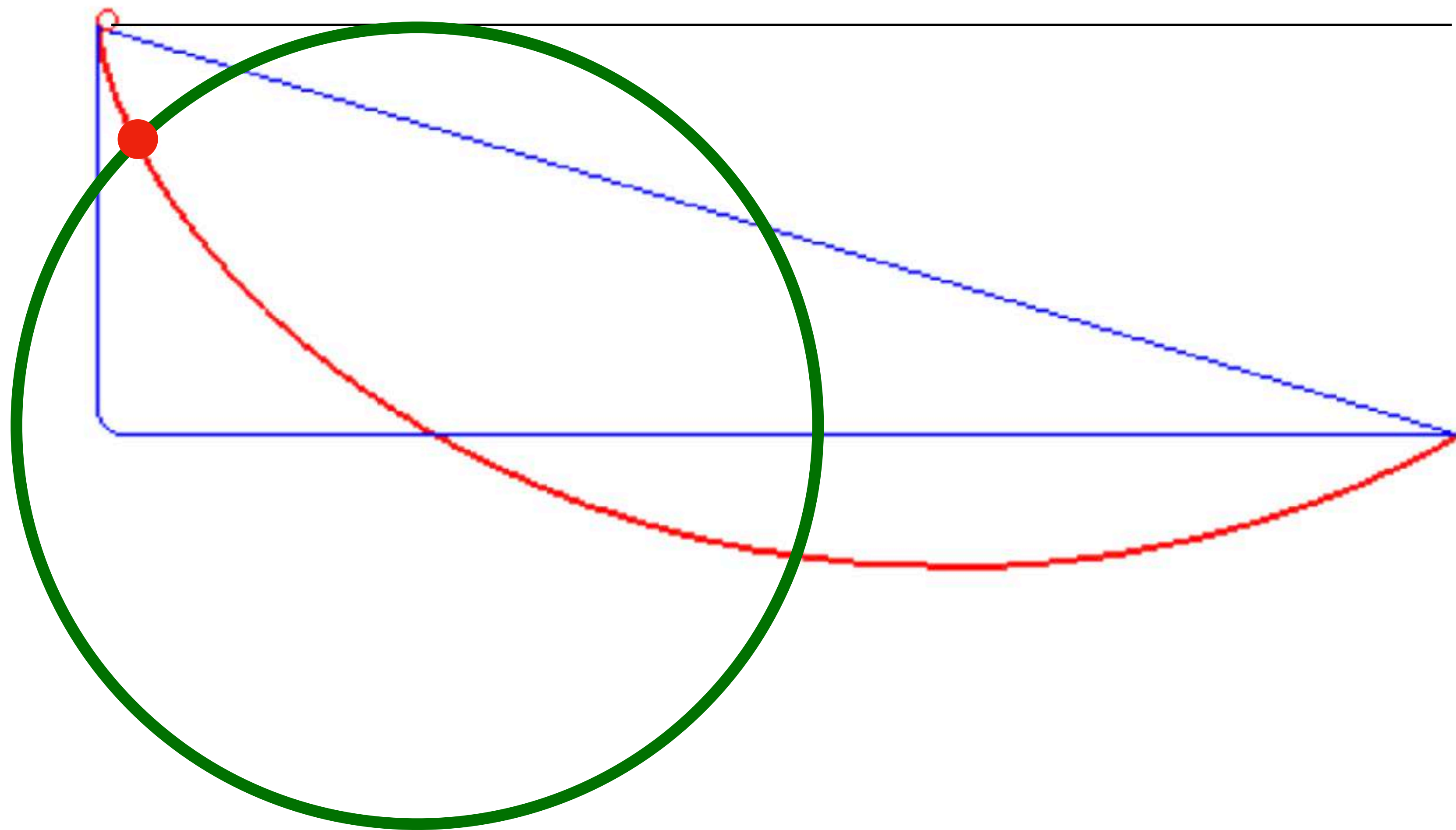


ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

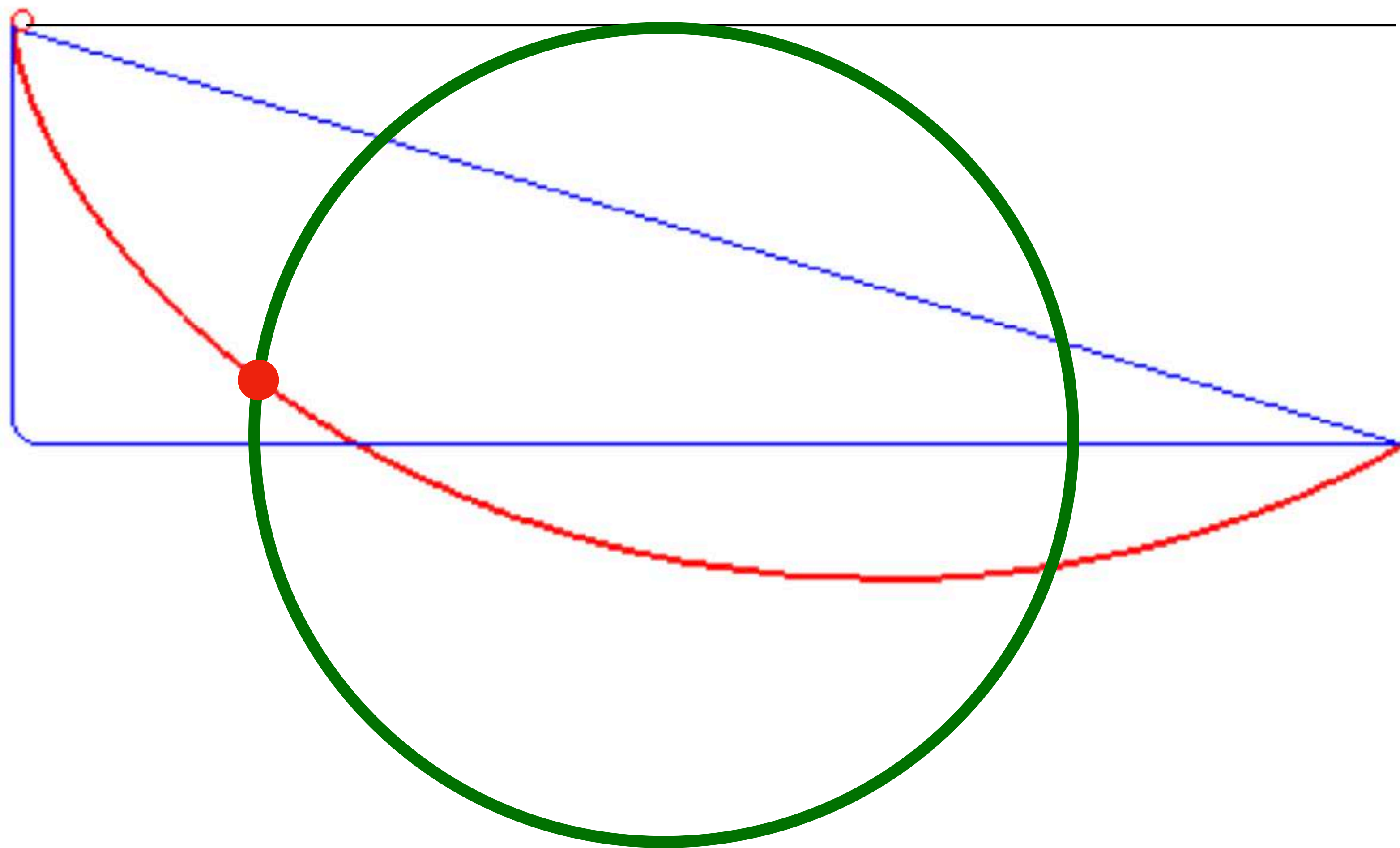




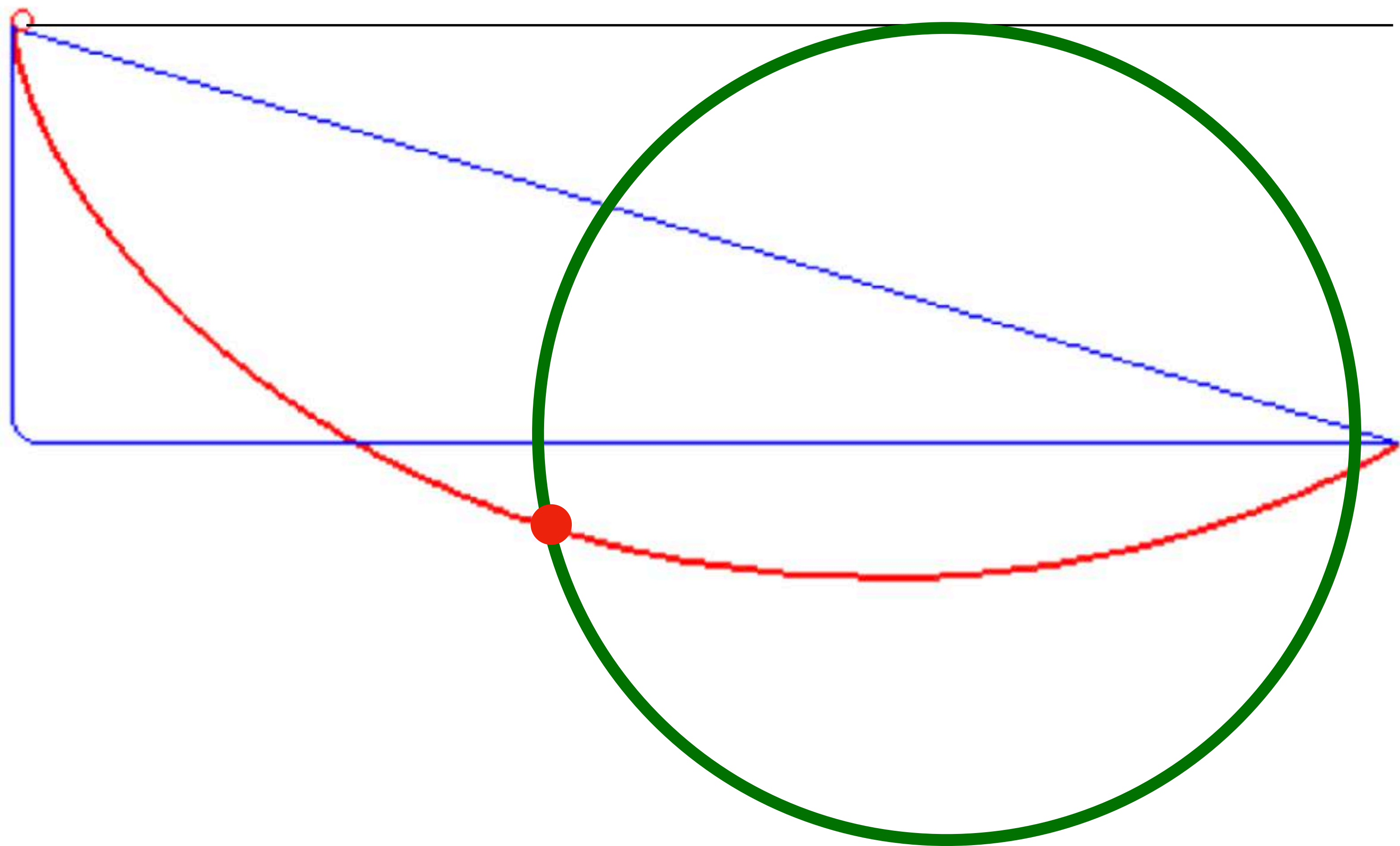
La cicloide



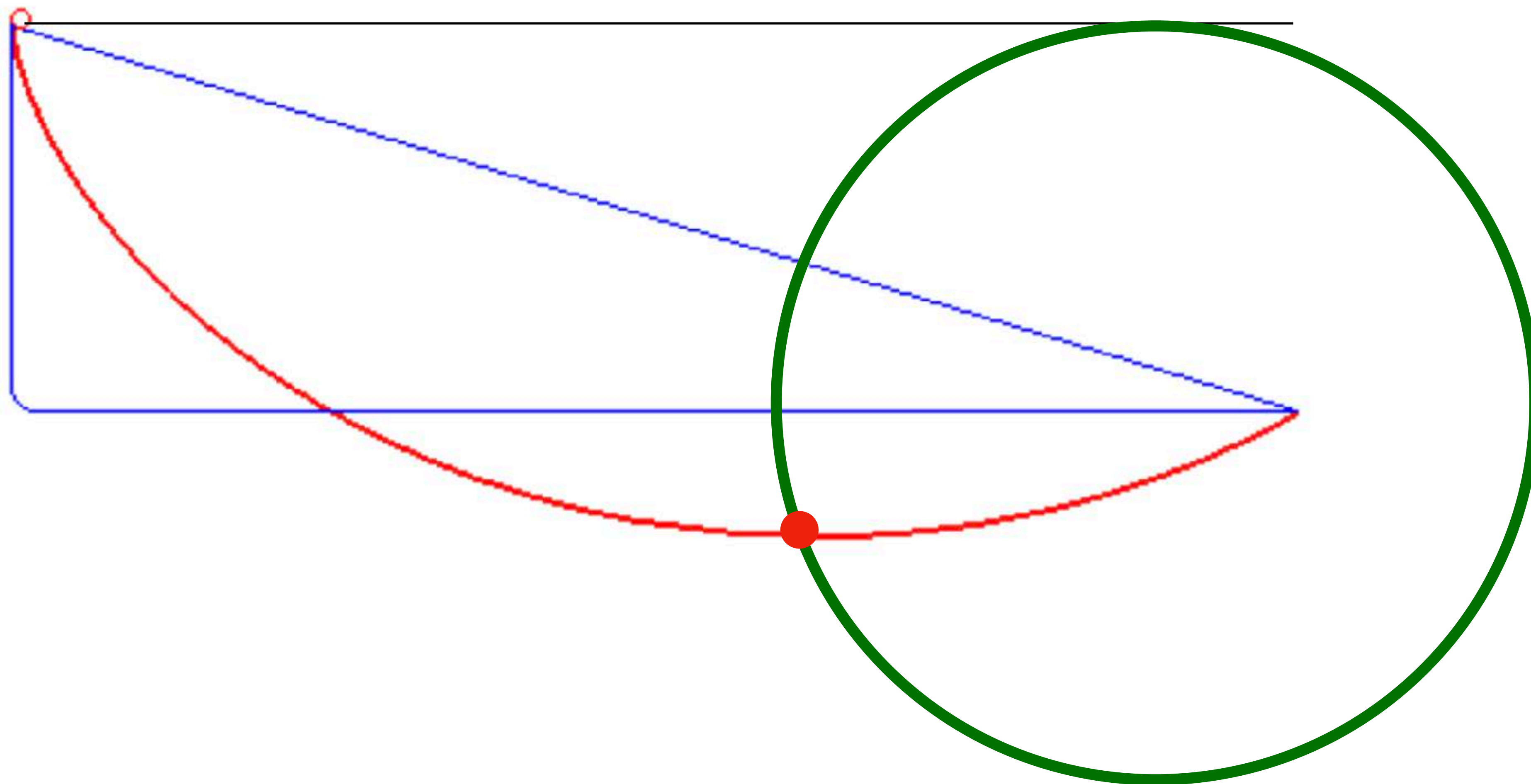
La cicloide



La cicloide



La cicloide



La cicloide

Il calcolo delle variazioni

L'incongnita è una funzione/curva: ottimizzazione sulle curve

Leonhard Euler

1707-1783



Il calcolo delle variazioni

L'incongnita è una funzione/curva: ottimizzazione sulle curve

Leonhard Euler

1707-1783



- **800 pubblicazioni (+ corrispondenze)**

Il calcolo delle variazioni

L'incongnita è una funzione/curva: ottimizzazione sulle curve

Leonhard Euler

1707-1783



- **800 pubblicazioni (+ corrispondenze)**
- **Tra il 1725 e il 1800, Eulero =**

Il calcolo delle variazioni

L'incongnita è una funzione/curva: ottimizzazione sulle curve

Leonhard Euler

1707-1783



- **800 pubblicazioni (+ corrispondenze)**
- **Tra il 1725 e il 1800, Eulero =**

$$\frac{1}{3} (\text{mat} + \text{fis. mat} + \text{ing. mecc})$$

Il calcolo delle variazioni

L'incongnita è una funzione/curva: ottimizzazione sulle curve

Leonhard Euler

1707-1783



- **800 pubblicazioni (+ corrispondenze)**
- **Tra il 1725 e il 1800, Eulero =**

$$\frac{1}{3} (\text{mat} + \text{fis. mat} + \text{ing. mecc})$$

- **non vedente dal 1771**

Il calcolo delle variazioni

L'incongnita è una funzione/curva: ottimizzazione sulle curve

Leonhard Euler

1707-1783



- **800 pubblicazioni (+ corrispondenze)**
- **Tra il 1725 e il 1800, Eulero =**

$$\frac{1}{3} (\text{mat} + \text{fis. mat} + \text{ing. mecc})$$

- **non vedente dal 1771**
- **una pubblicazione a settimana nel 1775**

Il calcolo delle variazioni

L'incongnita è una funzione/curva: ottimizzazione sulle curve

Leonhard Euler

1707-1783



- **800 pubblicazioni (+ corrispondenze)**
- **Tra il 1725 e il 1800, Eulero =**

$$\frac{1}{3} (\text{mat} + \text{fis. mat} + \text{ing. mecc})$$

- **non vedente dal 1771**
- **una pubblicazione a settimana nel 1775**
- **13 figli (solo 5 sopravvissero)**

Tre equazioni nella carriera di Eulero

Tre equazioni nella carriera di Eulero

$$A) \quad 1 + 1/4 + 1/9 + 1/16 + \dots + 1/k^2 + \dots = \boxed{?}$$

Tre equazioni nella carriera di Eulero

$$A) 1 + 1/4 + 1/9 + 1/16 + \dots + 1/k^2 + \dots = \pi^2/6$$

Tre equazioni nella carriera di Eulero

$$A) 1 + 1/4 + 1/9 + 1/16 + \dots + 1/k^2 + \dots = \pi^2/6$$

$$B) e^{\pi i} = -1$$

Tre equazioni nella carriera di Eulero

$$A) 1 + 1/4 + 1/9 + 1/16 + \dots + 1/k^2 + \dots = \pi^2/6$$

$$B) e^{\pi i} = -1$$

C) Equazione di Eulero in ottimizzazione sulle curve

Tre equazioni nella carriera di Eulero

$$A) 1 + 1/4 + 1/9 + 1/16 + \dots + 1/k^2 + \dots = \pi^2/6$$

$$B) e^{\pi i} = -1$$

C) Equazione di Eulero in ottimizzazione sulle curve

= calcolo delle variazioni



Eulero

- **un grande uomo, un genio, generoso e modesto**



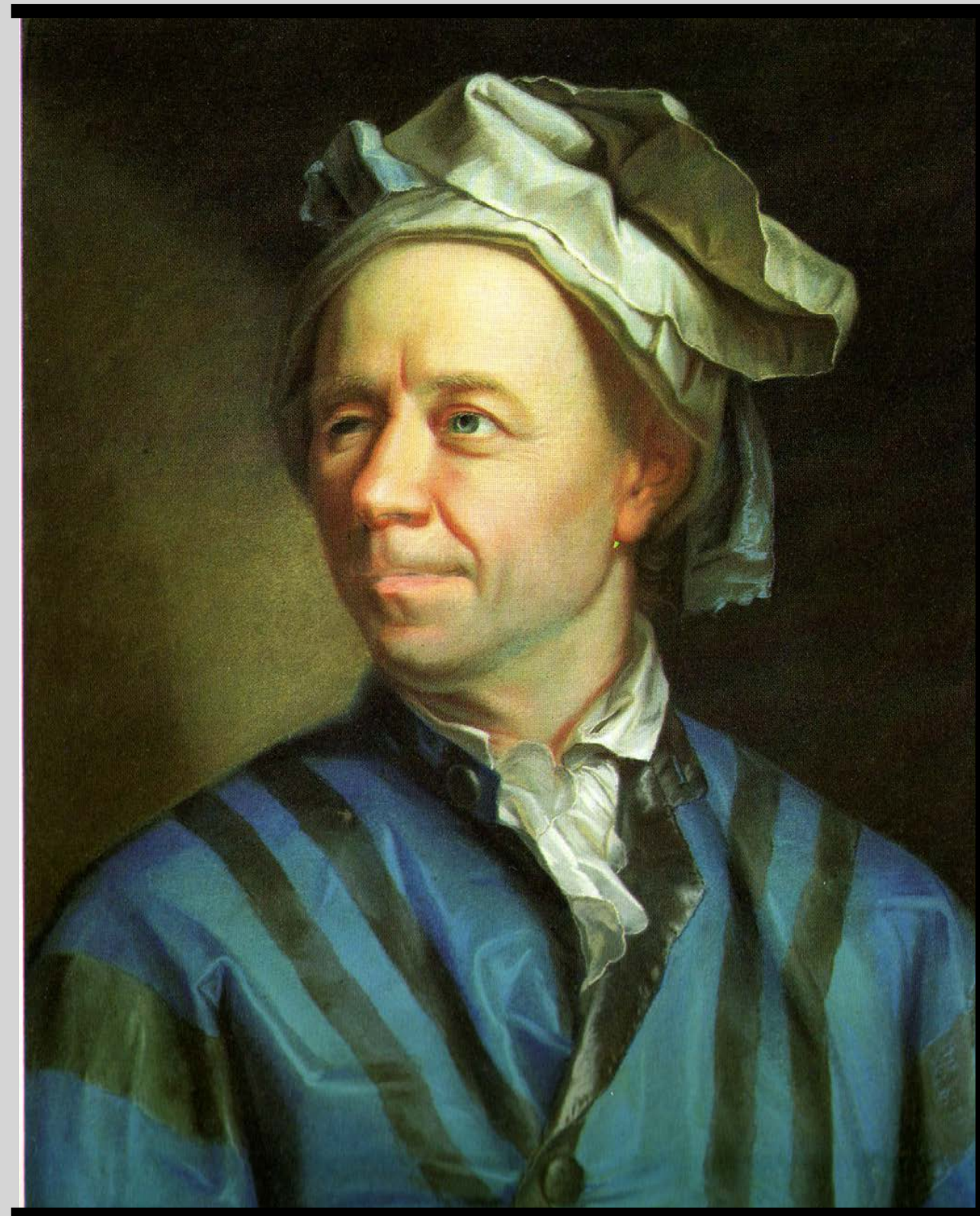
Eulero

- **un grande uomo, un genio, generoso e modesto**
- ***Euler è stato il primo a citare gli altri con apprezzamento*** (Truesdell)



Eulero

- **un grande uomo, un genio, generoso e modesto**
- ***Euler è stato il primo a citare gli altri con apprezzamento*** (Truesdell)

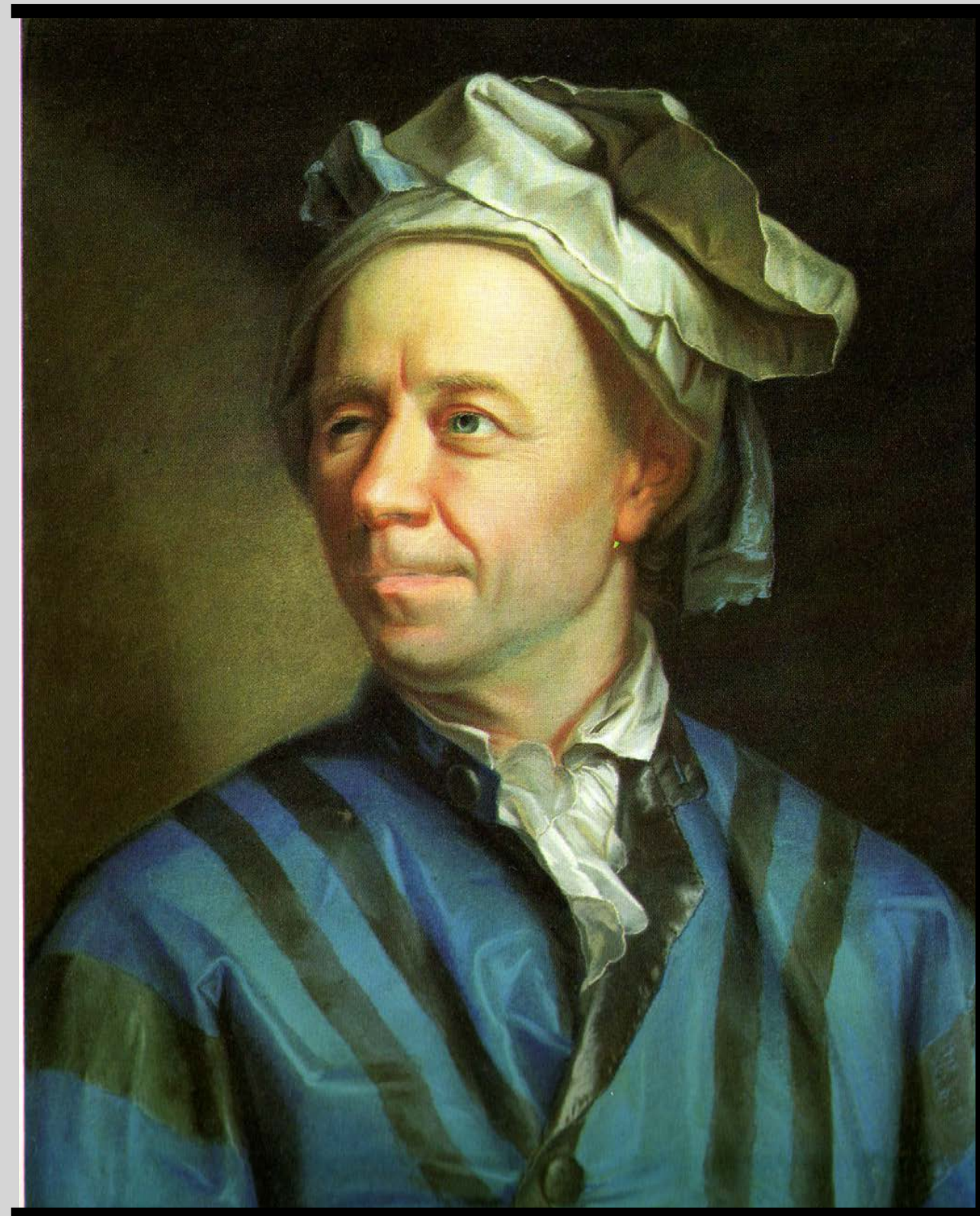


Eulero

**Muore nel Settembre
1783 a San-Pietroburgo
all'età di 76 anni**

R.
T.
P.

- un grande uomo, un genio, generoso e modesto
- *Euler è stato il primo a citare gli altri con apprezzamento* (Truesdell)



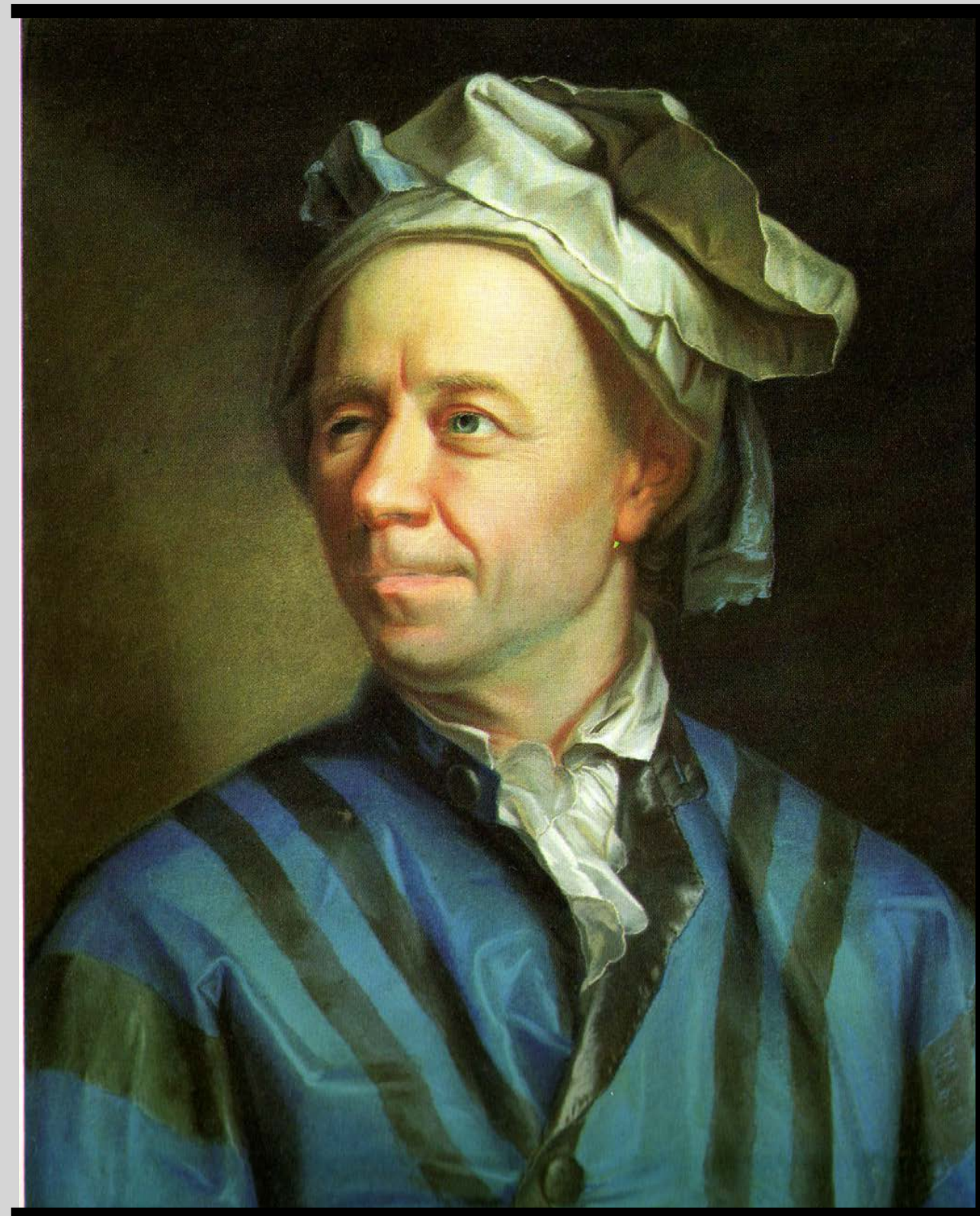
Eulero

**Muore nel Settembre
1783 a San-Pietroburgo
all'età di 76 anni**

R.
T.
P.

L'ultimo giorno :

- un grande uomo, un genio, generoso e modesto
- *Euler è stato il primo a citare gli altri con apprezzamento* (Truesdell)



Eulero

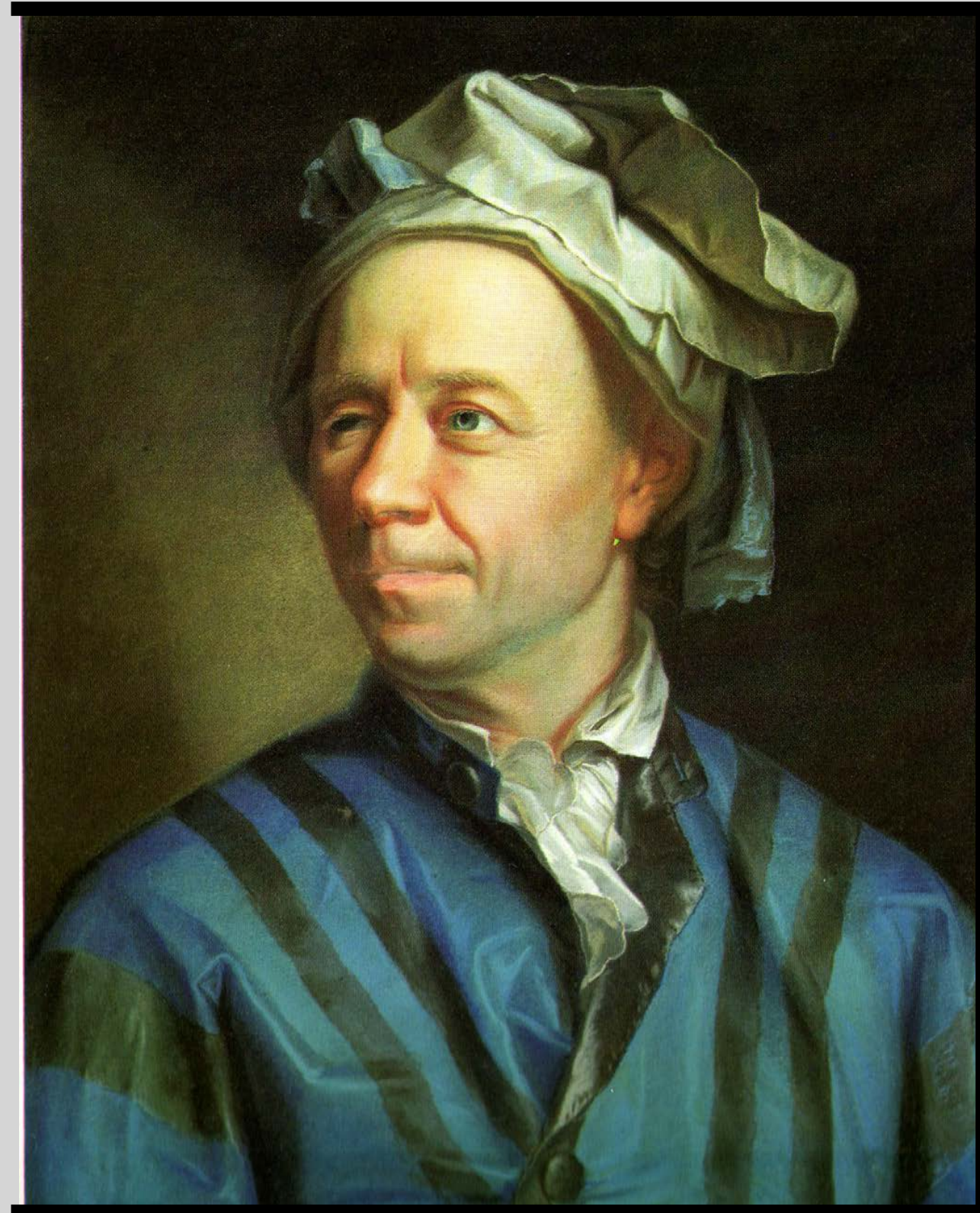
**Muore nel Settembre
1783 a San-Pietroburgo
all'età di 76 anni**

*R.
T.
P.*

L'ultimo giorno :

- **mattina : modello di mongolfiera (di recente invenzione)**

- **un grande uomo, un genio, generoso e modesto**
- ***Euler è stato il primo a citare gli altri con apprezzamento*** (Truesdell)



Eulero

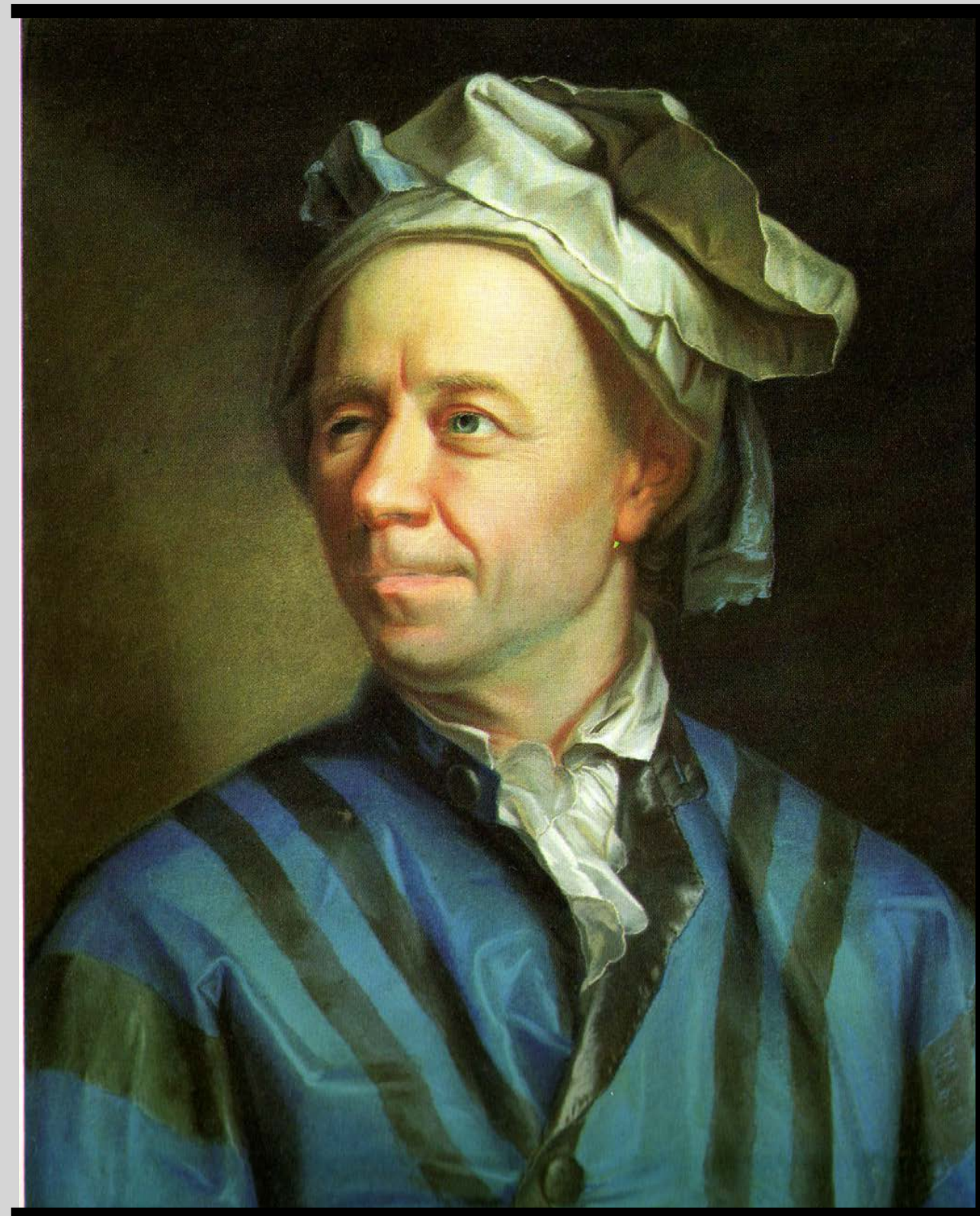
**Muore nel Settembre
1783 a San-Pietroburgo
all'età di 76 anni**

*R.
T.
P.*

L'ultimo giorno :

- **mattina : modello di mongolfiera (di recente invenzione)**
- **pomeriggio : calcolo delle orbite di Urano (scoperto di recente)**

- **un grande uomo, un genio, generoso e modesto**
- ***Euler è stato il primo a citare gli altri con apprezzamento*** (Truesdell)



Eulero

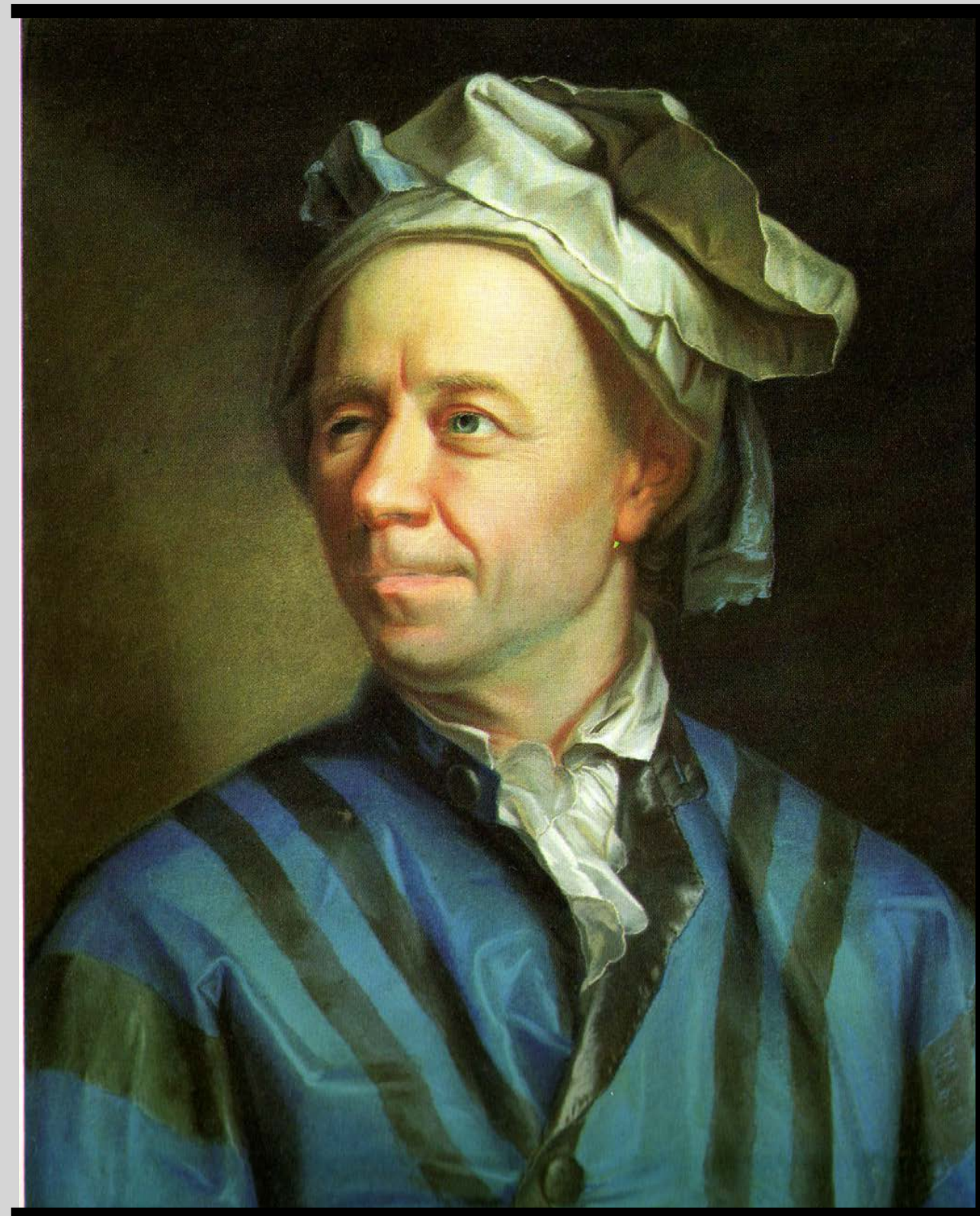
**Muore nel Settembre
1783 a San-Pietroburgo
all'età di 76 anni**

*R.
T.
P.*

L'ultimo giorno :

- **mattina : modello di mongolfiera (di recente invenzione)**
- **pomeriggio : calcolo delle orbite di Urano (scoperto di recente)**
- **sera : infarto, morte improvvisa**

- **un grande uomo, un genio, generoso e modesto**
- ***Euler è stato il primo a citare gli altri con apprezzamento*** (Truesdell)



Eulero

**Muore nel Settembre
1783 a San-Pietroburgo
all'età di 76 anni**

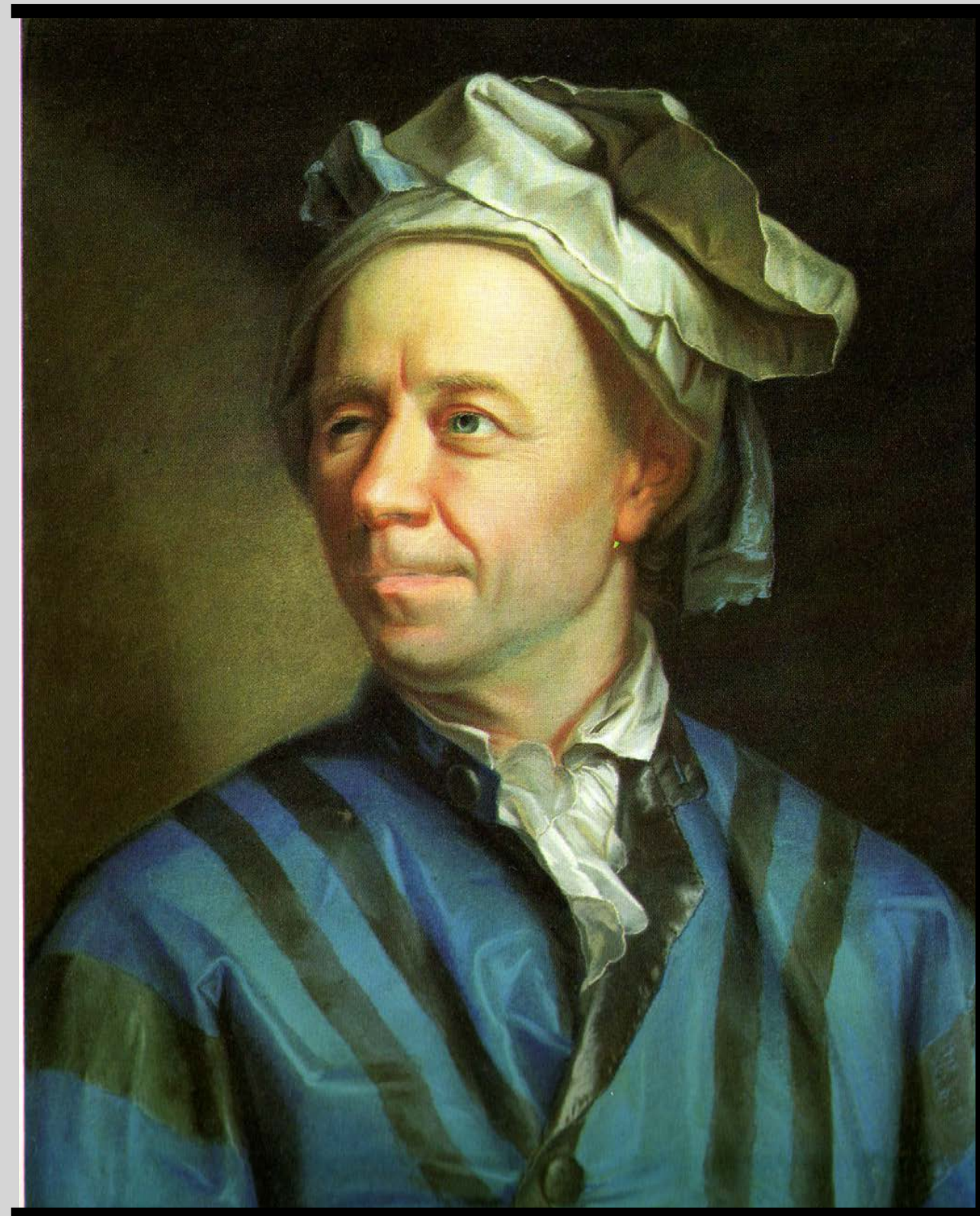
*R.
T.
P.*

L'ultimo giorno :

- **mattina : modello di mongolfiera (di recente invenzione)**
- **pomeriggio : calcolo delle orbite di Urano (scoperto di recente)**
- **sera : infarto, morte improvvisa**

Le sue ultime parole :

- un grande uomo, un genio, generoso e modesto
- *Euler è stato il primo a citare gli altri con apprezzamento* (Truesdell)



Eulero

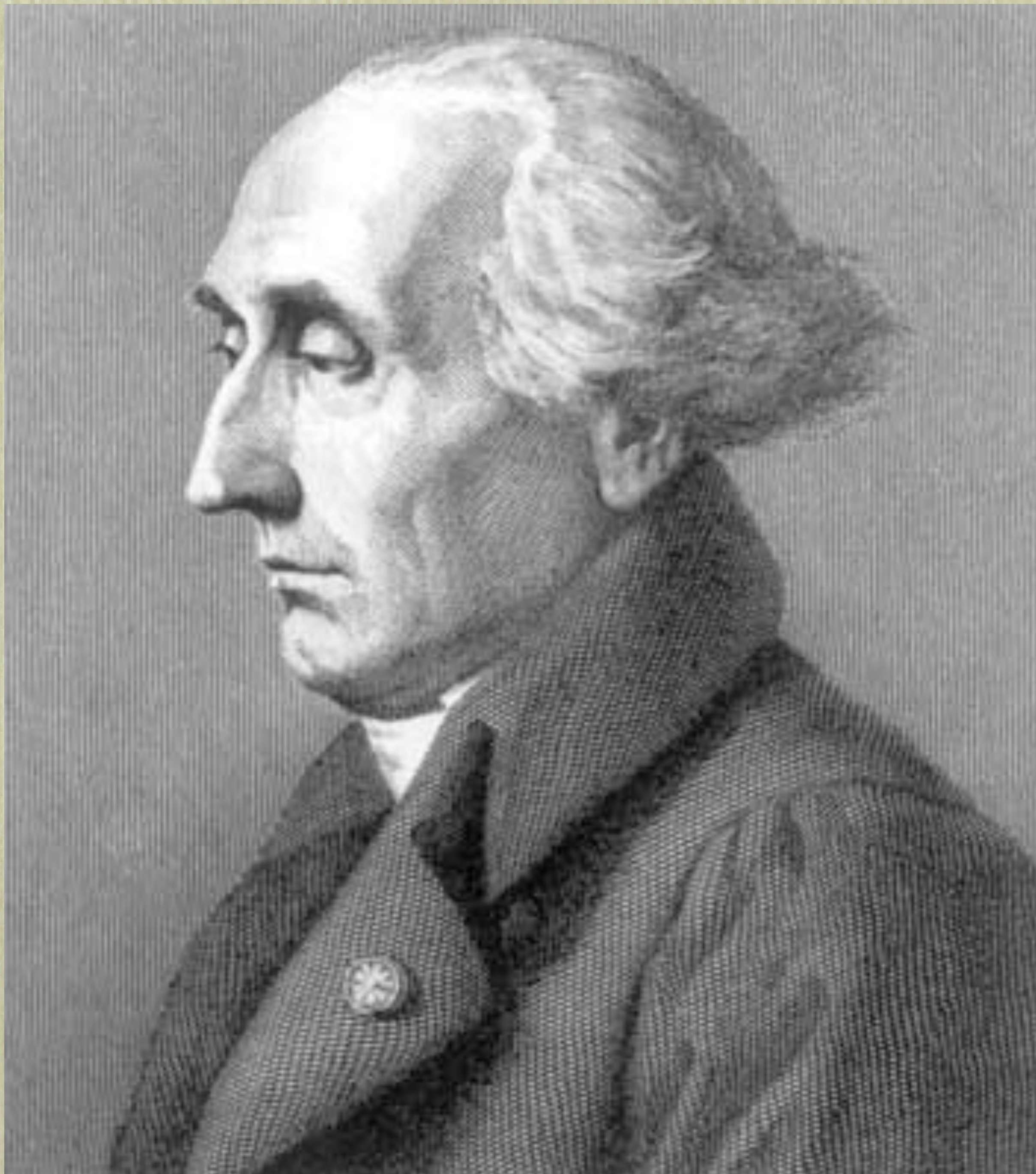
**Muore nel Settembre
1783 a San-Pietroburgo
all'età di 76 anni**

*R.
T.
P.*

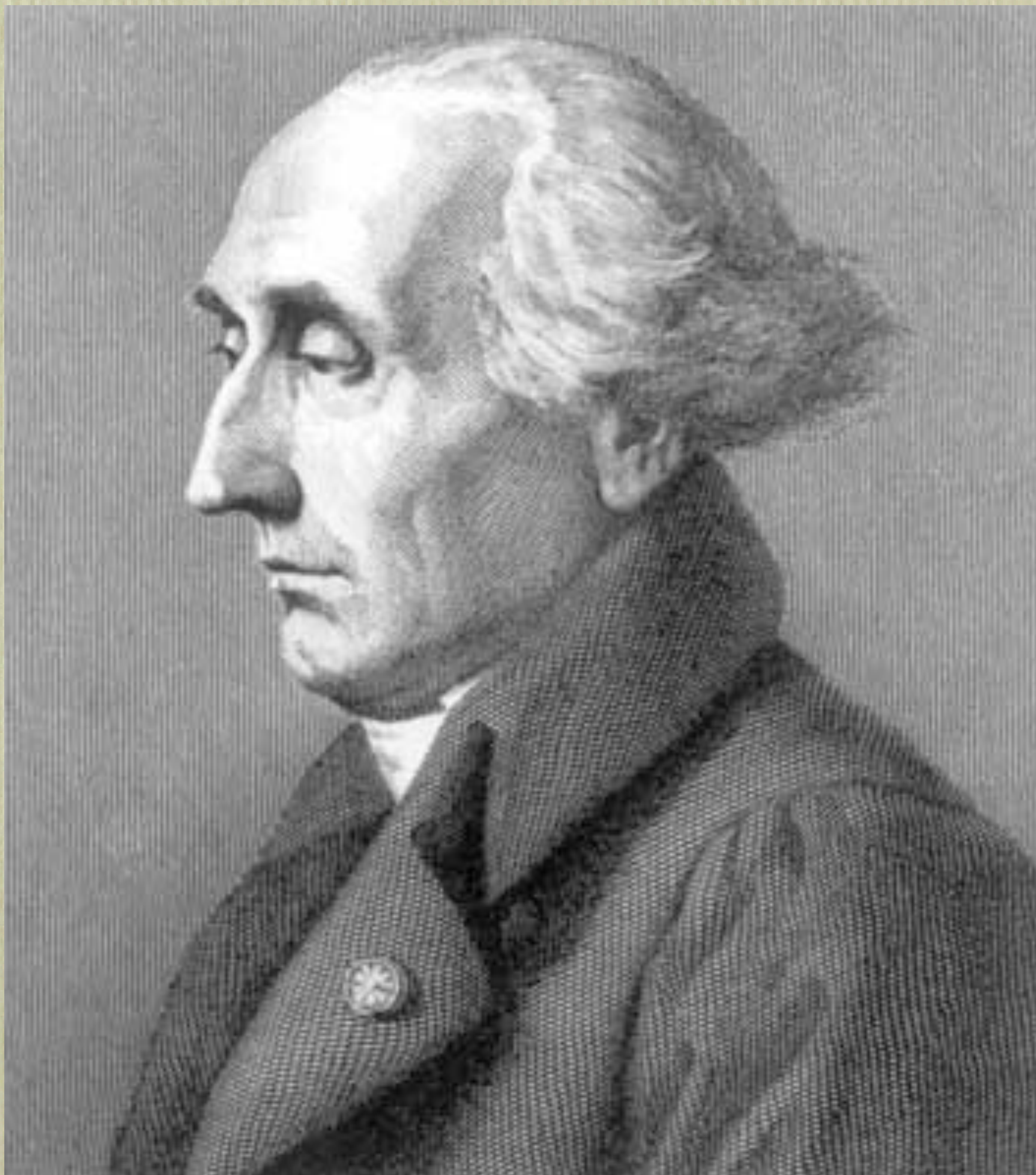
L'ultimo giorno :

- **mattina : modello di mongolfiera (di recente invenzione)**
- **pomeriggio : calcolo delle orbite di Urano (scoperto di recente)**
- **sera : infarto, morte improvvisa**

Le sue ultime parole : *Muoio*

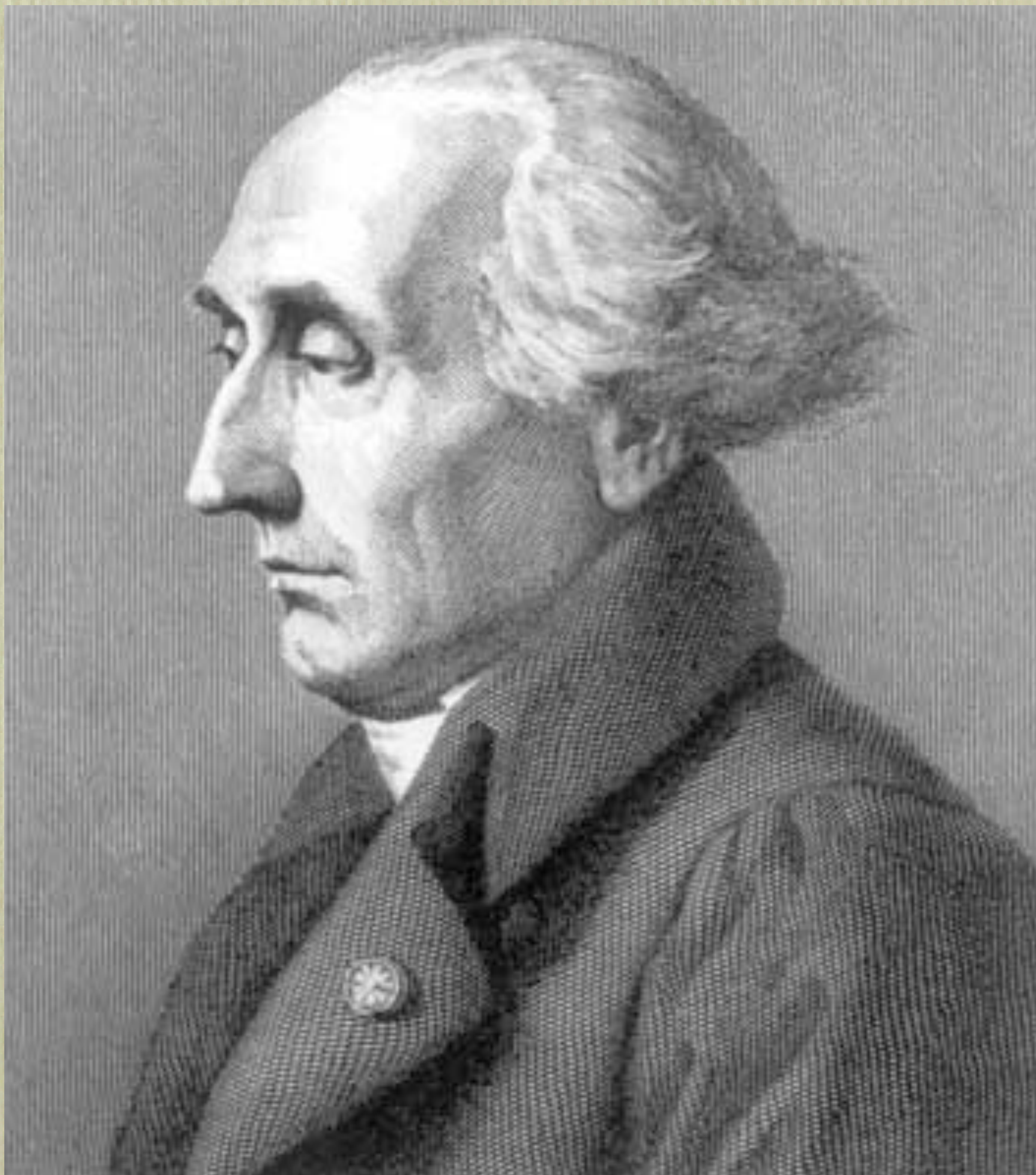


*Joseph Louis
Lagrange*



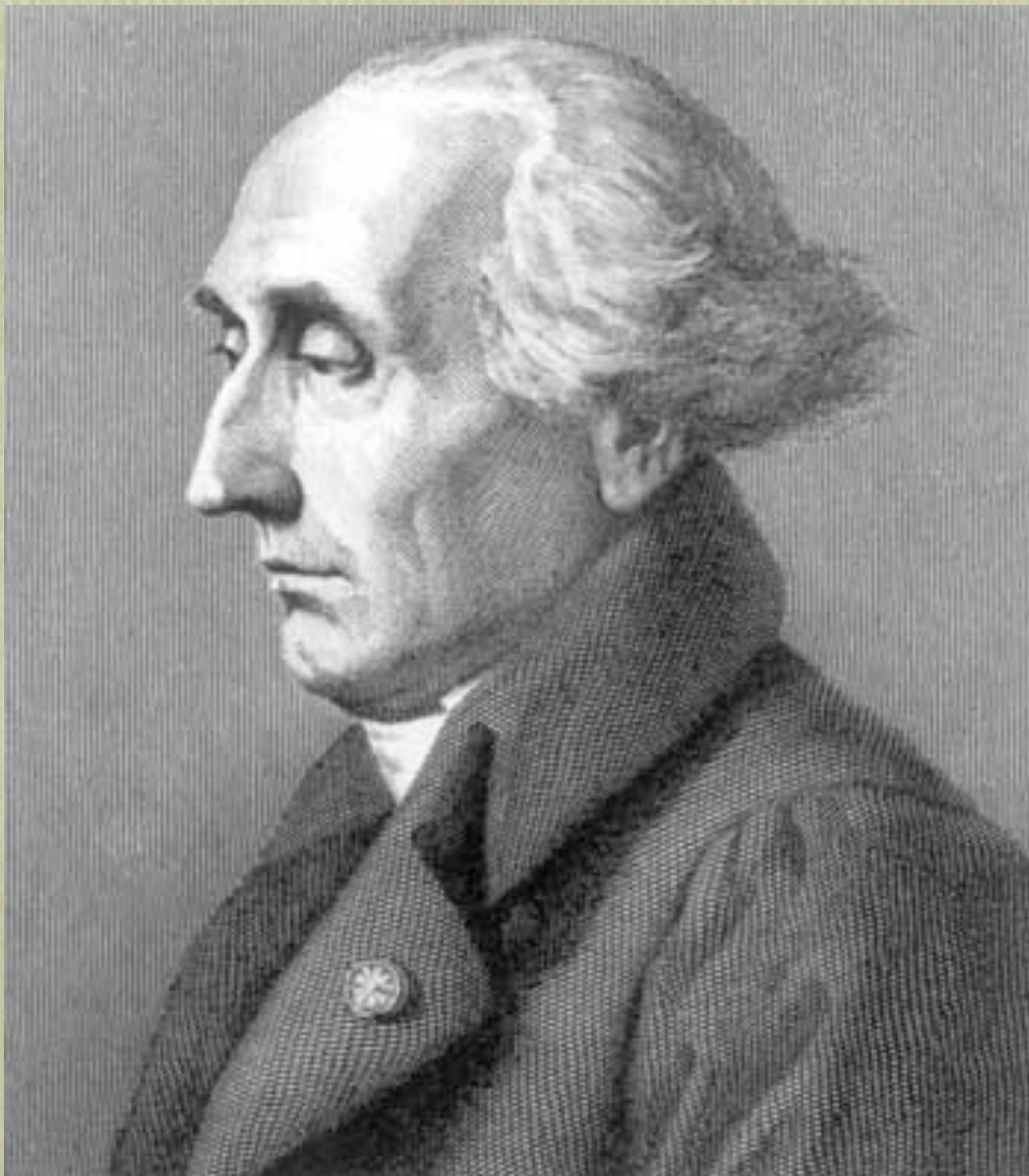
*Joseph Louis
Lagrange*

Nasce a Torino nel 1736



*Joseph Louis
Lagrange*

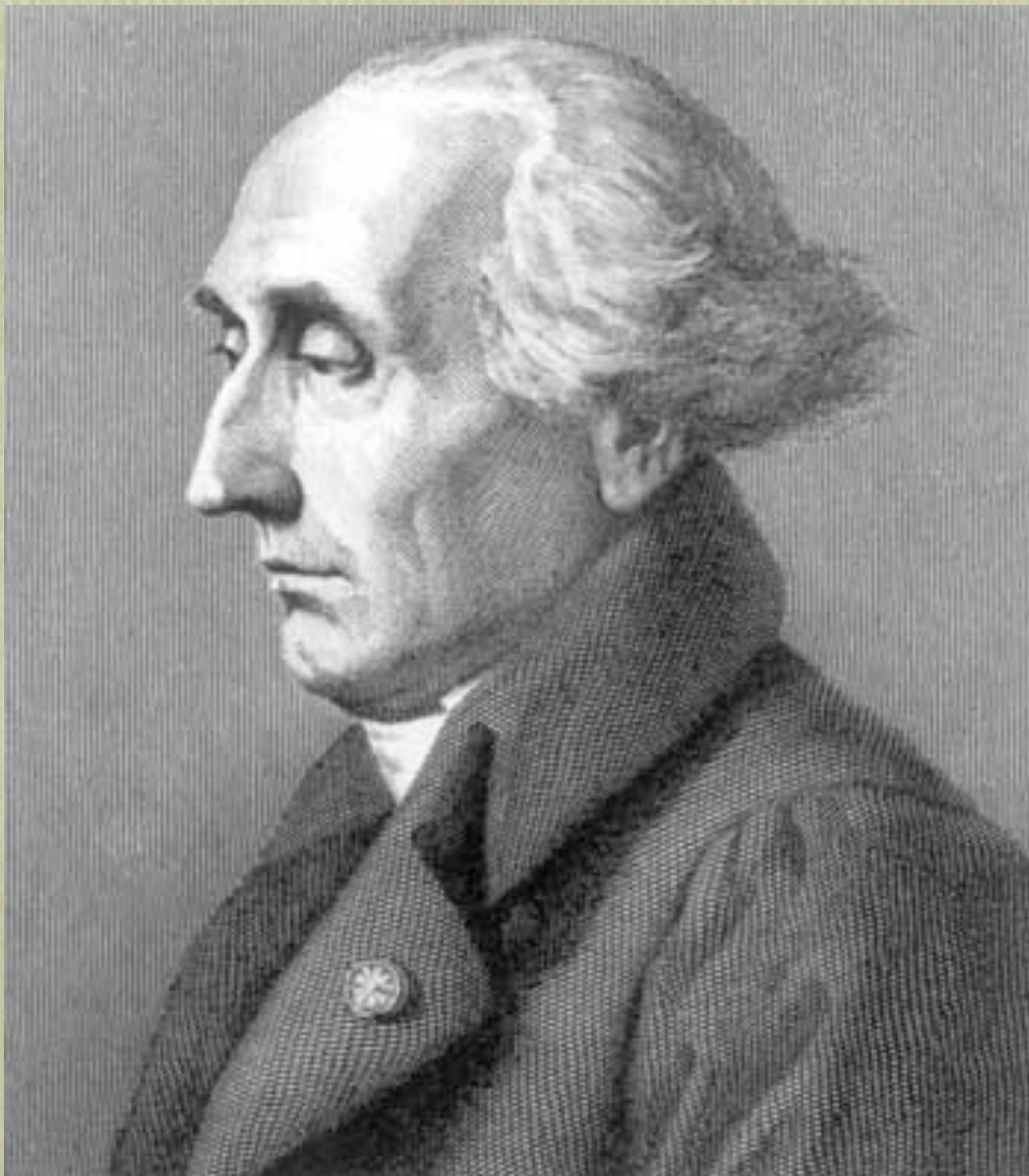
Nasce a Torino nel 1736



Joseph Louis Lagrange

Nasce a Torino nel 1736

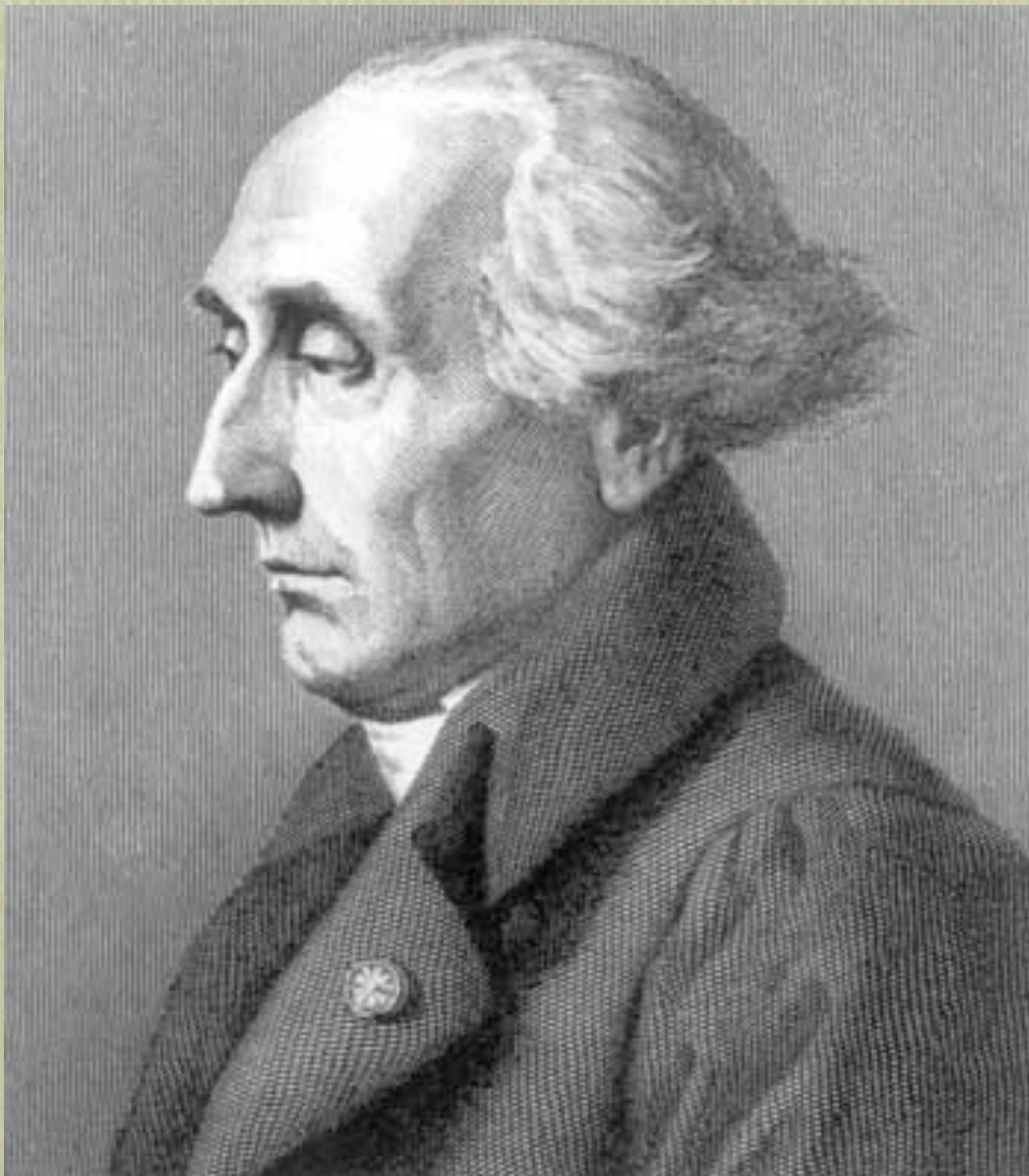
- **Scrive ad Eulero nel 1755, descrivendo il metodo delle *variazioni***



Joseph Louis Lagrange

Nasce a Torino nel 1736

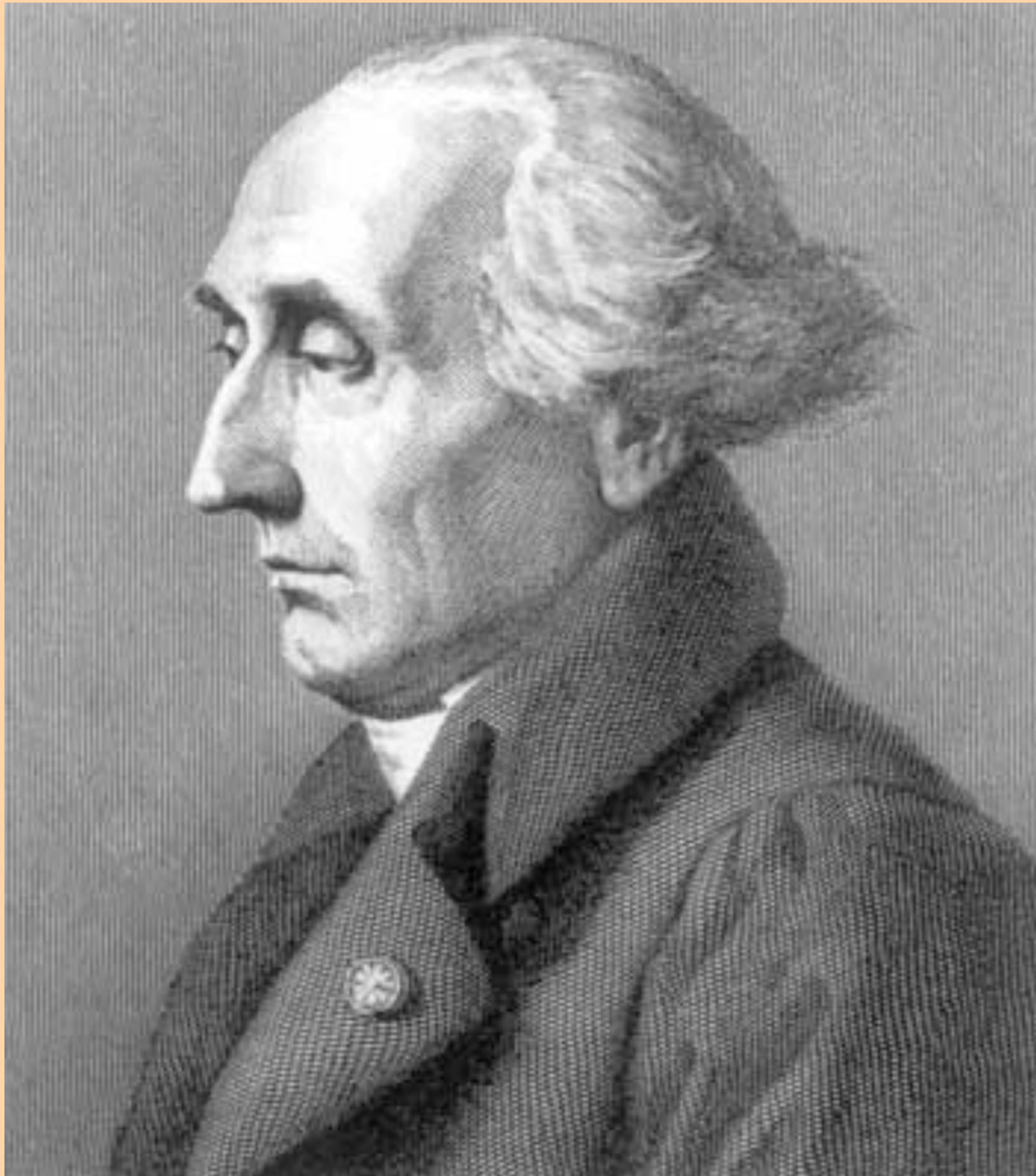
- **Scrive ad Eulero nel 1755, descrivendo il metodo delle *variazioni***



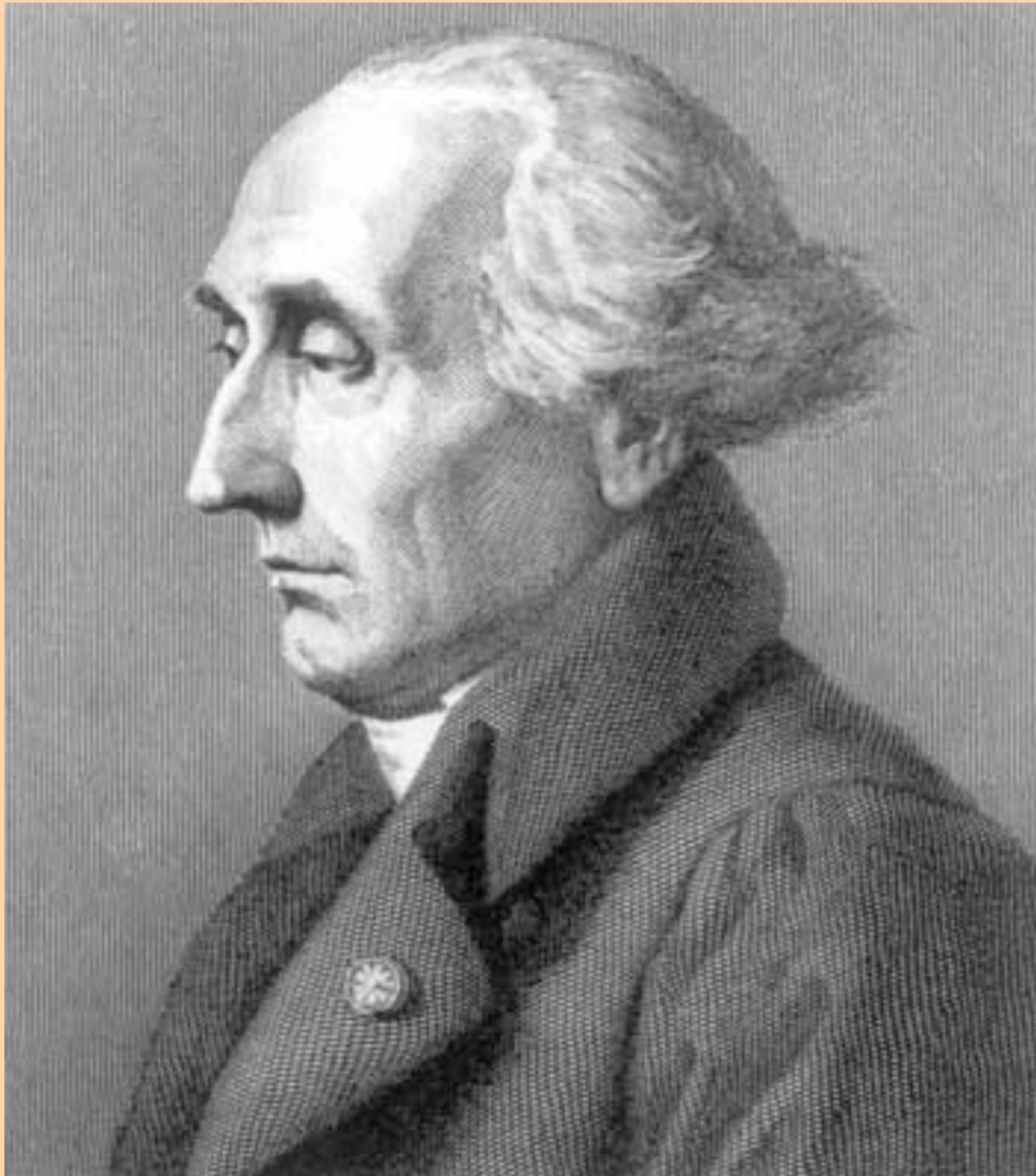
Joseph Louis Lagrange

Nasce a Torino nel 1736

- **Scrive ad Eulero nel 1755, descrivendo il metodo delle *variazioni***
- **Eulero chiama l'argomento in suo onore: *Calcolo delle Variazioni***

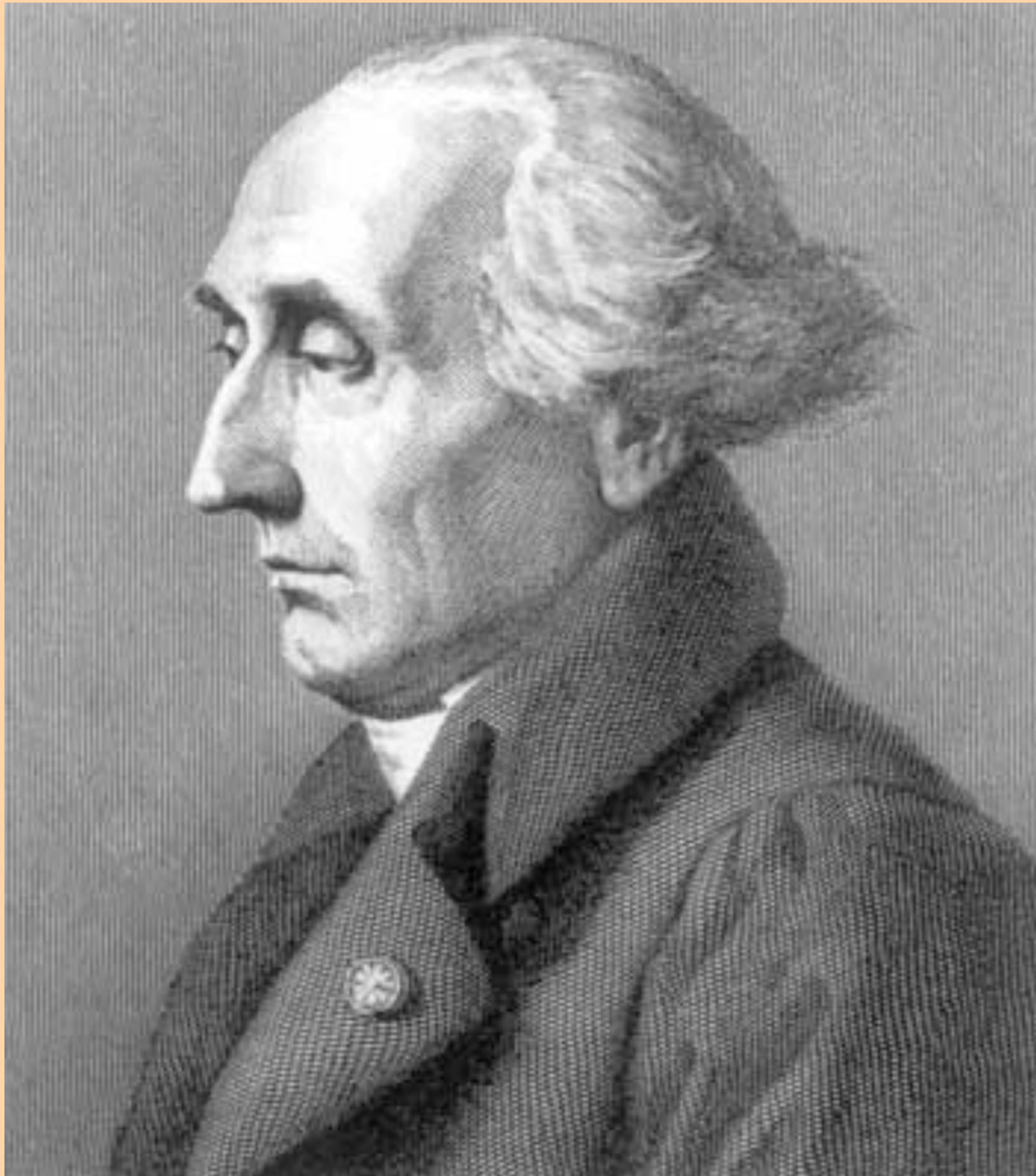


Lagrange



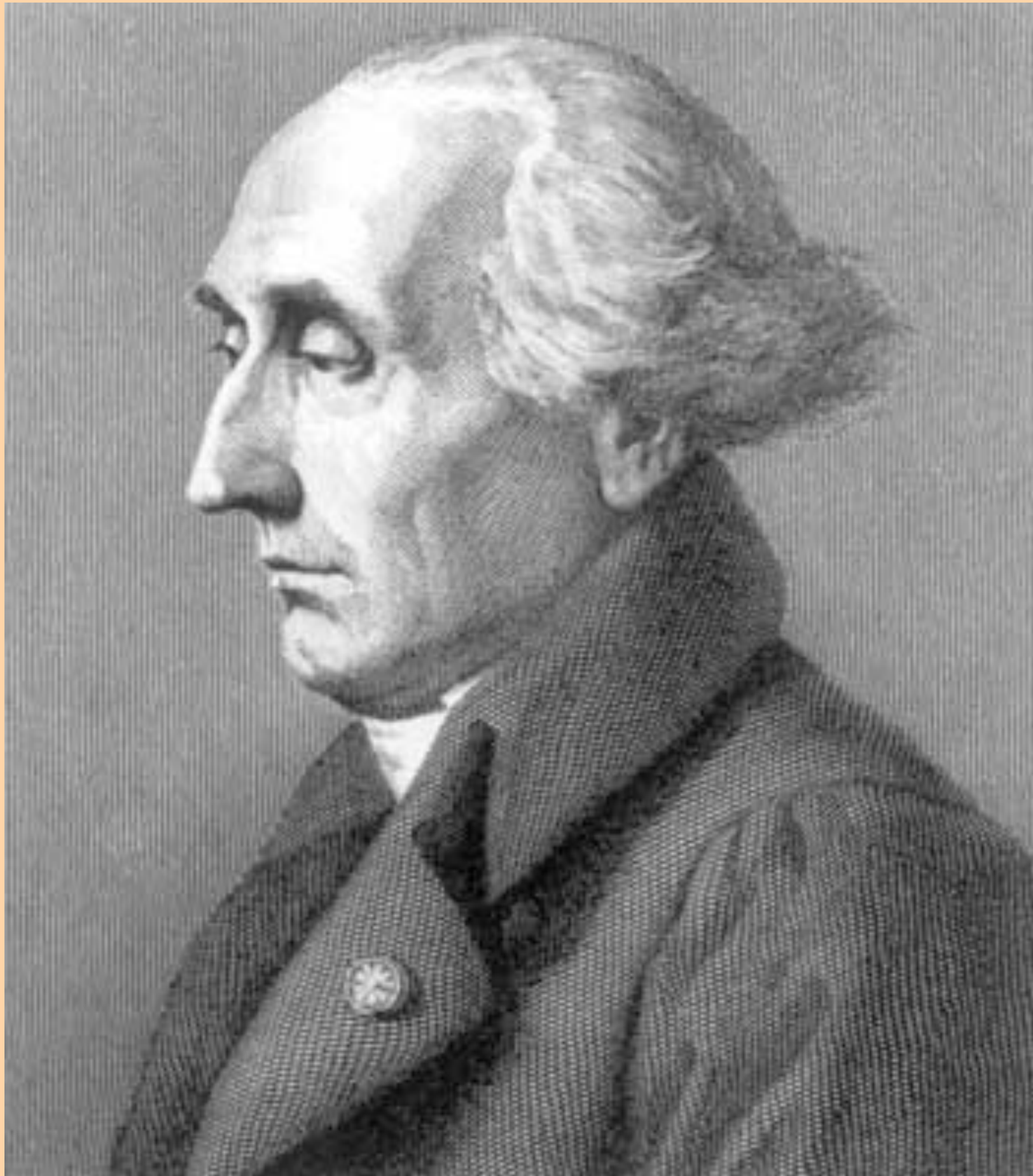
- **Dopo 20 anni a Berlino, diventa Accademico a Parigi nel 1786**

Lagrange



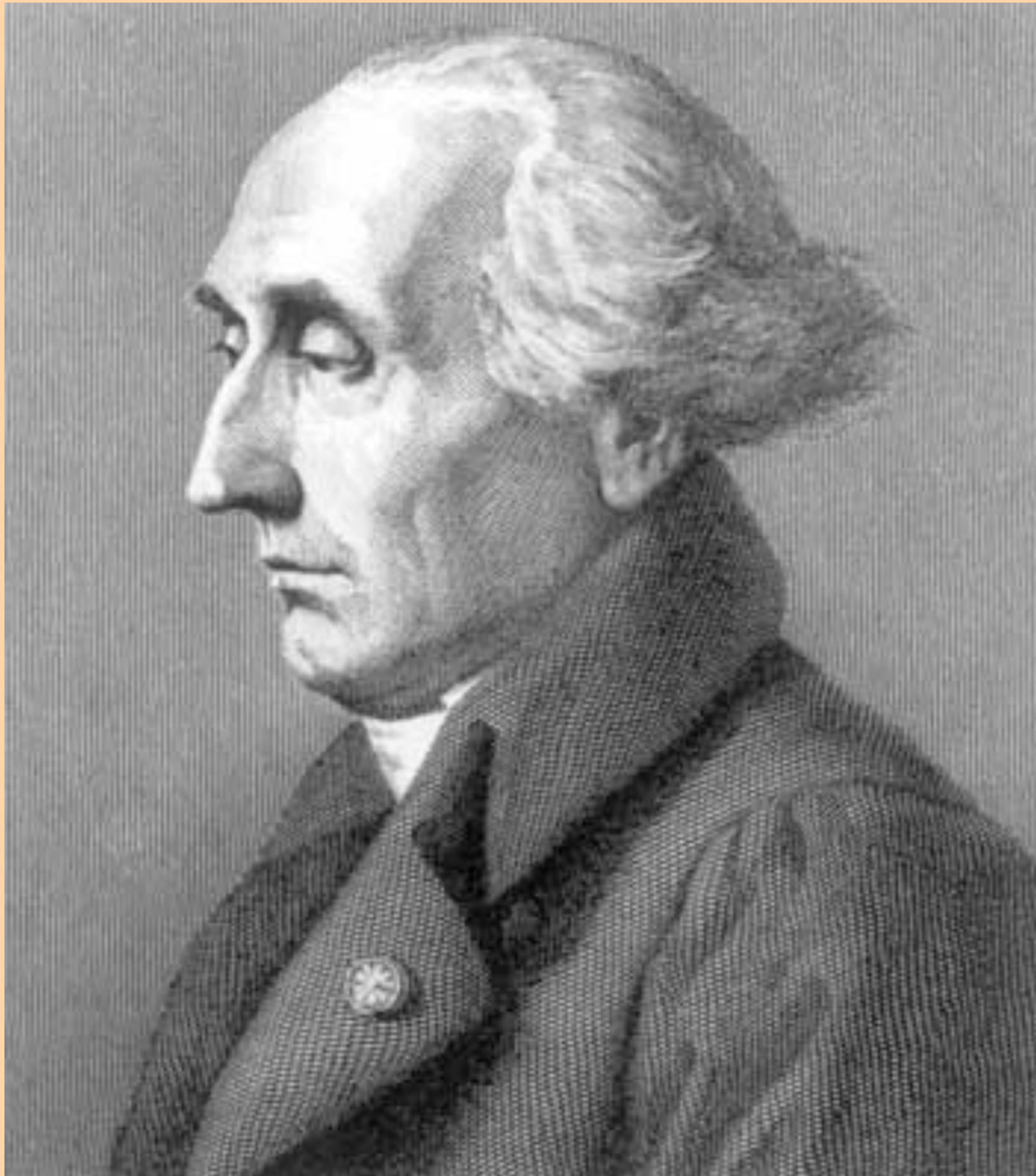
- **Dopo 20 anni a Berlino, diventa Accademico a Parigi nel 1786**
- **Durante la rivoluzione: sistema metrico, Ecole Normale e Polytechnique**

Lagrange



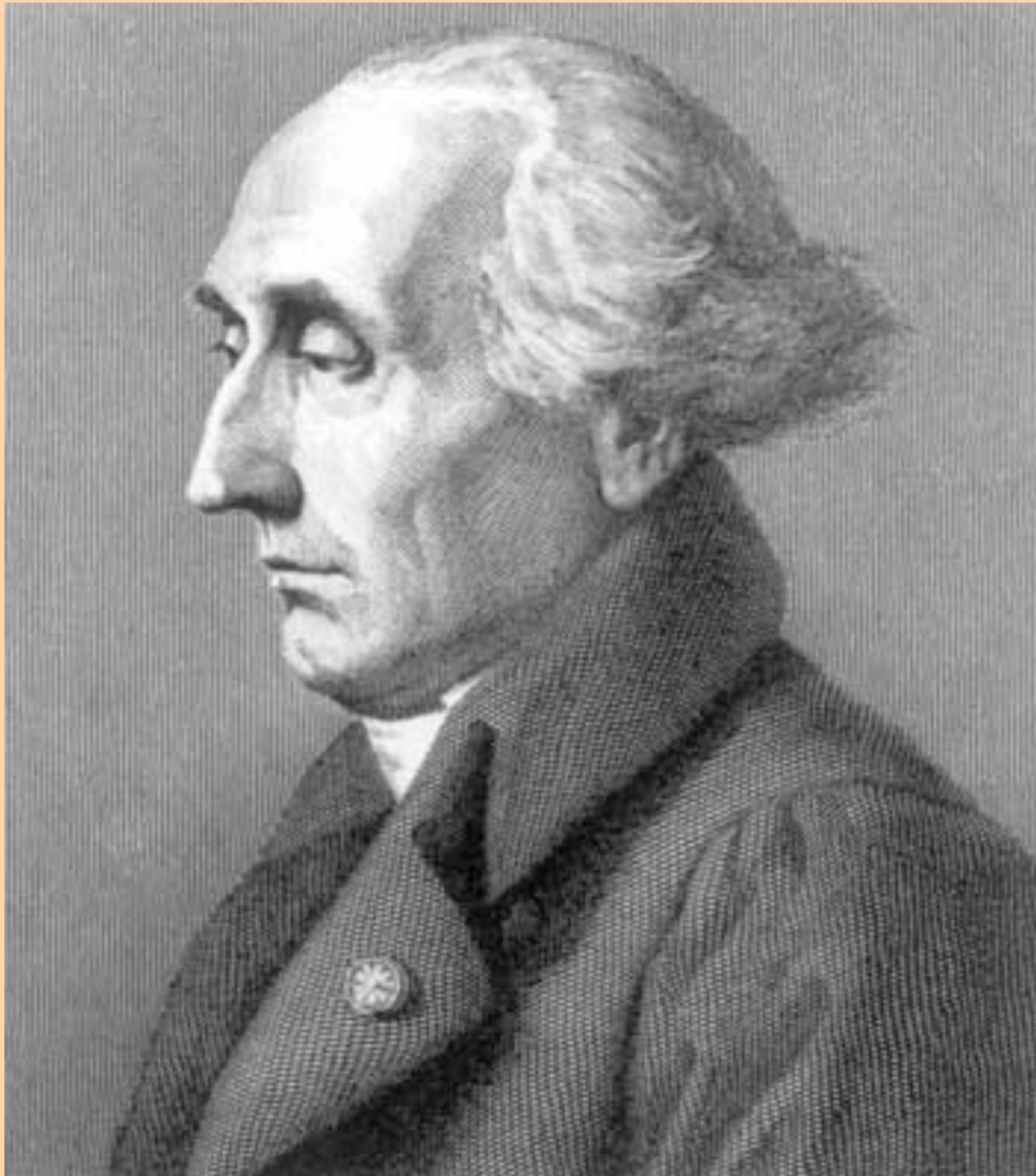
- **Dopo 20 anni a Berlino, diventa Accademico a Parigi nel 1786**
- **Durante la rivoluzione: sistema metrico, Ecole Normale e Polytechnique**
- **Sotto Napoleone : senatore, Légion d'honneur**

Lagrange



Lagrange

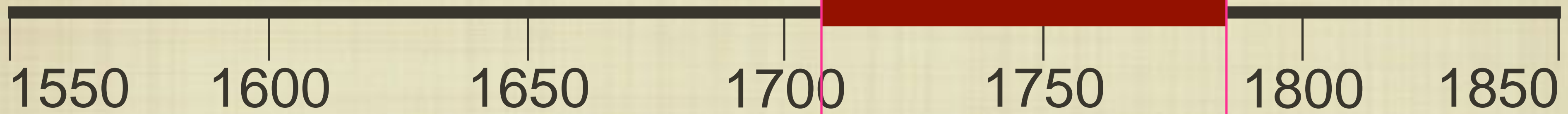
- **Dopo 20 anni a Berlino, diventa Accademico a Parigi nel 1786**
- **Durante la rivoluzione: sistema metrico, Ecole Normale e Polytechnique**
- **Sotto Napoleone : senatore, Légion d'honneur**
- **Il suo 'più grande tesoro' : la sua giovane moglie, che sposa a 56 anni**



Lagrange

- **Dopo 20 anni a Berlino, diventa Accademico a Parigi nel 1786**
- **Durante la rivoluzione: sistema metrico, Ecole Normale e Polytechnique**
- **Sotto Napoleone : senatore, Légion d'honneur**
- **Il suo 'più grande tesoro' : la sua giovane moglie, che sposa a 56 anni**
- **Muore a Parigi nel 1813 all'età di 77 anni**





Eulero 1707-1783

1550

1600

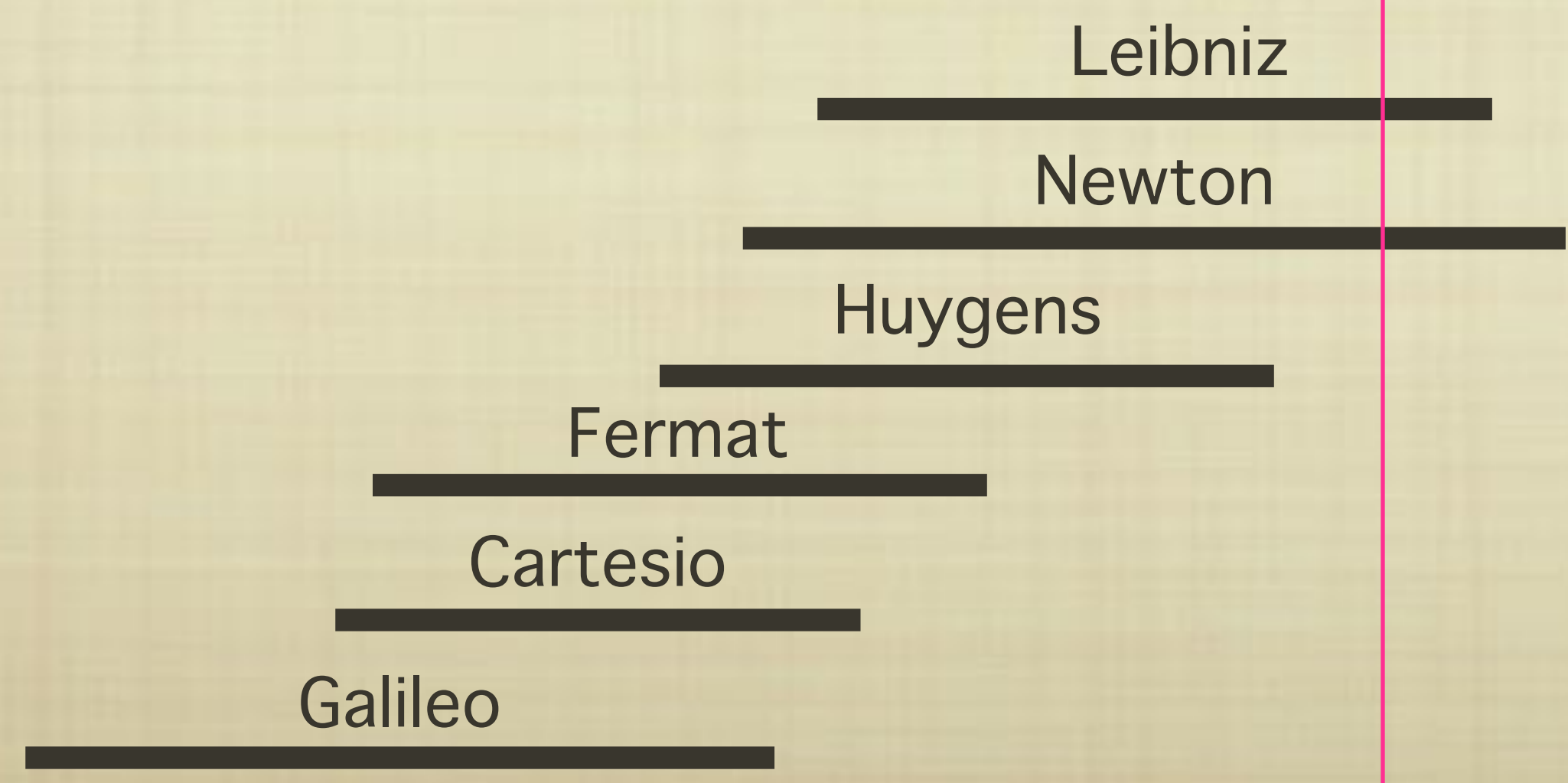
1650

1700

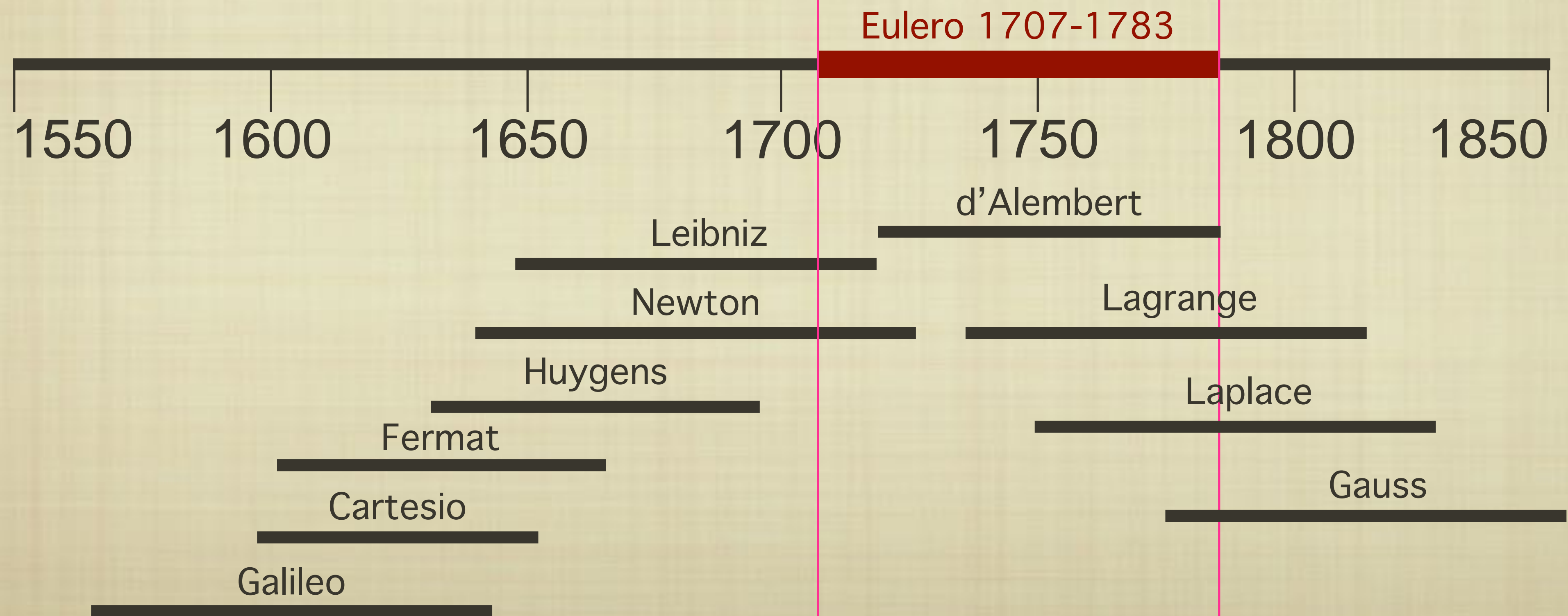
1750

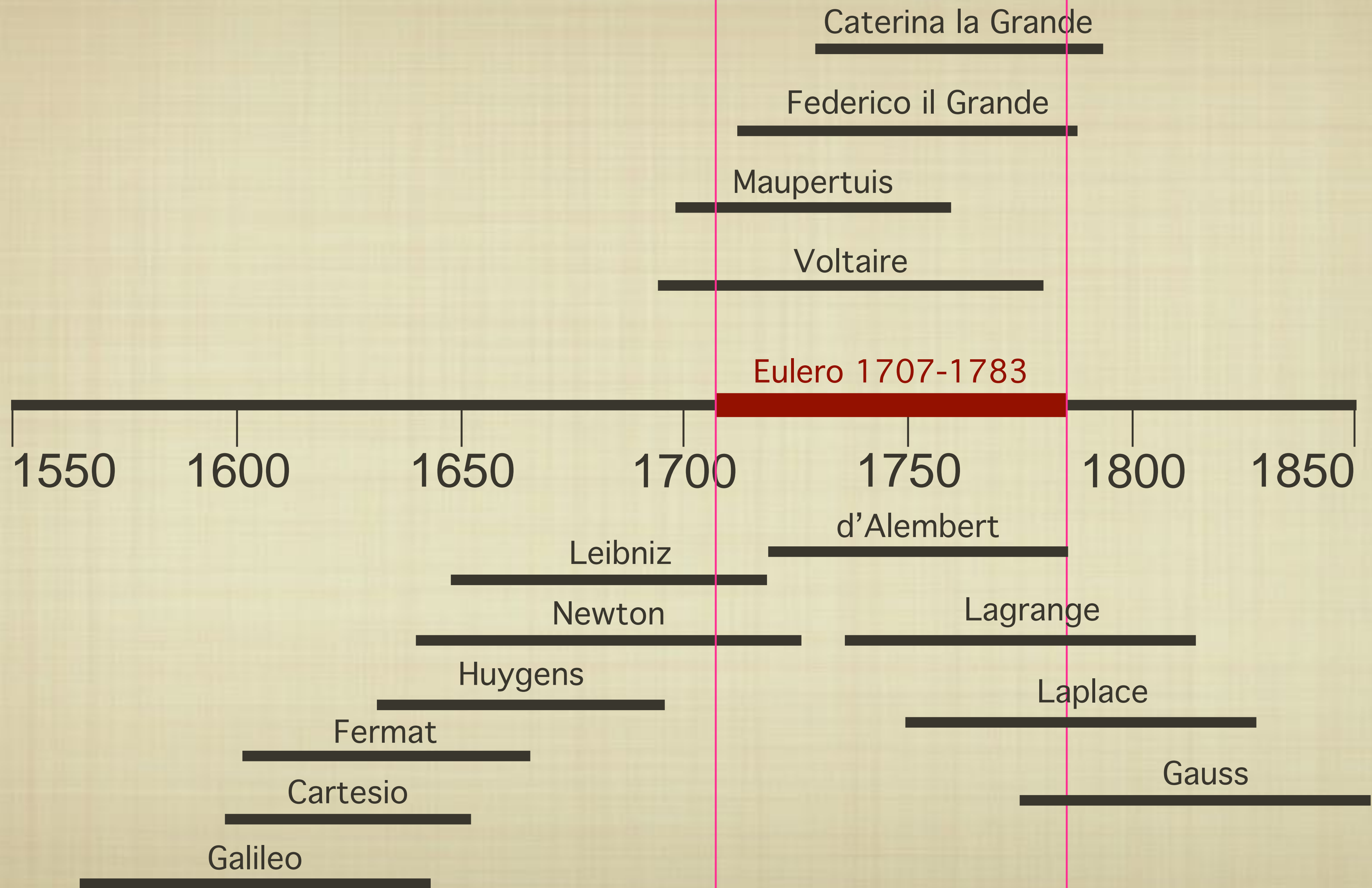
1800

1850



Eulero 1707-1783



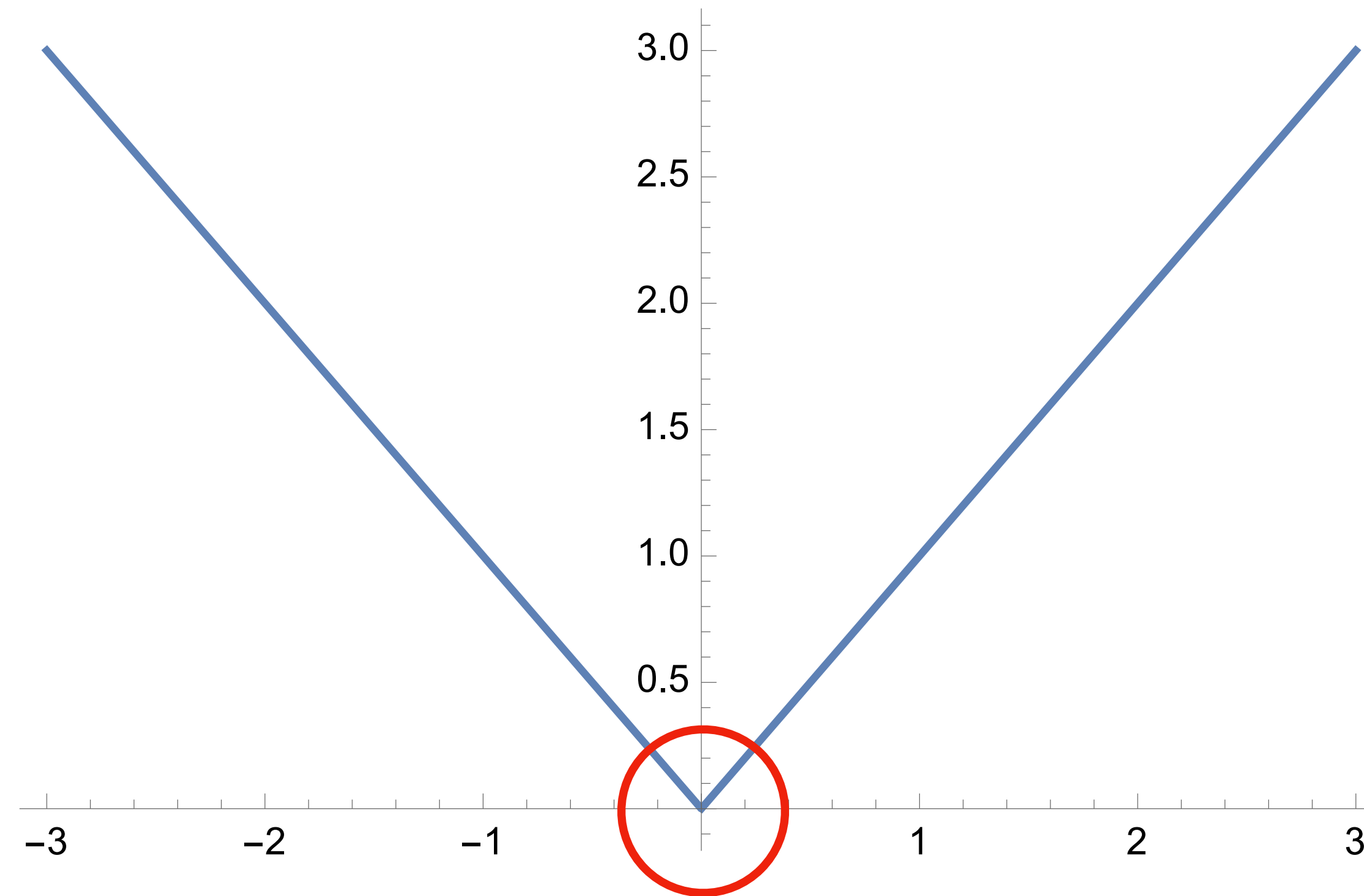


I problemi nel calcolo delle variazioni

le soluzioni non sono sempre “lisce”

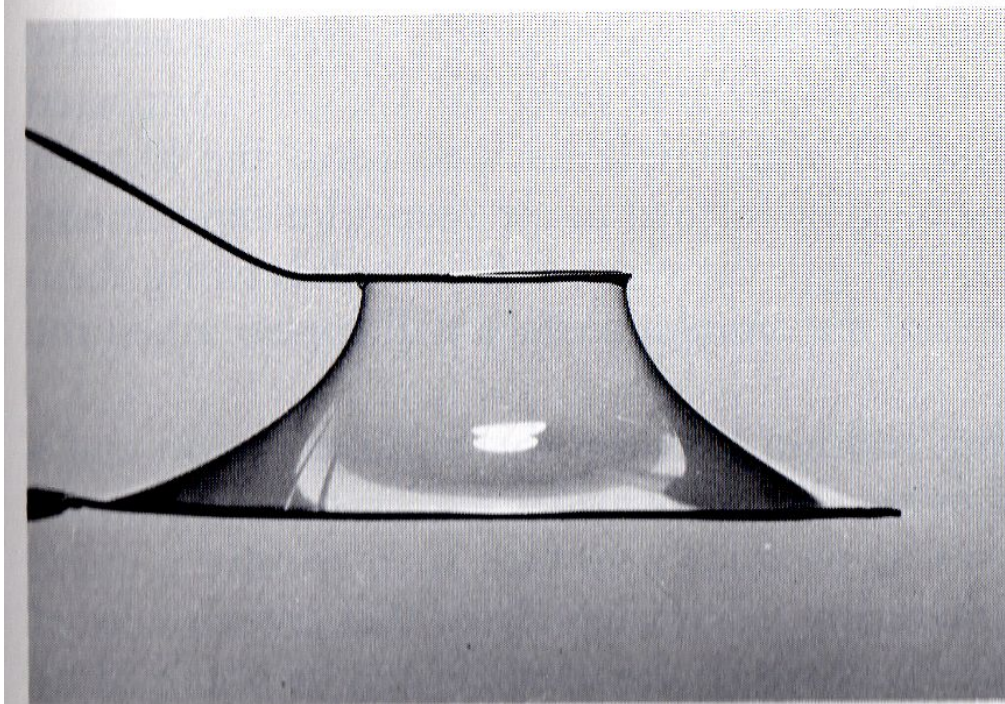
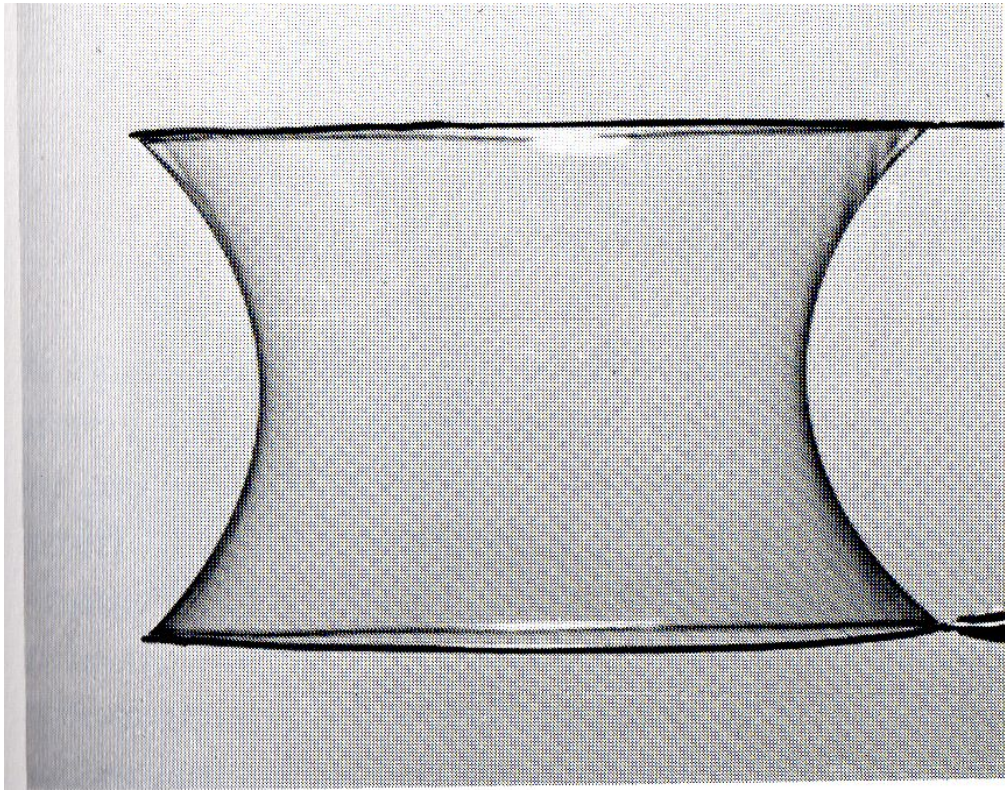
I problemi nel calcolo delle variazioni

le soluzioni non sono sempre “lisce”

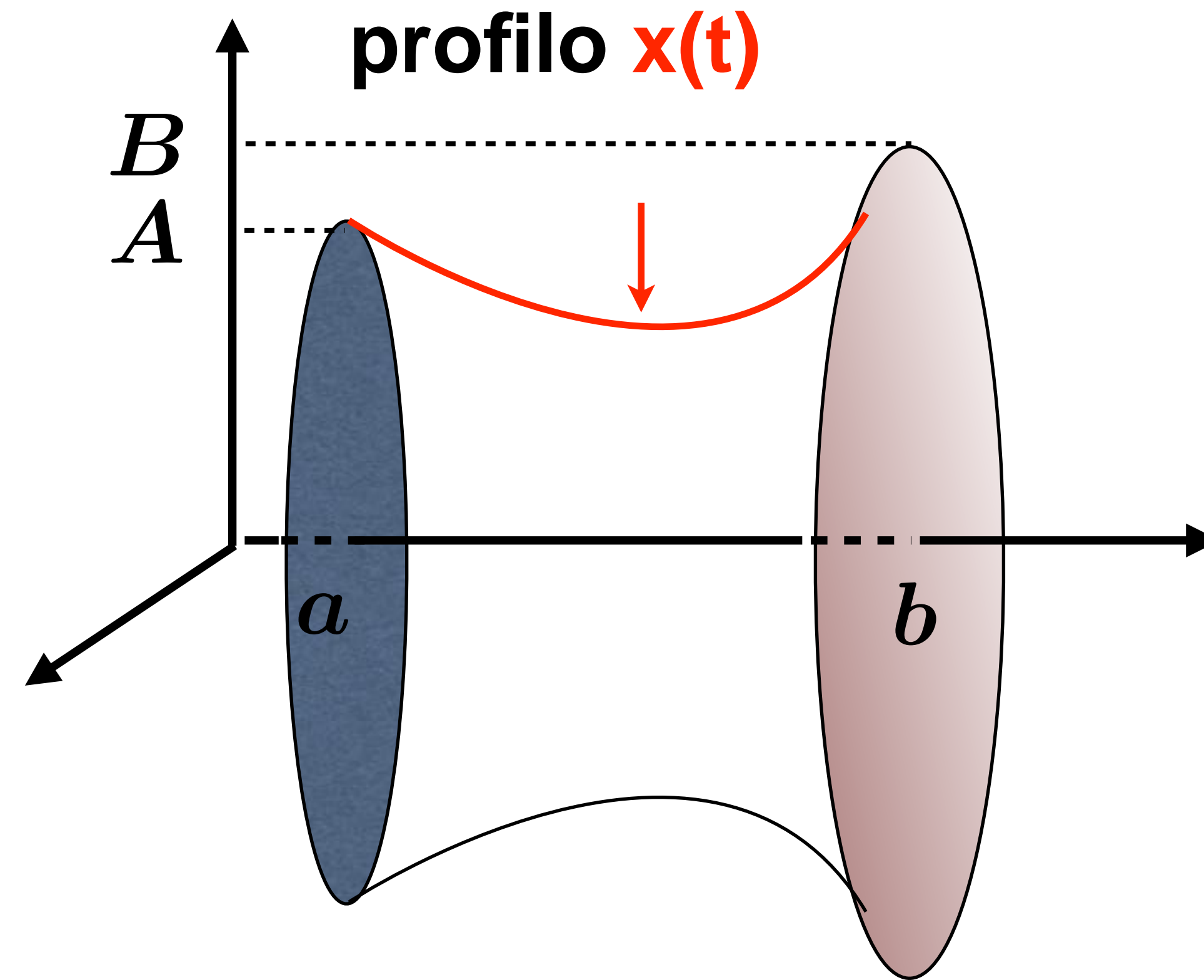
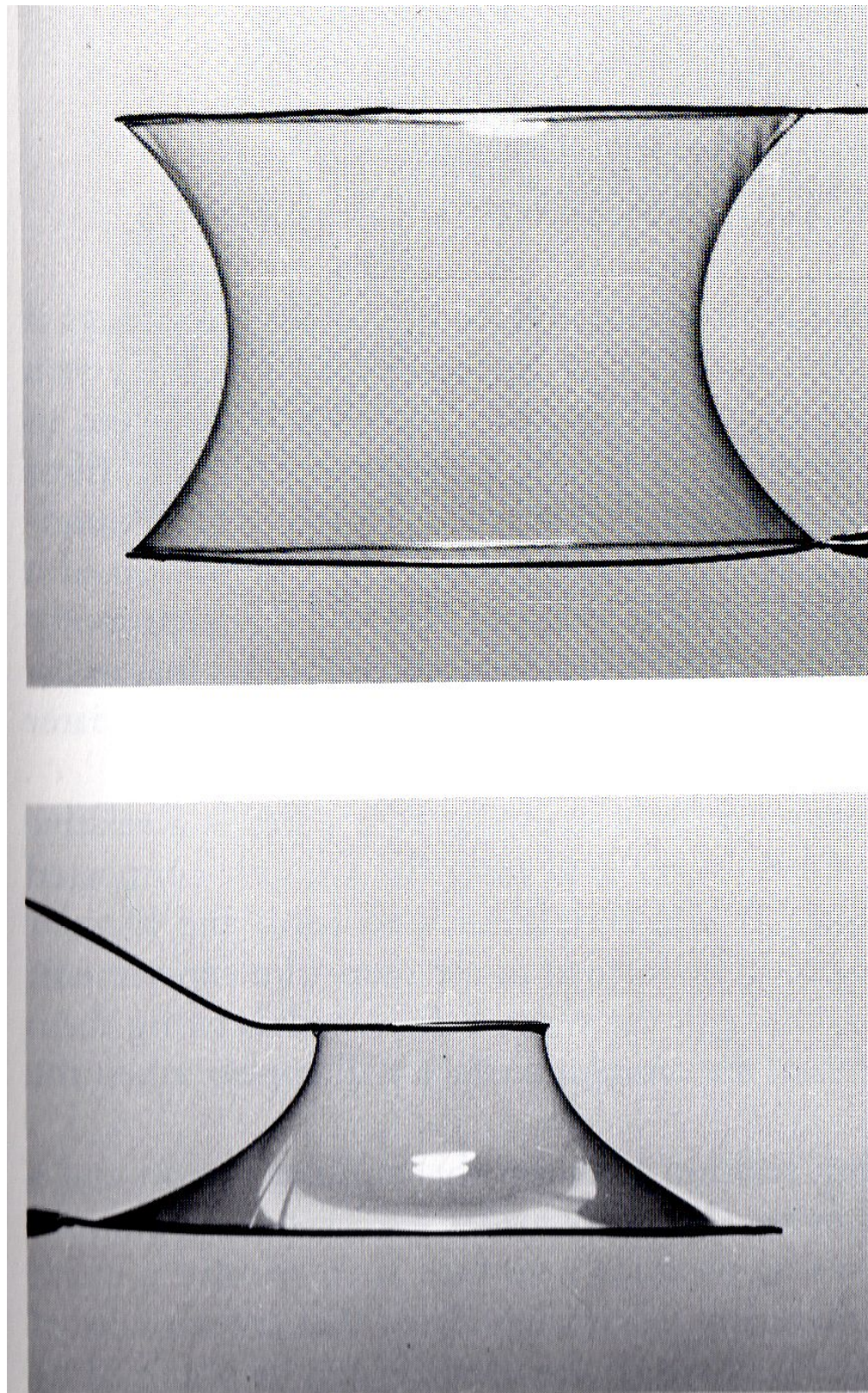


Esempio (Eulero): superficie di rotazione di area minima

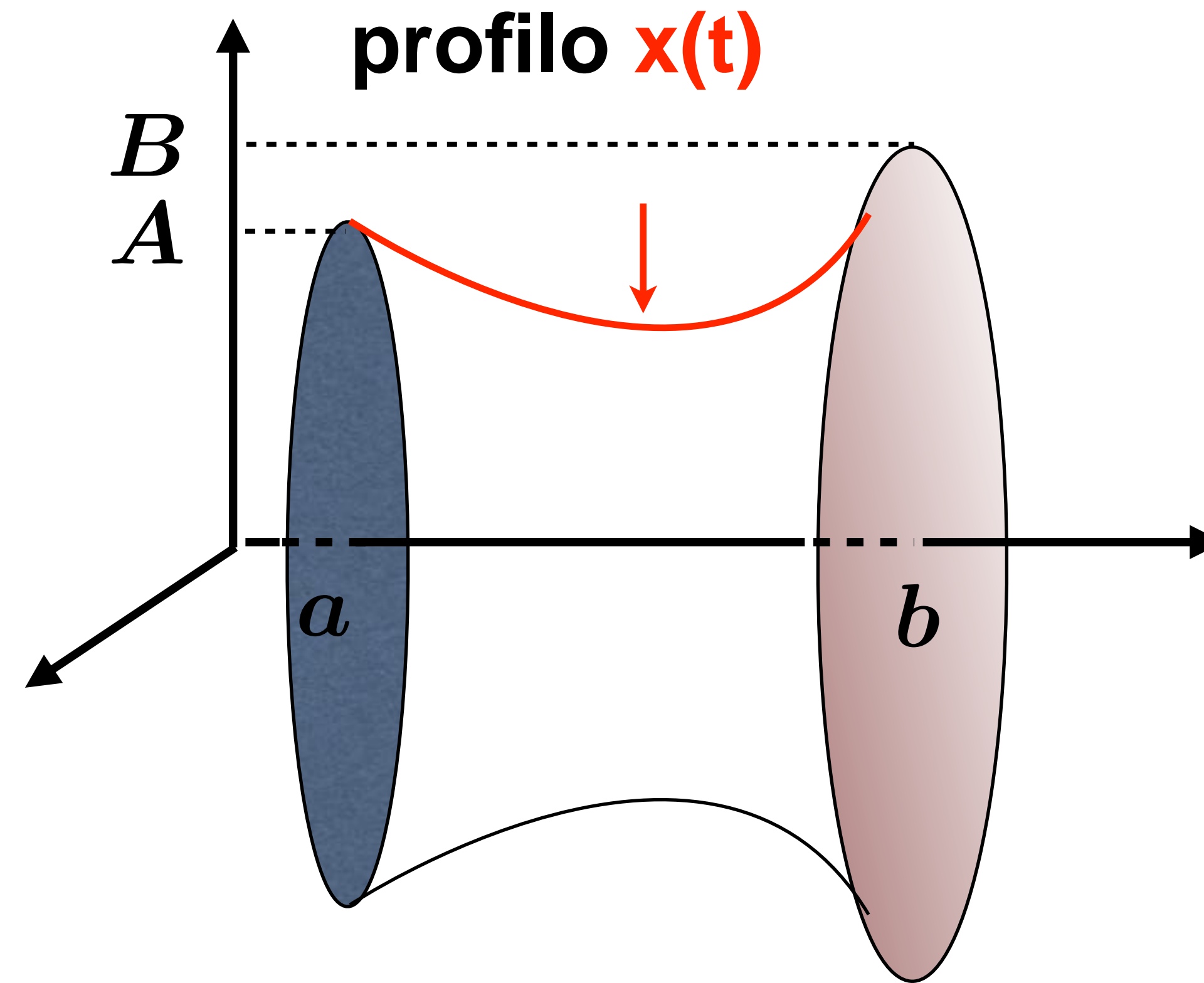
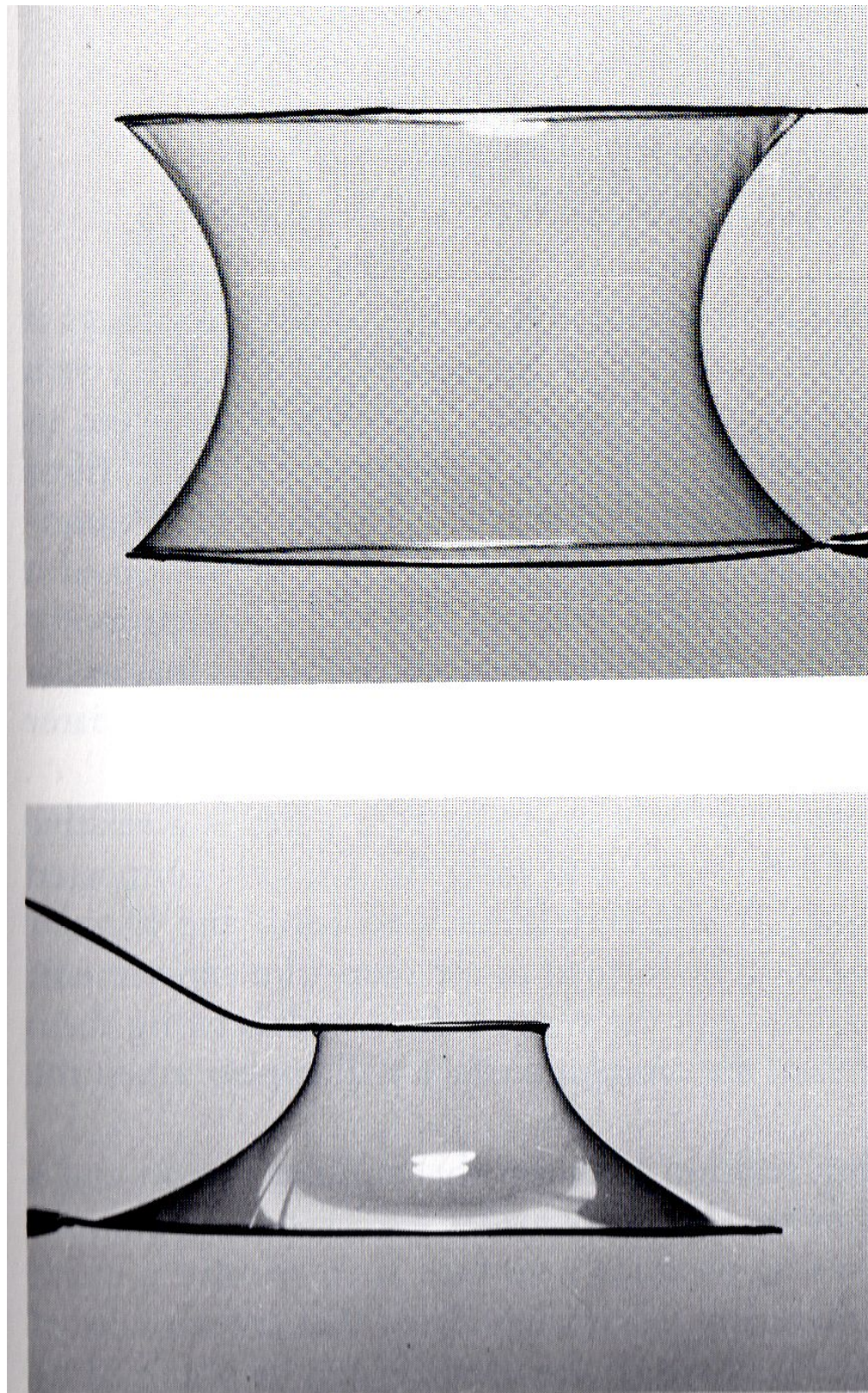
Esempio (Eulero): superficie di rotazione di area minima



Esempio (Eulero): superficie di rotazione di area minima

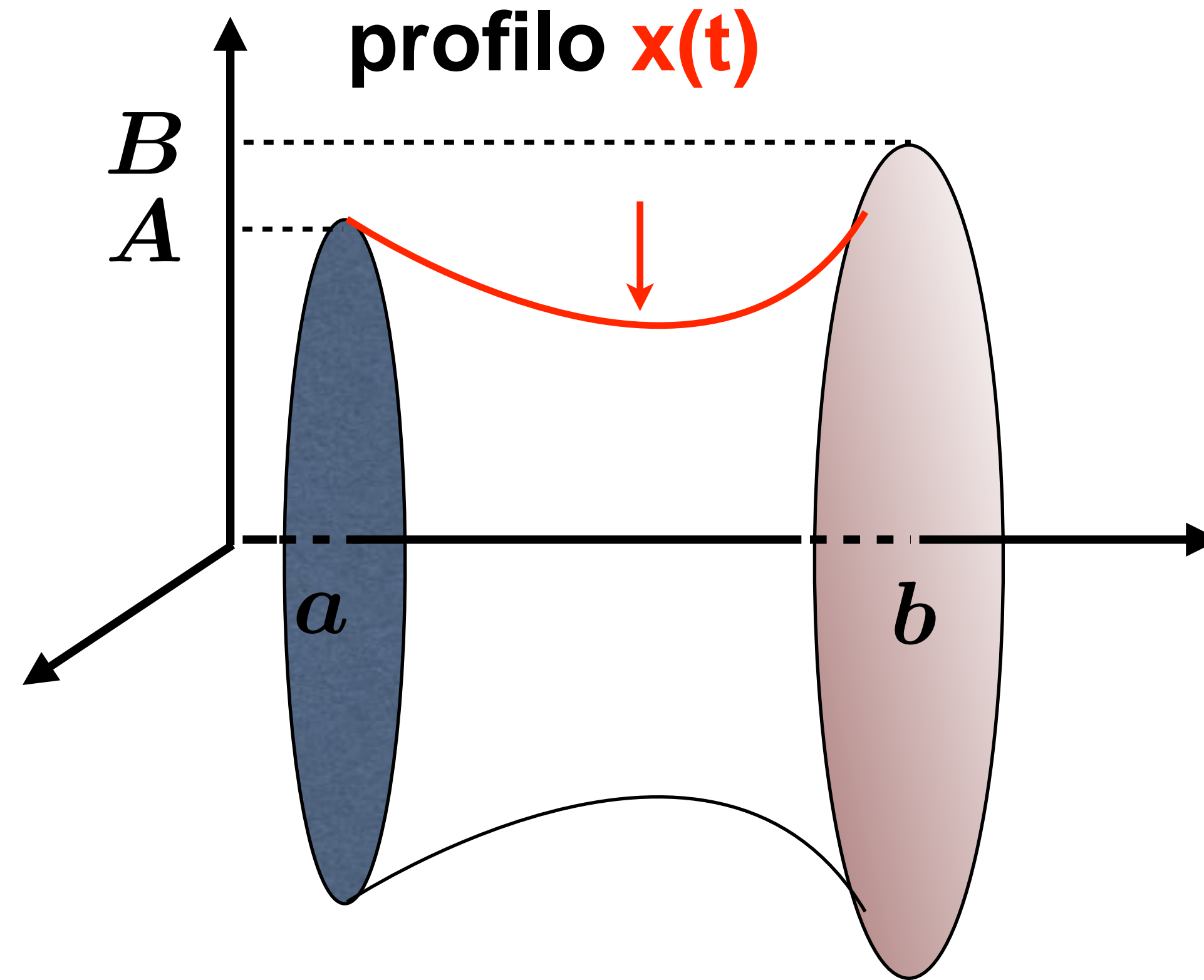
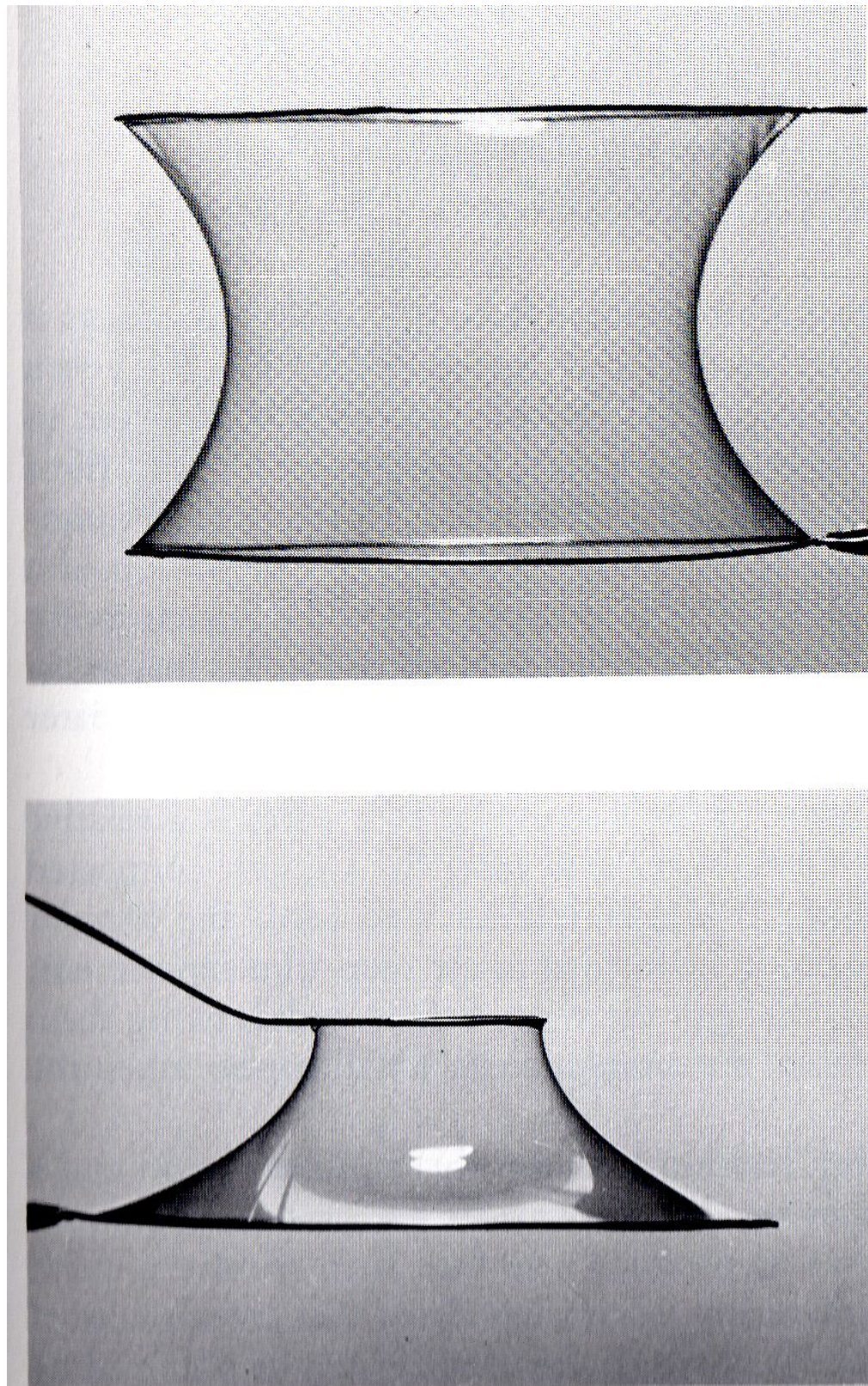


Esempio (Eulero): superficie di rotazione di area minima



**Trovare la
funzione x
che genera
una
superficie
di area
minima**

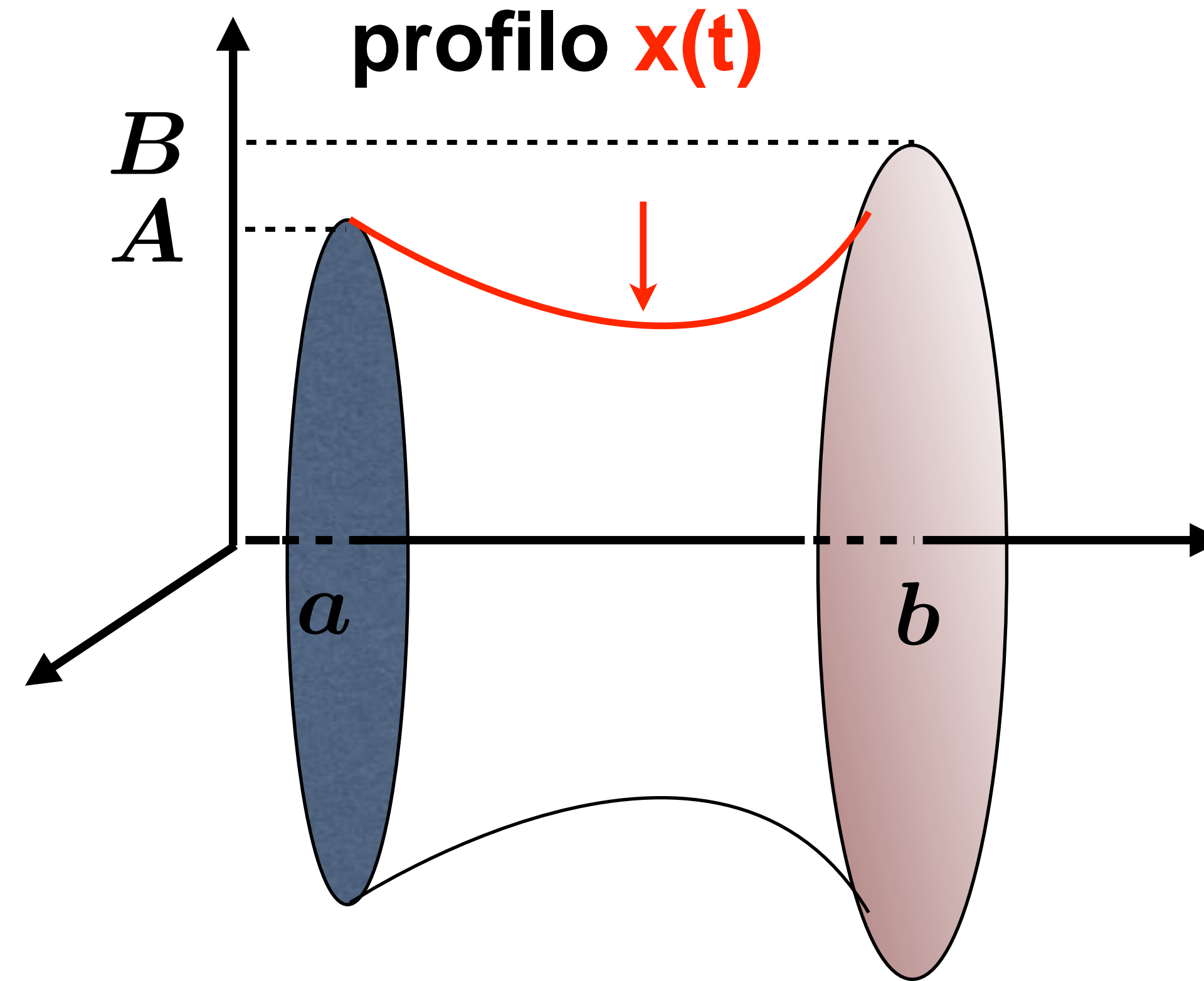
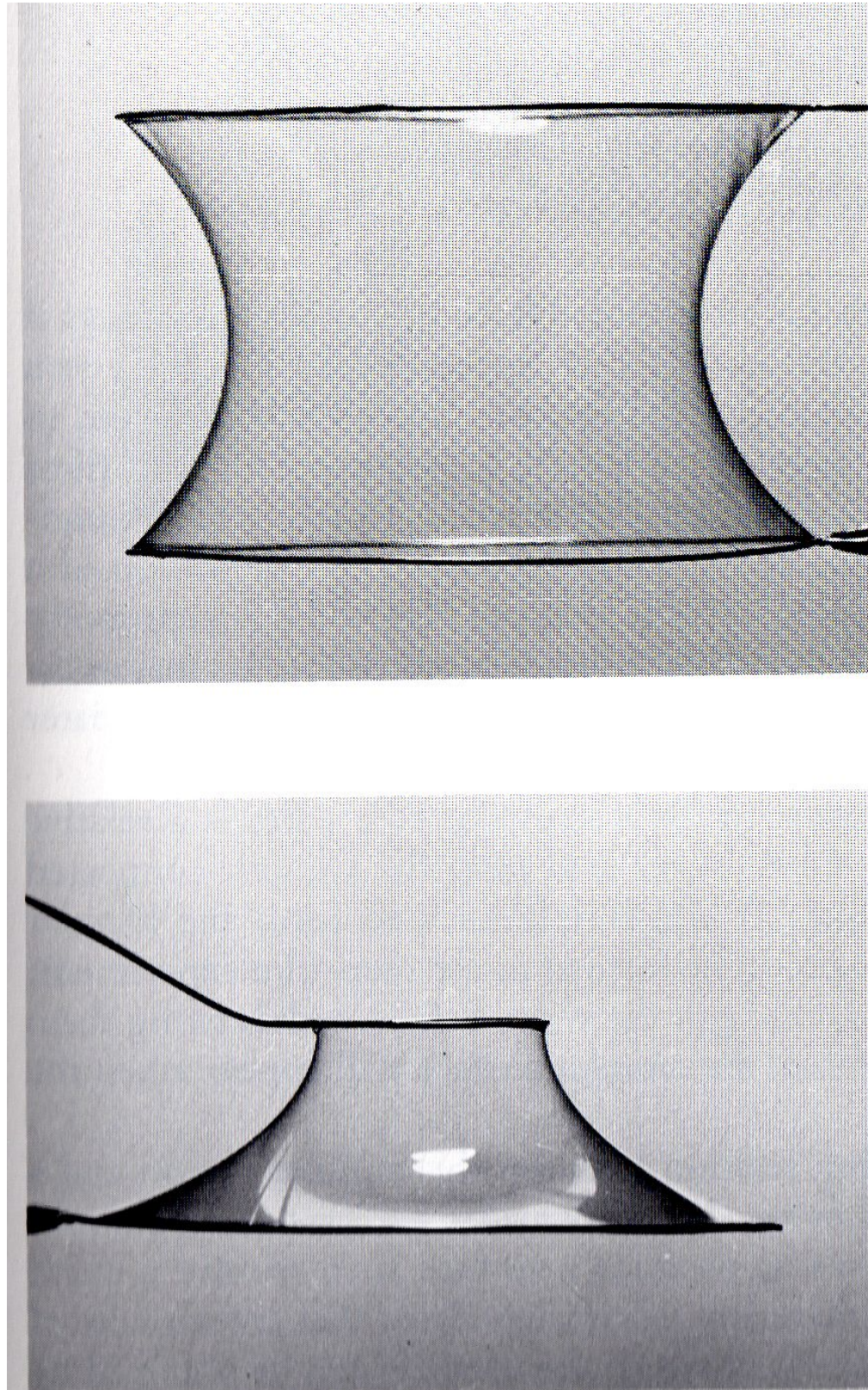
Esempio (Eulero): superficie di rotazione di area minima



**Trovare la
funzione x
che genera
una
superficie
di area
minima**

$$\min_{x(\cdot)} \int_a^b x(t) \sqrt{1 + x'(t)^2} dt$$

Esempio (Eulero): superficie di rotazione di area minima



**Trovare la
funzione x
che genera
una
superficie
di area
minima**

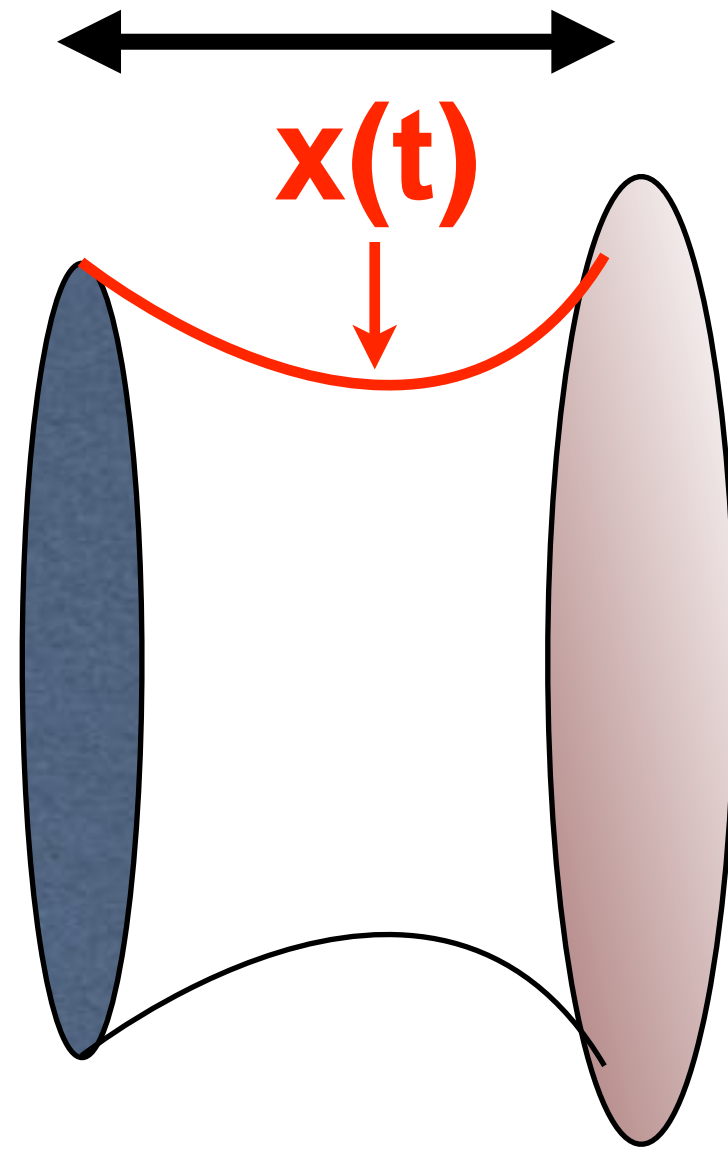
$$\min_{x(\cdot)} \int_a^b x(t) \sqrt{1 + x'(t)^2} dt \quad \rightarrow \quad \frac{d}{dt} \left\{ \frac{x'(t)x(t)}{\sqrt{1 + x'(t)^2}} \right\} = \sqrt{1 + x'(t)^2}$$

Problema del CdV

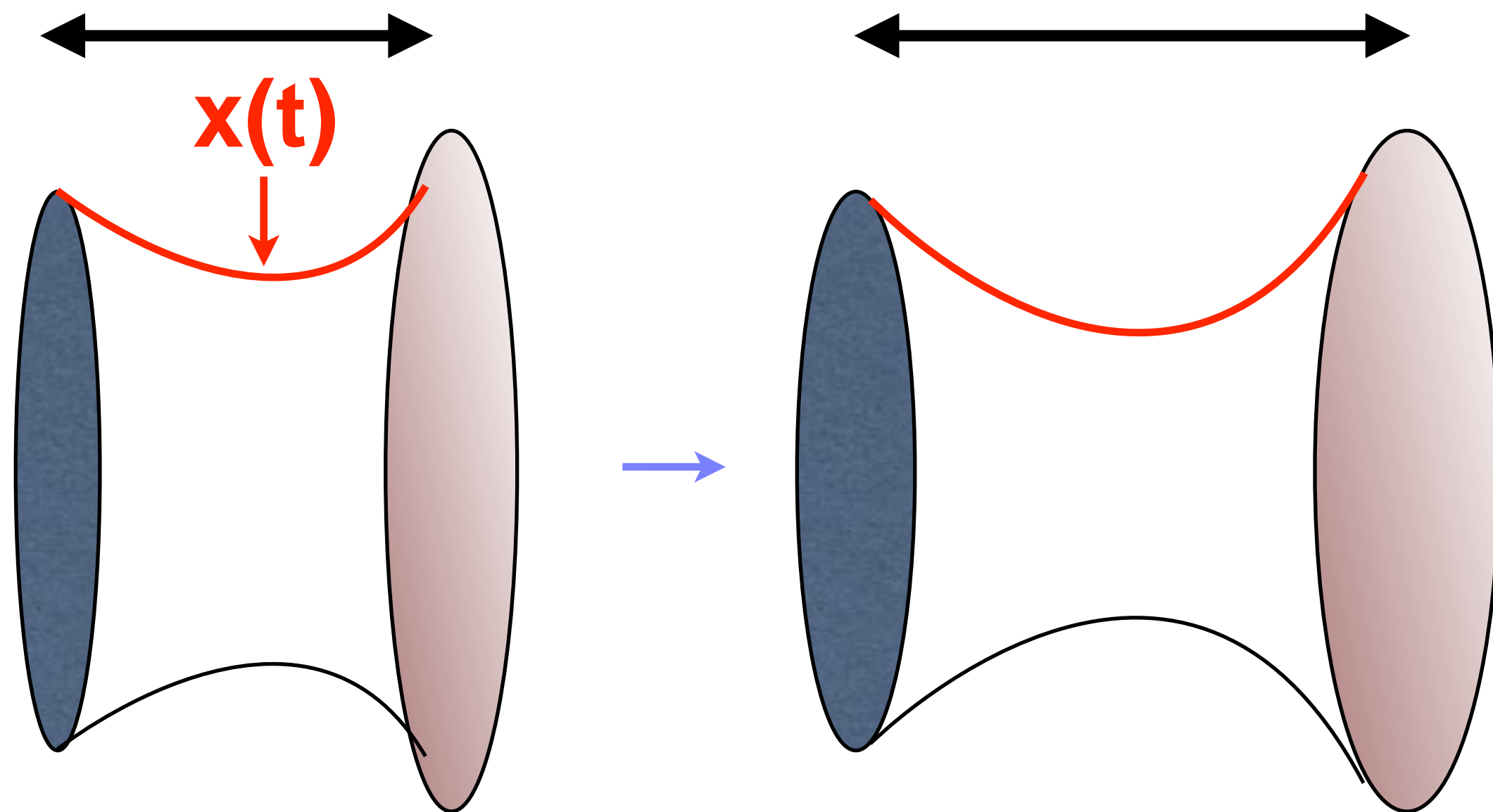
Equazione di Eulero-Lagrange

Cosa intendiamo con soluzione?

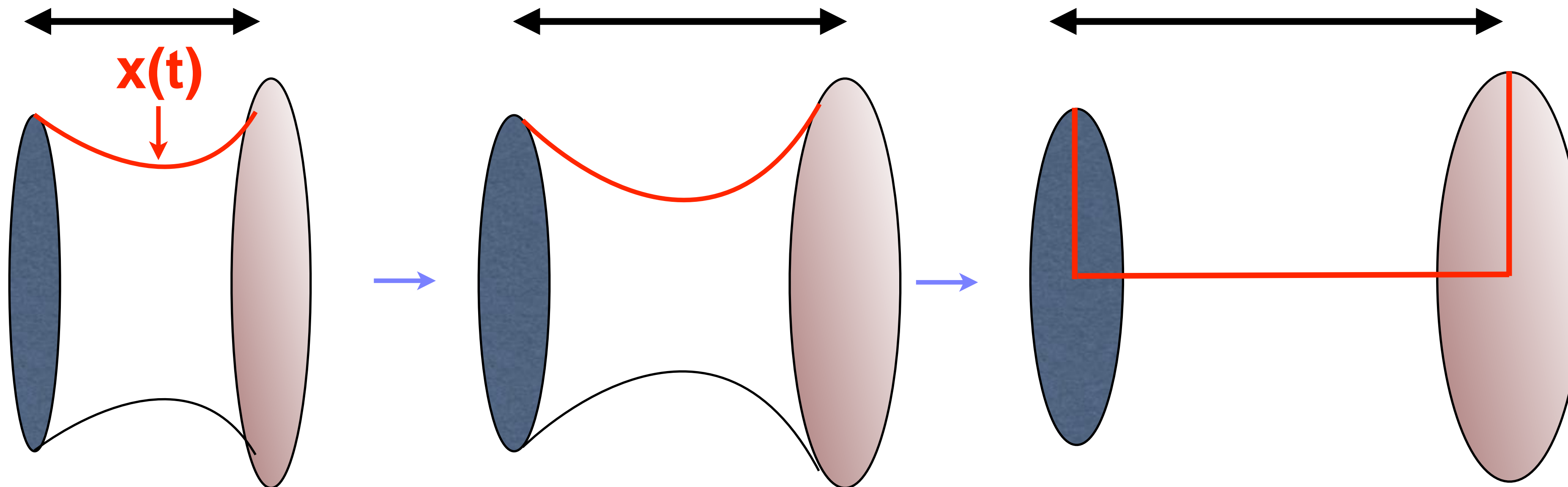
Cosa intendiamo con soluzione?



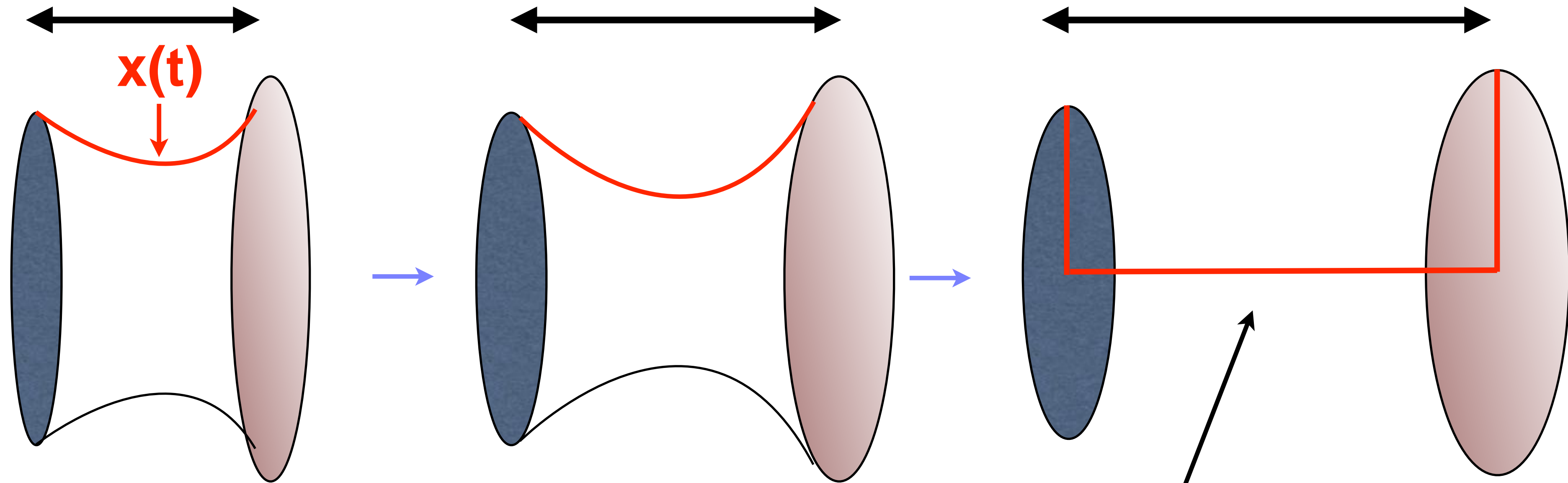
Cosa intendiamo con soluzione?



Cosa intendiamo con soluzione?



Cosa intendiamo con soluzione?

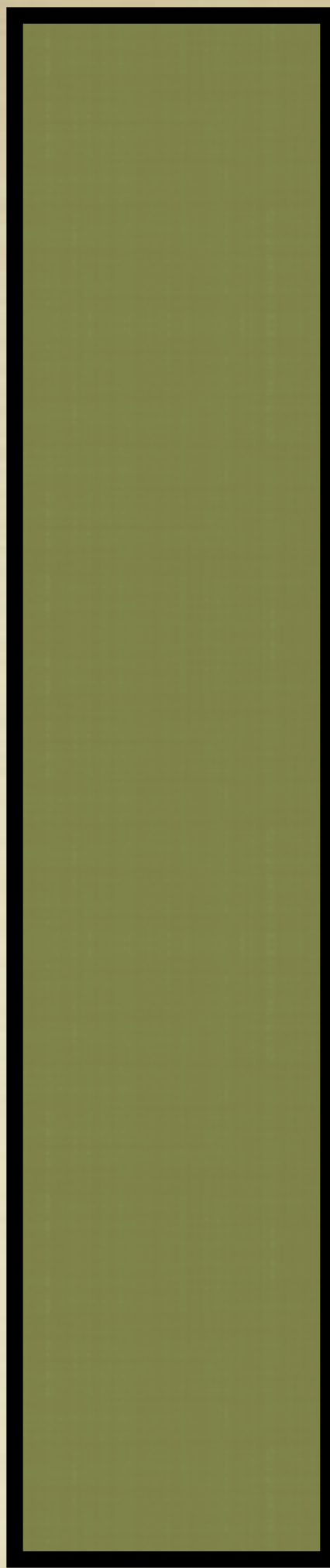


La soluzione di Goldschmidt
(1831)

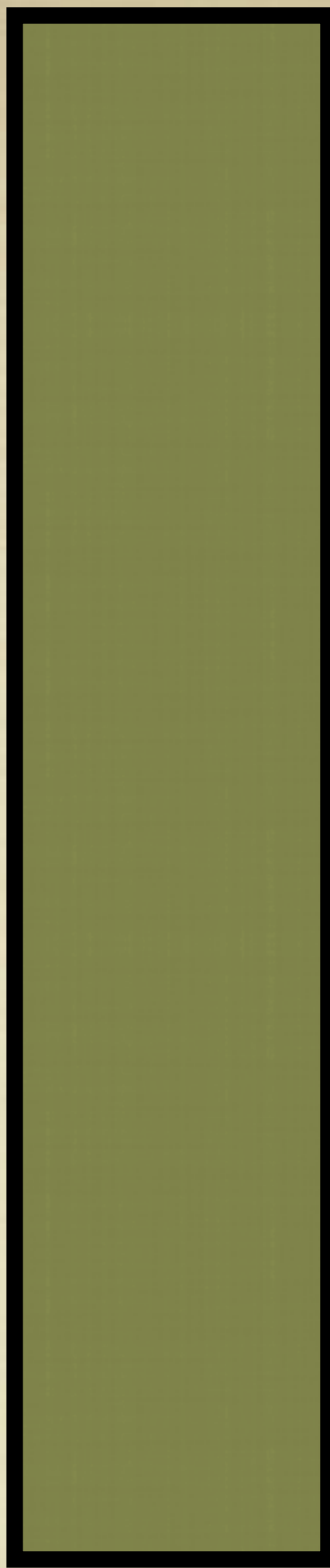
Il problema di Lagrange della colonna

***Determinare la curva che ruotando
attorno all'asse verticale genera una
colonna di efficienza massima a parità di
volume***

Lagrange (1770) *Sur la figure des colonnes*



La soluzione di Lagrange: il cilindro.



La soluzione di Lagrange: il cilindro.

(L'analisi conteneva un errore, che ha confermato la sua intuizione).

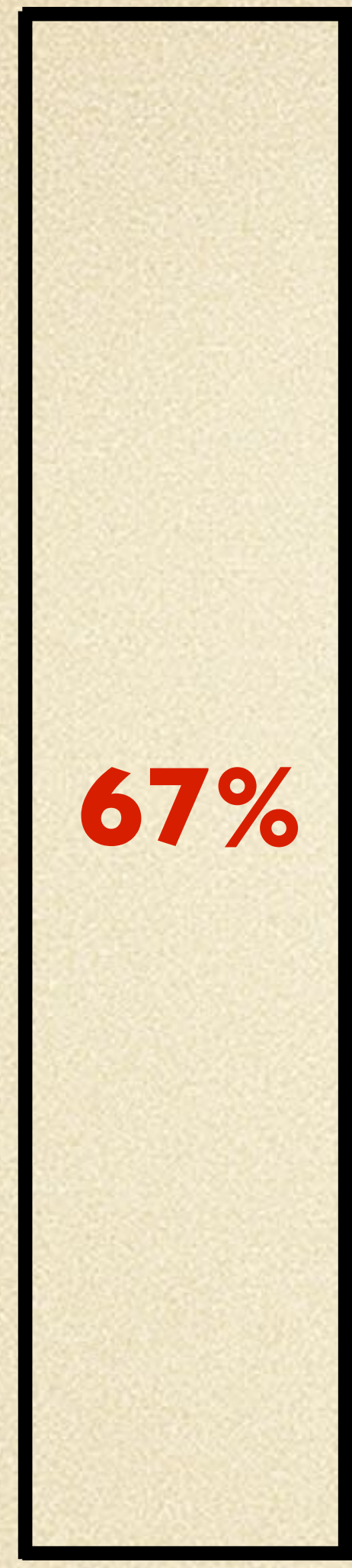
La colonna ottimale: tre soluzioni

La colonna ottimale: tre soluzioni



Lagrange
1770

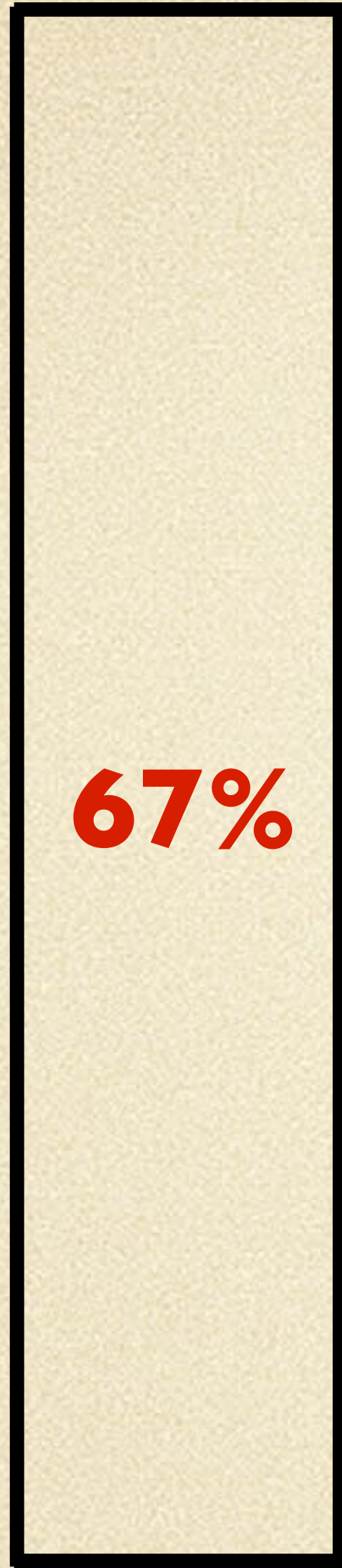
La colonna ottimale: tre soluzioni



67%

**Lagrange
1770**

La colonna ottimale: tre soluzioni



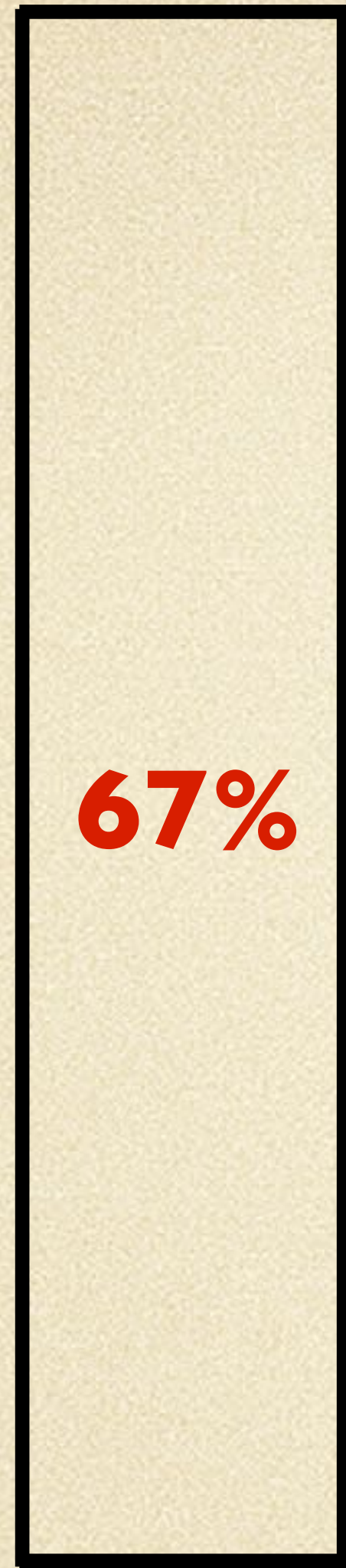
67%

**Lagrange
1770**



**Keller &
Tadjbaksh
1960**

La colonna ottimale: tre soluzioni



67%

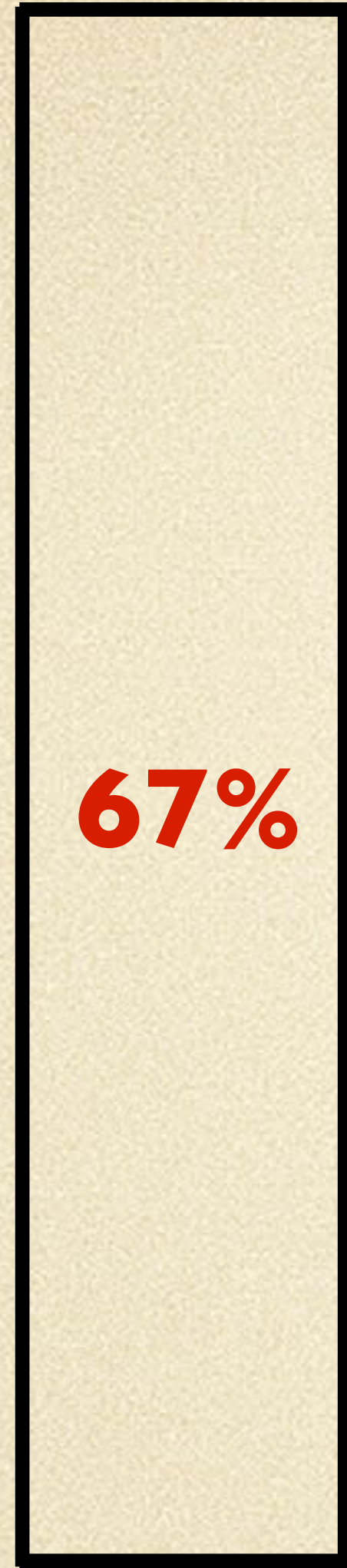
**Lagrange
1770**



3%

**Keller &
Tadjbaksh
1960**

La colonna ottimale: tre soluzioni



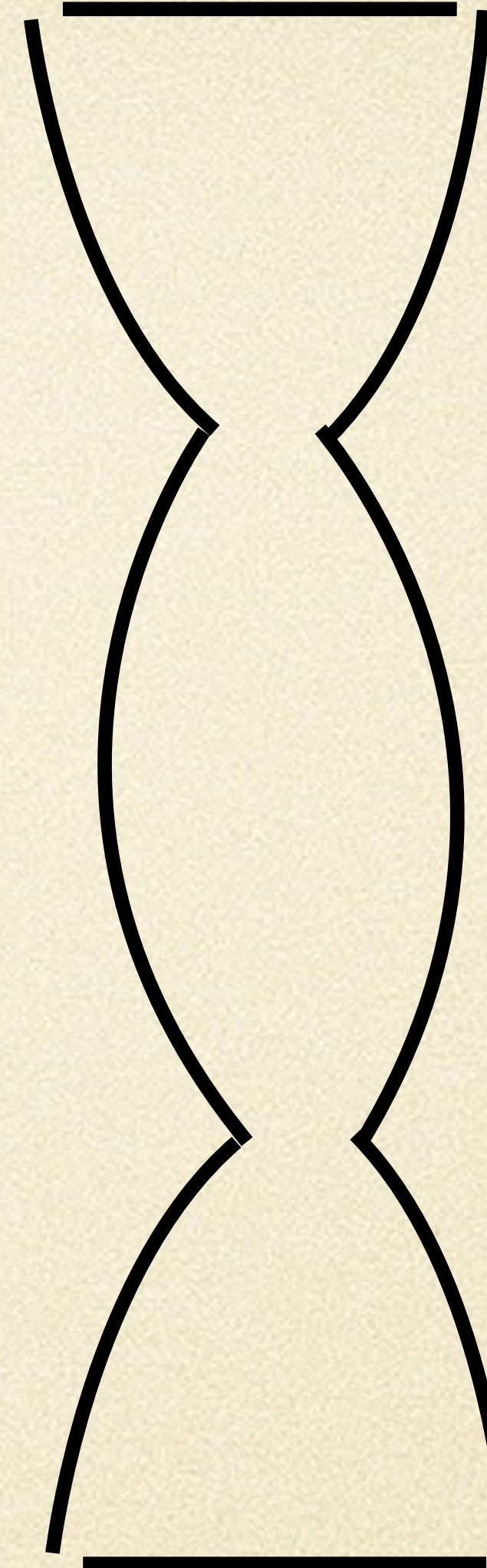
67%

**Lagrange
1770**



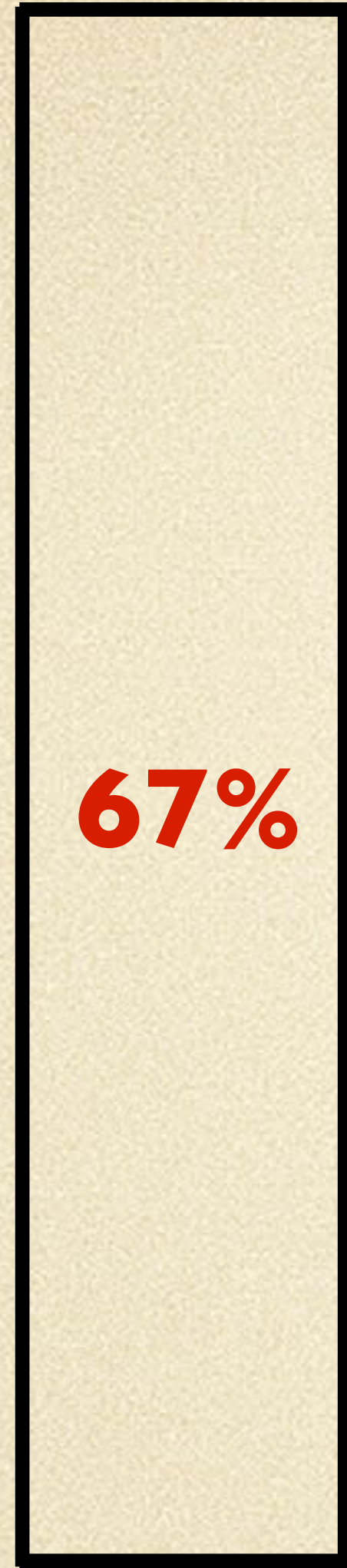
3%

**Keller &
Tadjbaksh
1960**



**Cox & Overton
1992**
(analisi nonsmooth)

La colonna ottimale: tre soluzioni



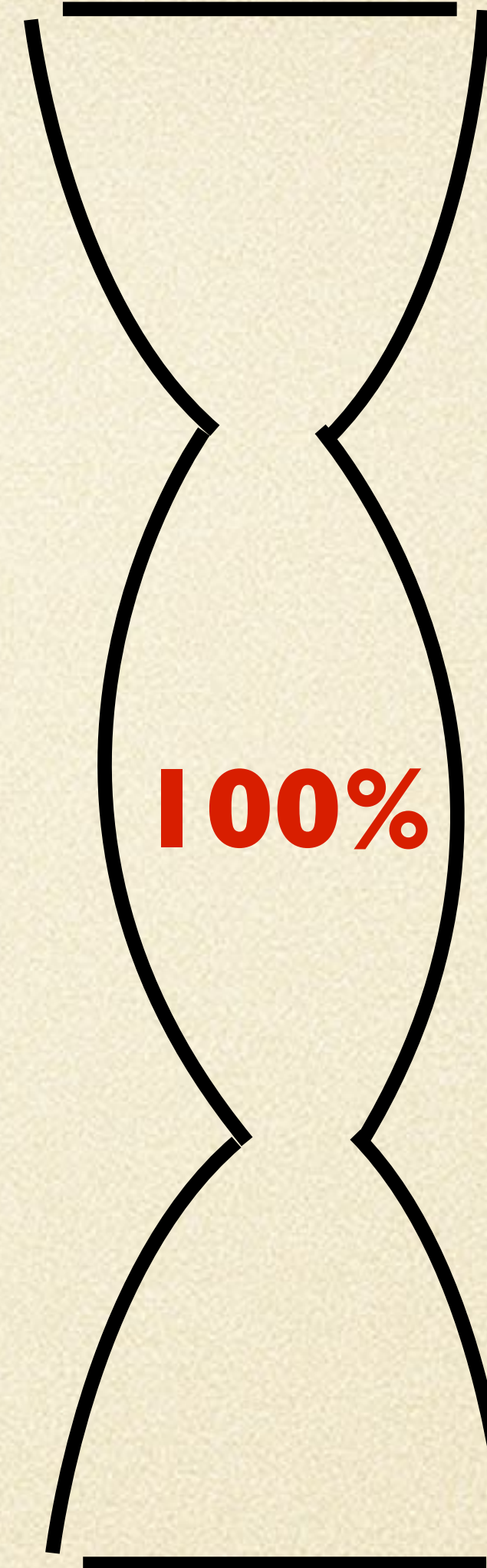
67%

**Lagrange
1770**



3%

**Keller &
Tadjbaksh
1960**



100%

**Cox & Overton
1992
*(analisi nonsmooth)***

Applicazioni

Il restauro degli affreschi di Mantegna

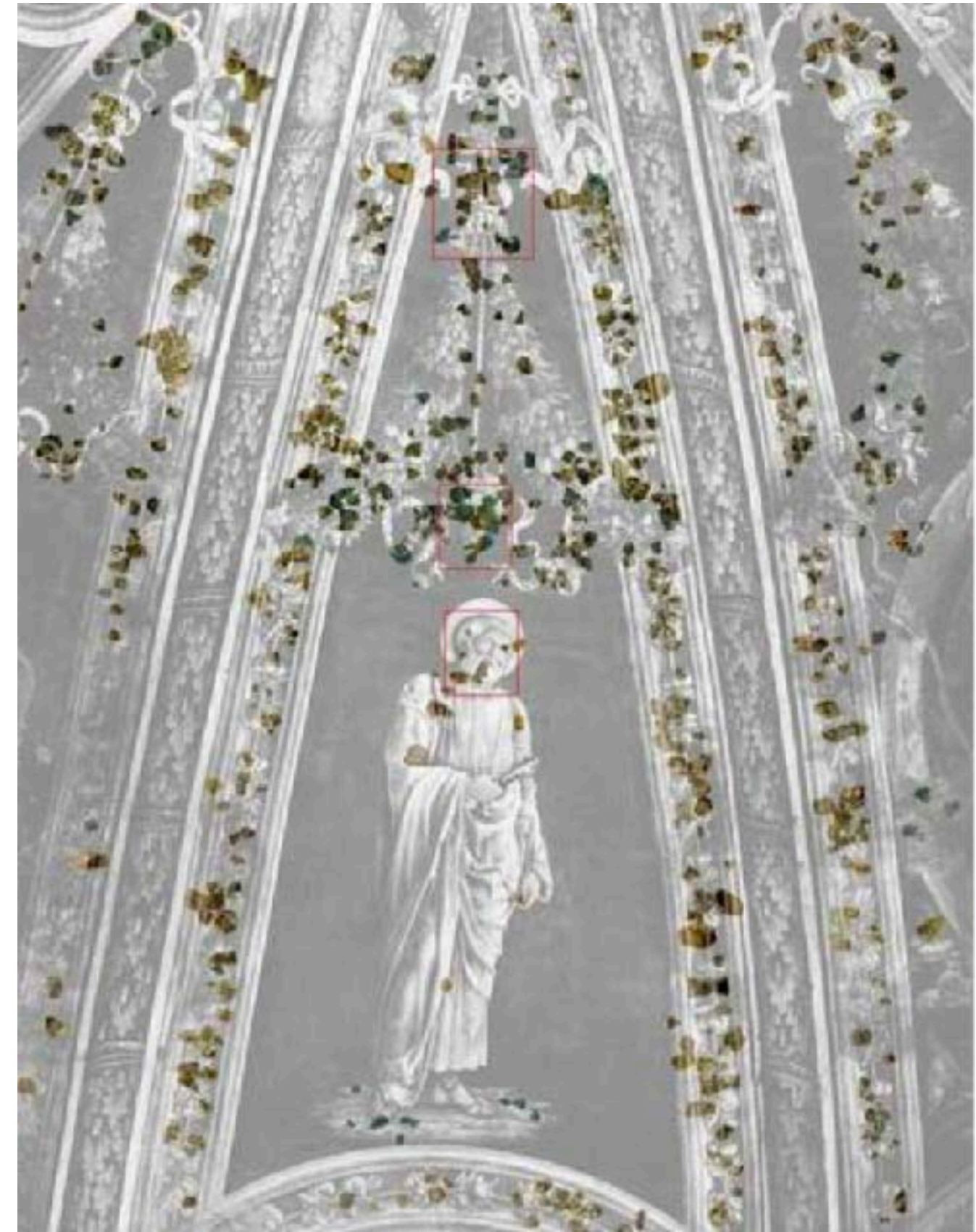
- **Affreschi in una cappella della chiesa degli Eremitani distrutti da bombardamento**
- **80 mila pezzi molto piccoli (5-6 cm²) in 113 casse**
- **Individuazioni di procedimenti matematici basati su metodi di ottimizzazioni per:**

Il restauro degli affreschi di Mantegna

- **Affreschi in una cappella della chiesa degli Eremitani distrutti da bombardamento**
- **80 mila pezzi molto piccoli (5-6 cm²) in 113 casse**
- **Individuazioni di procedimenti matematici basati su metodi di ottimizzazioni per:**
 - a) identificazione di due immagini indipendentemente dalla mutua rotazione e altrettanto efficiente nell'ignorare distorsioni e disturbi**
 - b) recuperare la cromia delle lacune a partire dal colore dei frammenti e dai livelli di grigio delle parti mancanti: matematica simile a quella della diffusione del calore**



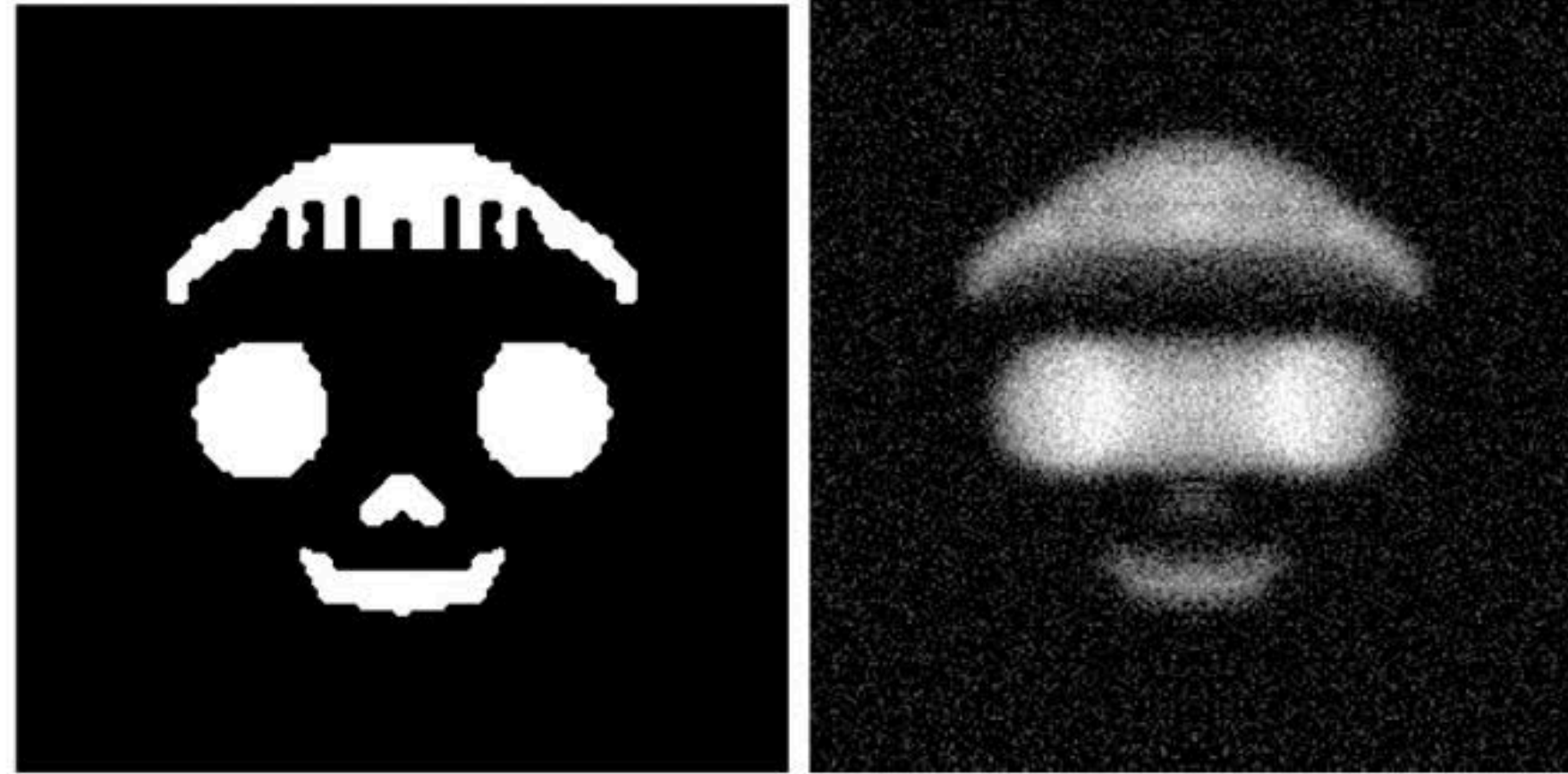
Particolare dal ciclo di affreschi di Andrea Mantegna.
Cappella Ovetari, Padova



<https://webmagazine.unitn.it/eventi/22997/quando-la-matematica-salva-un-mantegna>

Ricostruzione di immagini

Tomographic Reconstruction with Few Views

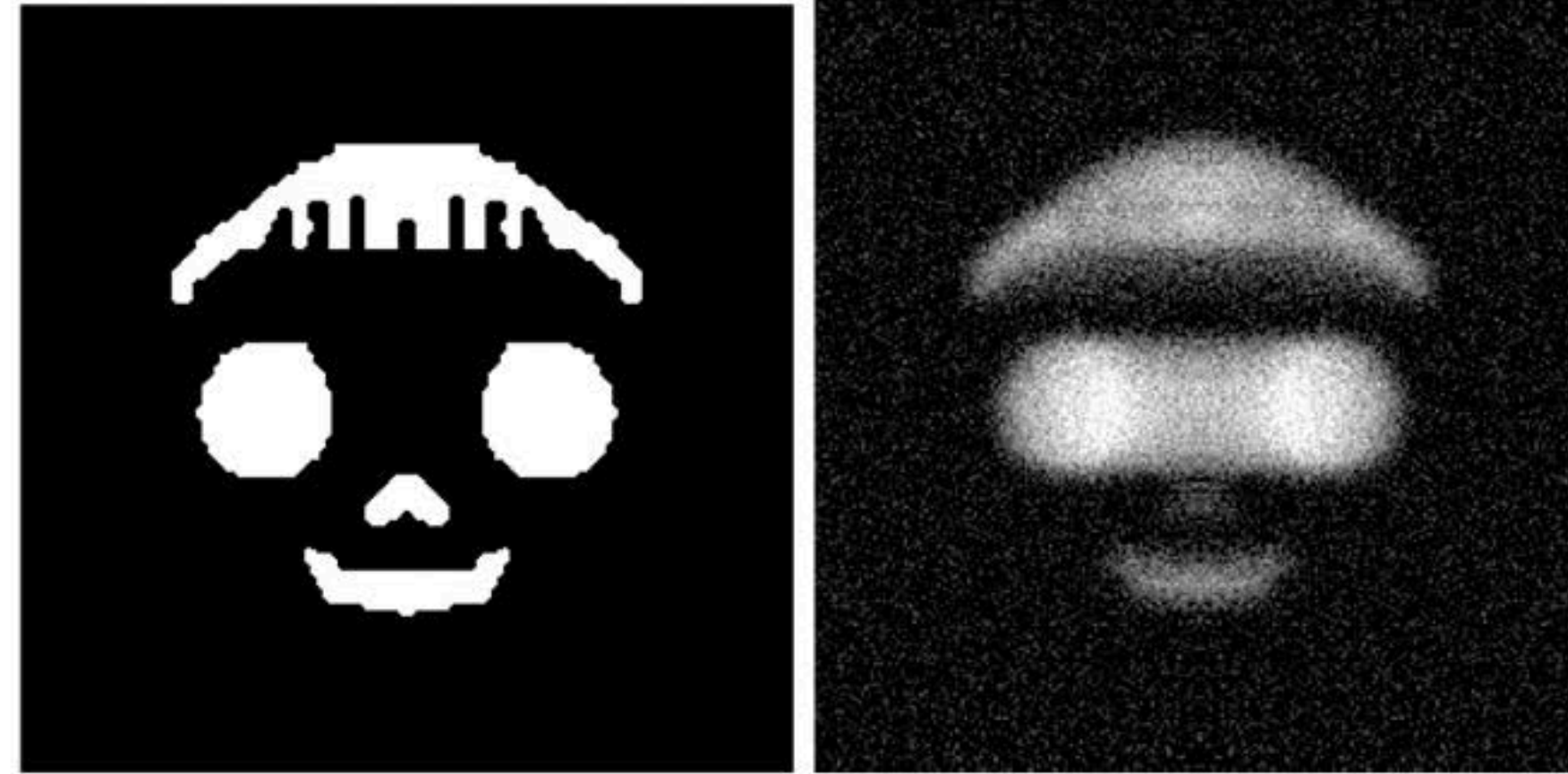


(a) Original image

(b) Observed image u_d

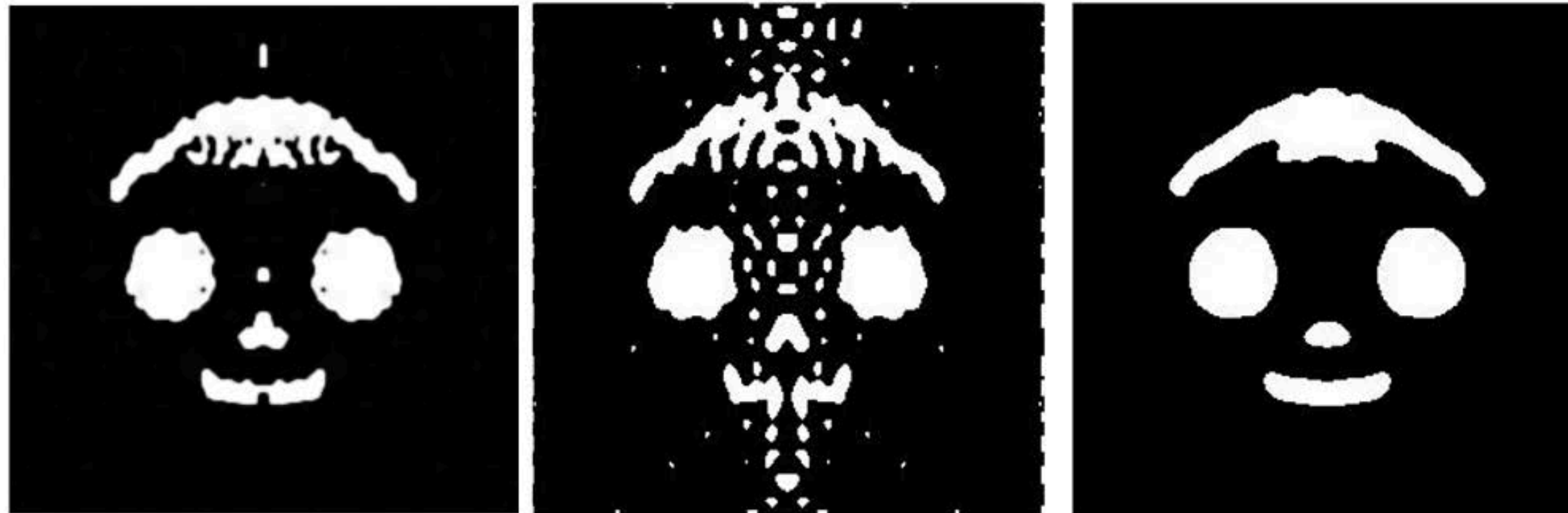
Ricostruzione di immagini

Tomographic Reconstruction with Few Views



(a) Original image

(b) Observed image u_d

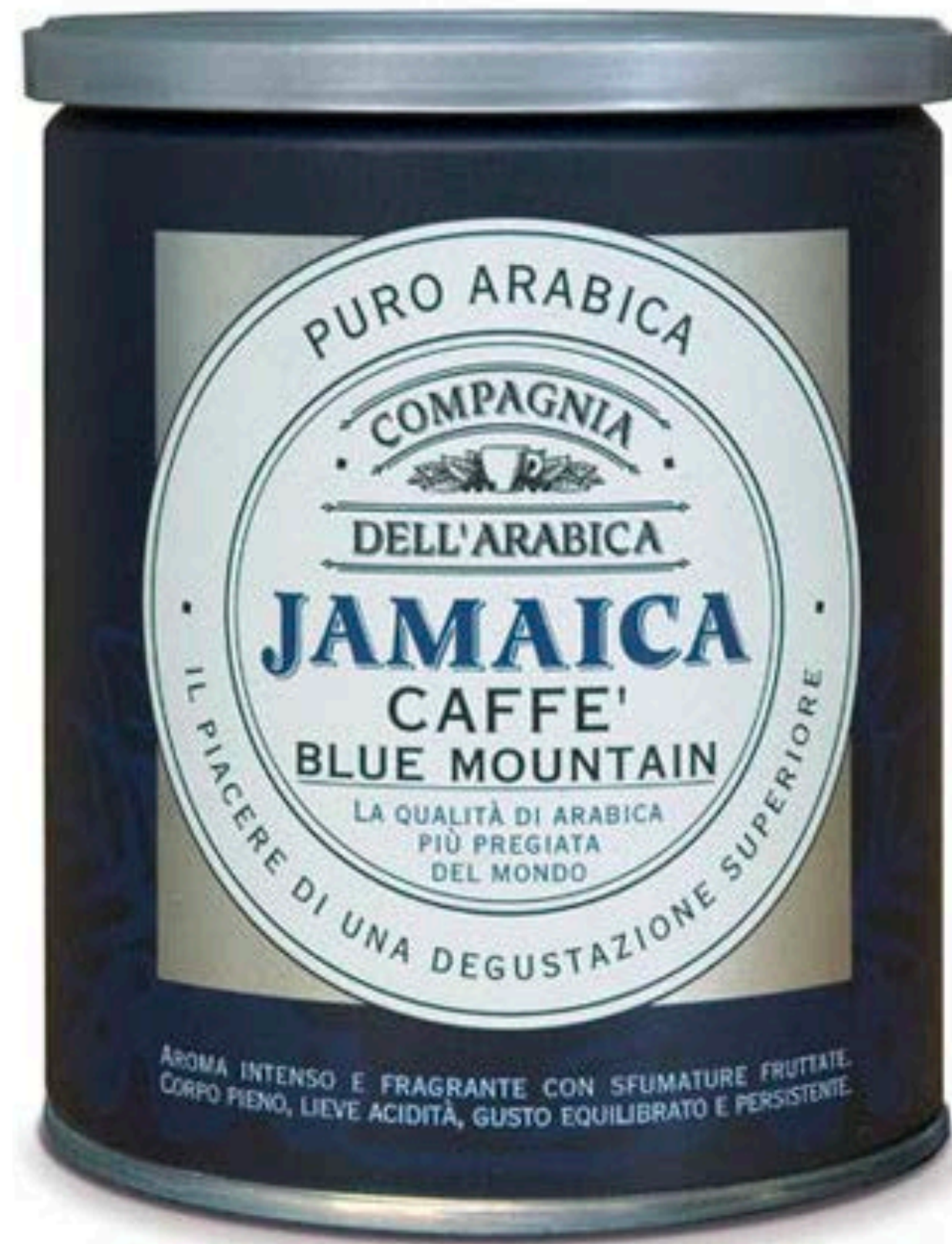


(c) Fractional laplacian reconstruction, $\varepsilon = 0.5$, $\alpha =$ reconstruction
5, $\beta = 0$

(d) Smooth truncated Needlet

(e) Threshold Needlet reconstruction

La confezione di caffè



Problema. Scatola cilindrica di caffè da 880 ml. Qual è l'altezza e il raggio che permettono di minimizzare il costo del metallo utilizzato?



Problema. Scatola cilindrica di caffè da 880 ml. Qual è l'altezza e il raggio che permettono di minimizzare il costo del metallo utilizzato?



1) Qual è il volume di una tale scatola di altezza h e raggio R ?

Problema. Scatola cilindrica di caffè da 880 ml. Qual è l'altezza e il raggio che permettono di minimizzare il costo del metallo utilizzato?



1) Qual è il volume di una tale scatola di altezza h e raggio R ? $\pi R^2 h$

Problema. Scatola cilindrica di caffè da 880 ml. Qual è l'altezza e il raggio che permettono di minimizzare il costo del metallo utilizzato?



1) Qual è il volume di una tale scatola di altezza h e raggio R ? $\pi R^2 h$

2) Ricavare h (cm) in funzione di R (cm)

Problema. Scatola cilindrica di caffè da 880 ml. Qual è l'altezza e il raggio che permettono di minimizzare il costo del metallo utilizzato?



1) Qual è il volume di una tale scatola di altezza h e raggio R ? $\pi R^2 h$

2) Ricavare h (cm) in funzione di R (cm) $h = \frac{880}{\pi R^2}$

Problema. Scatola cilindrica di caffè da 880 ml. Qual è l'altezza e il raggio che permettono di minimizzare il costo del metallo utilizzato?



1) Qual è il volume di una tale scatola di altezza h e raggio R ? $\pi R^2 h$

2) Ricavare h (cm) in funzione di R (cm) $h = \frac{880}{\pi R^2}$

3) Qual è l'area della confezione, base e coperchio inclusi (in funzione di R)?

Problema. Scatola cilindrica di caffè da 880 ml. Qual è l'altezza e il raggio che permettono di minimizzare il costo del metallo utilizzato?



1) Qual è il volume di una tale scatola di altezza h e raggio R ? $\pi R^2 h$

2) Ricavare h (cm) in funzione di R (cm) $h = \frac{880}{\pi R^2}$

3) Qual è l'area della confezione, base e coperchio inclusi (in funzione di R)?

$$2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi \frac{880}{\pi R} + 2\pi R^2$$

Problema. Scatola cilindrica di caffè da 880 ml. Qual è l'altezza e il raggio che permettono di minimizzare il costo del metallo utilizzato?



1) Qual è il volume di una tale scatola di altezza h e raggio R ? $\pi R^2 h$

2) Ricavare h (cm) in funzione di R (cm) $h = \frac{880}{\pi R^2}$

3) Qual è l'area della confezione, base e coperchio inclusi (in funzione di R)?

$$2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi \frac{880}{\pi R} + 2\pi R^2 = \frac{1760}{R} + 2\pi R^2$$

Problema. Scatola cilindrica di caffè da 880 ml. Qual è l'altezza e il raggio che permettono di minimizzare il costo del metallo utilizzato?



1) Qual è il volume di una tale scatola di altezza h e raggio R ? $\pi R^2 h$

2) Ricavare h (cm) in funzione di R (cm) $h = \frac{880}{\pi R^2}$

3) Qual è l'area della confezione, base e coperchio inclusi (in funzione di R)?

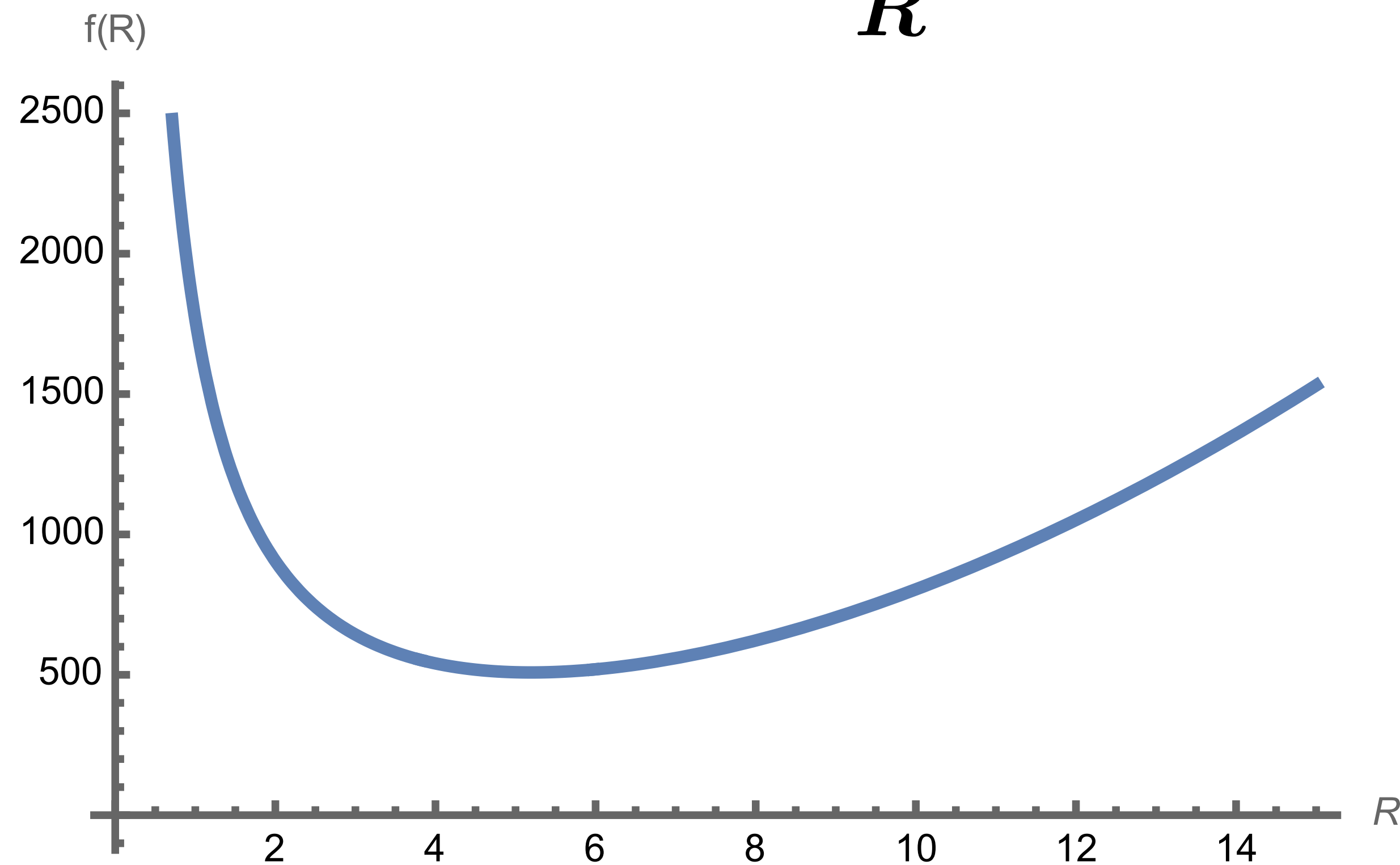
$$2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi \frac{880}{\pi R} + 2\pi R^2 = \frac{1760}{R} + 2\pi R^2 := f(R)$$

Studiamo $f(R) = \frac{1760}{R} + 2\pi R^2, R > 0$

Studiamo $f(R) = \frac{1760}{R} + 2\pi R^2, R > 0$

Ricordiamo: è la superficie di metallo
utilizzata per una scatola cilindrica di
raggio R e volume fissato pari a 880 cm^3

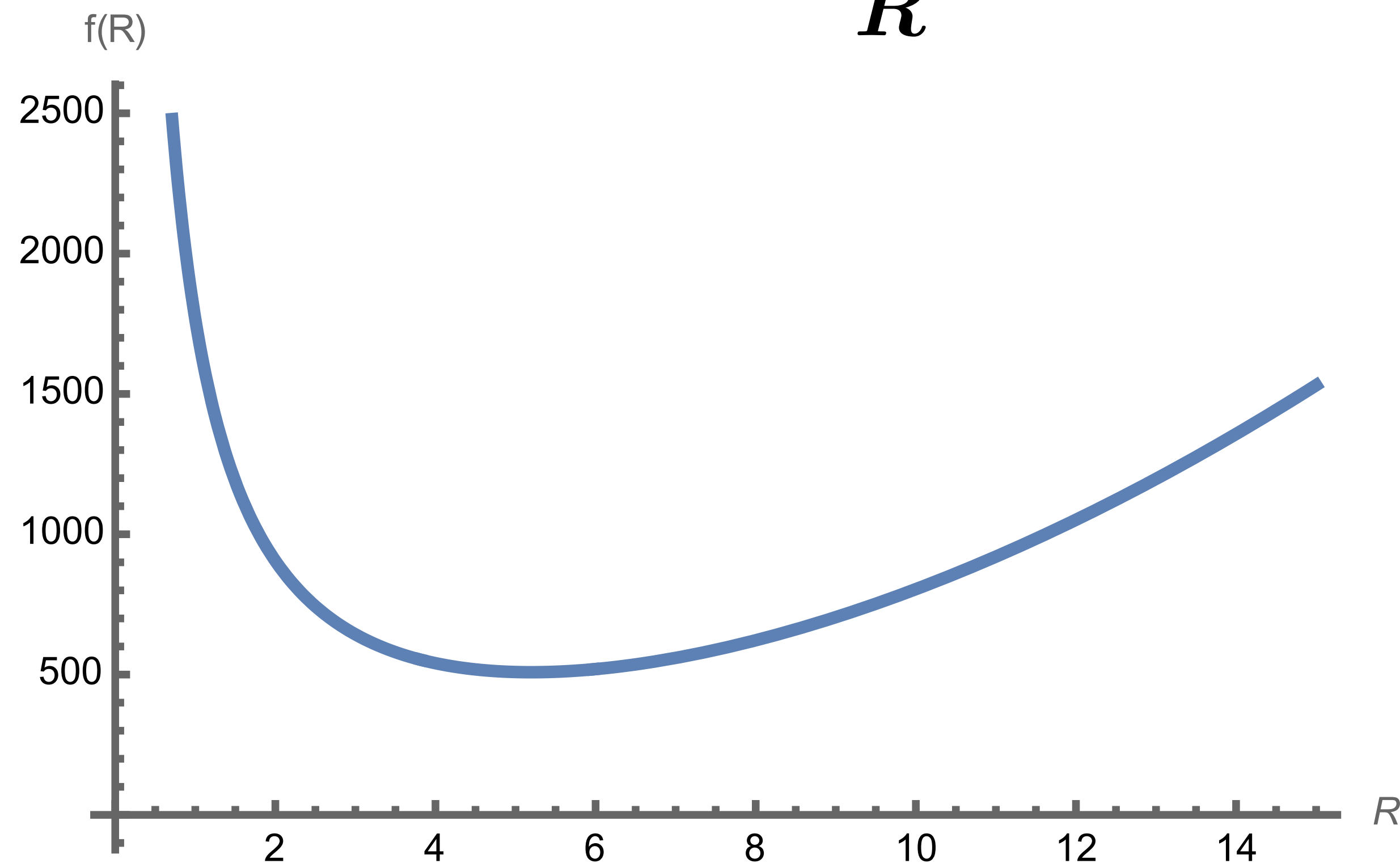
Studiamo $f(R) = \frac{1760}{R} + 2\pi R^2, R > 0$



Ricordiamo: è la superficie di metallo utilizzata per una scatola cilindrica di raggio R e volume fissato pari a 880 cm^3

Studiamo $f(R) = \frac{1760}{R} + 2\pi R^2, R > 0$

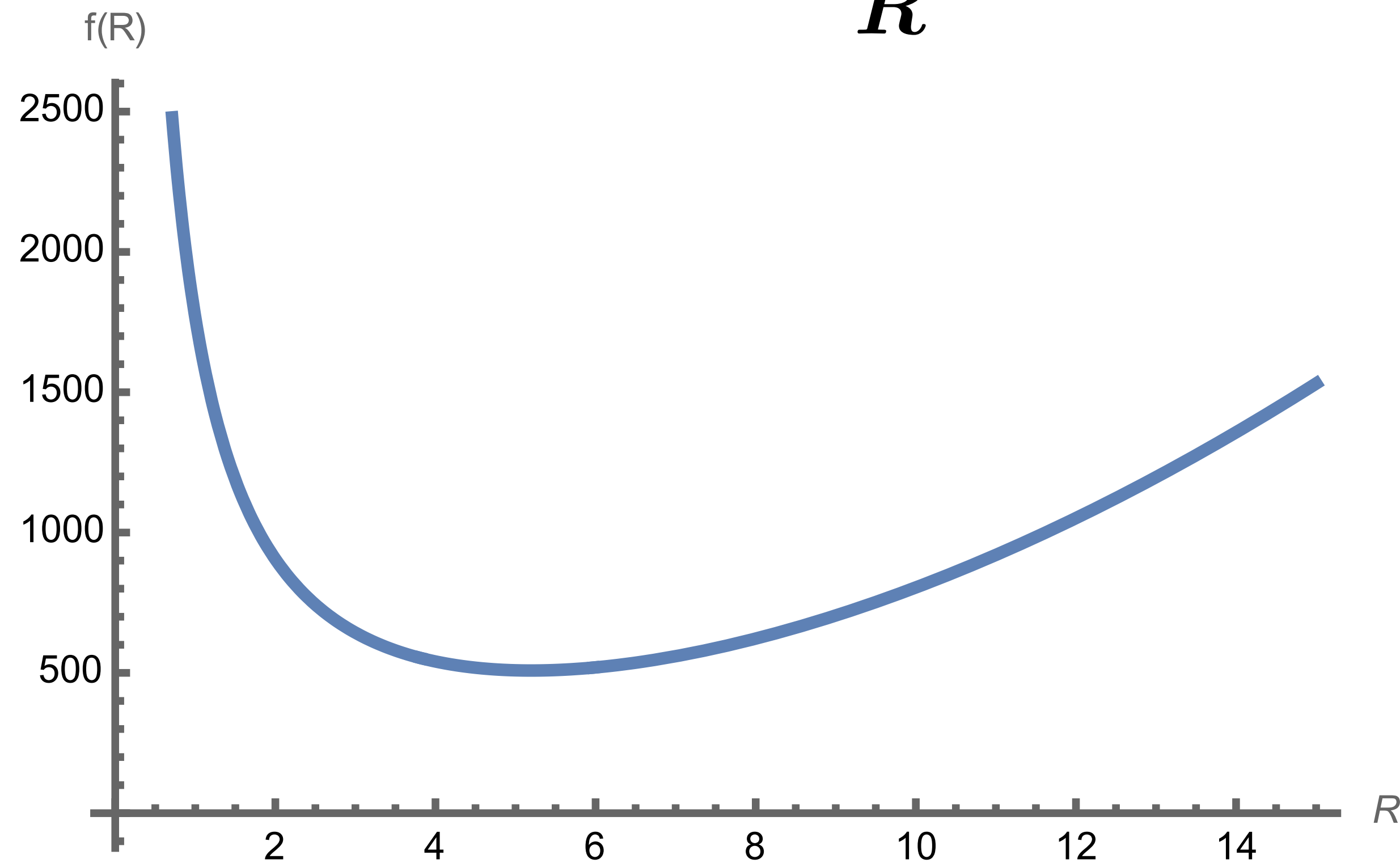
Ricordiamo: è la superficie di metallo
utilizzata per una scatola cilindrica di
raggio R e volume fissato pari a 880 cm^3



$$f'(R) = -\frac{1760}{R^2} + 4\pi R$$

Studiamo $f(R) = \frac{1760}{R} + 2\pi R^2, R > 0$

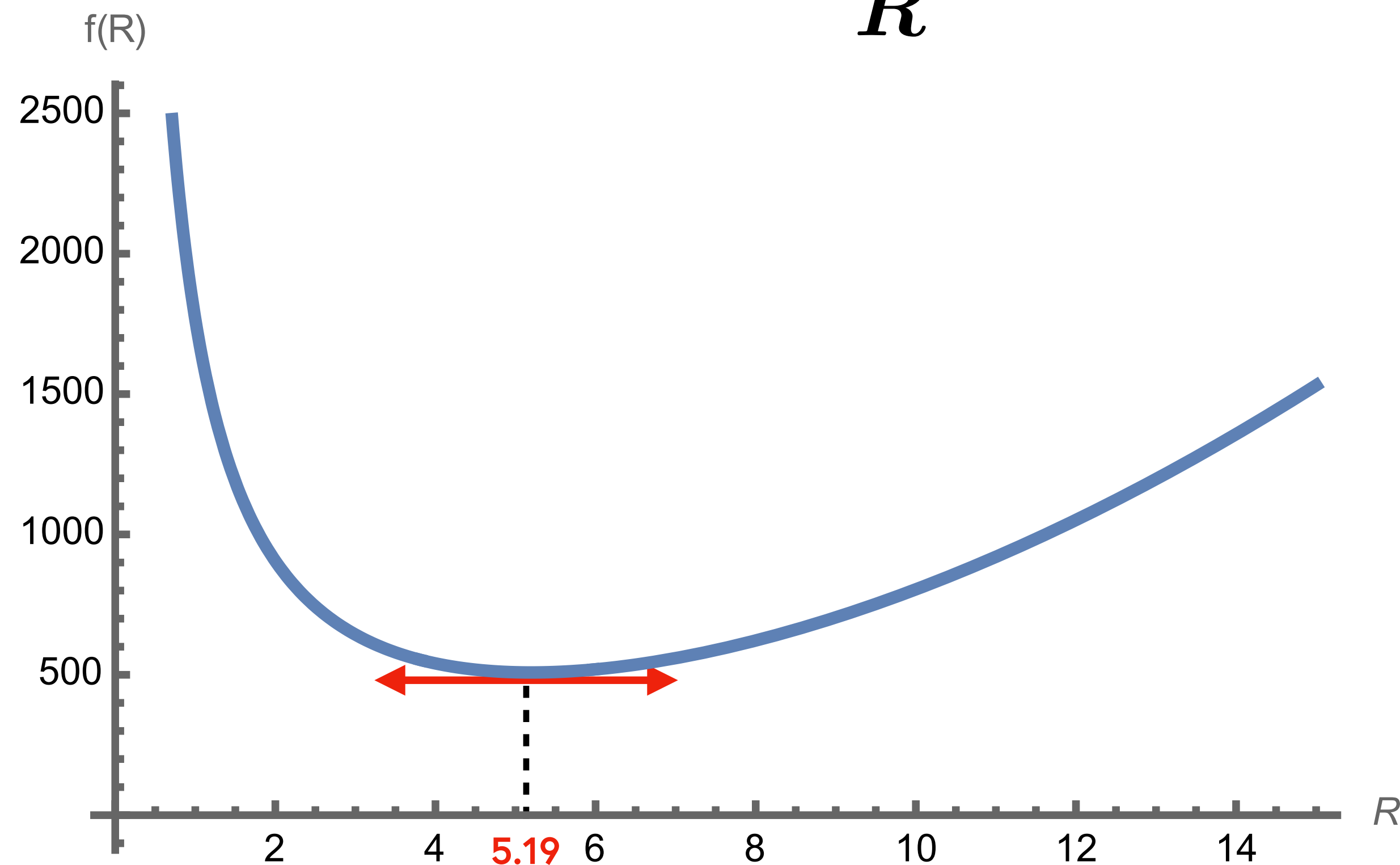
Ricordiamo: è la superficie di metallo
utilizzata per una scatola cilindrica di
raggio R e volume fissato pari a 880 cm^3



$$f'(R) = -\frac{1760}{R^2} + 4\pi R$$
$$= 0 \Leftrightarrow R = 2\sqrt[3]{\frac{55}{\pi}}$$

Studiamo $f(R) = \frac{1760}{R} + 2\pi R^2, R > 0$

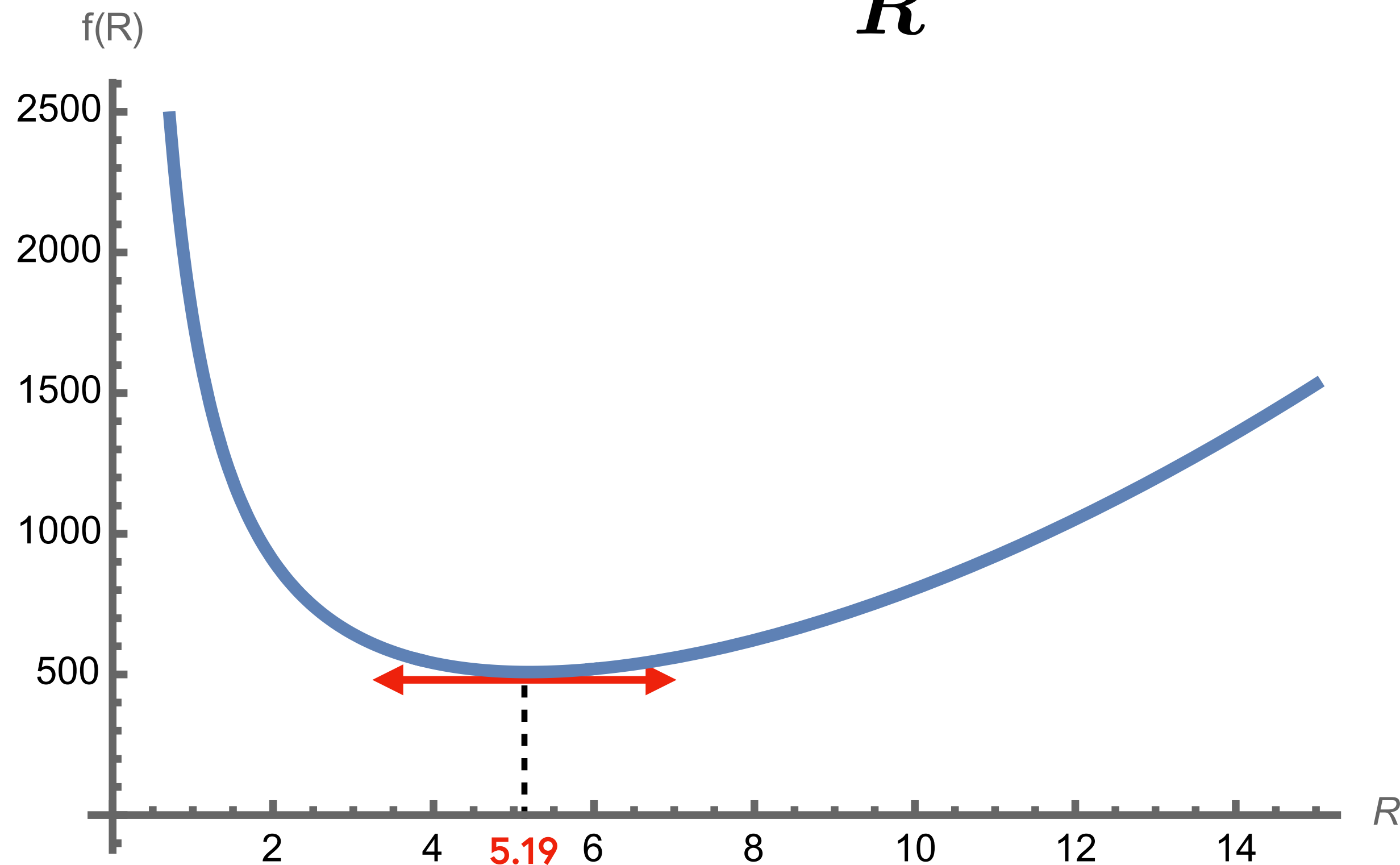
Ricordiamo: è la superficie di metallo
utilizzata per una scatola cilindrica di
raggio R e volume fissato pari a 880 cm^3



$$f'(R) = -\frac{1760}{R^2} + 4\pi R$$
$$= 0 \Leftrightarrow R = 2\sqrt[3]{\frac{55}{\pi}}$$
$$= 5.19319.. \approx 5.19$$

Studiamo $f(R) = \frac{1760}{R} + 2\pi R^2, R > 0$

Ricordiamo: è la superficie di metallo utilizzata per una scatola cilindrica di raggio R e volume fissato pari a 880 cm^3



$$f'(R) = -\frac{1760}{R^2} + 4\pi R$$

$$= 0 \Leftrightarrow R = 2\sqrt[3]{\frac{55}{\pi}}$$

$$= 5.19319... \approx 5.19$$

Viene $R \approx 5.2$, $h = \frac{880}{\pi R^2} = 4\sqrt[3]{\frac{55}{\pi}} = 10.386... \approx 10.4$

Abbiamo trovato $R = 5.2$, $h = 10.4$

Abbiamo trovato $R = 5.2$, $h = 10.4$

$$R = 4.9$$

Tuttavia in realtà...



Abbiamo trovato $R = 5.2$, $h = 10.4$

$$R = 4.9$$



Tuttavia in realtà...

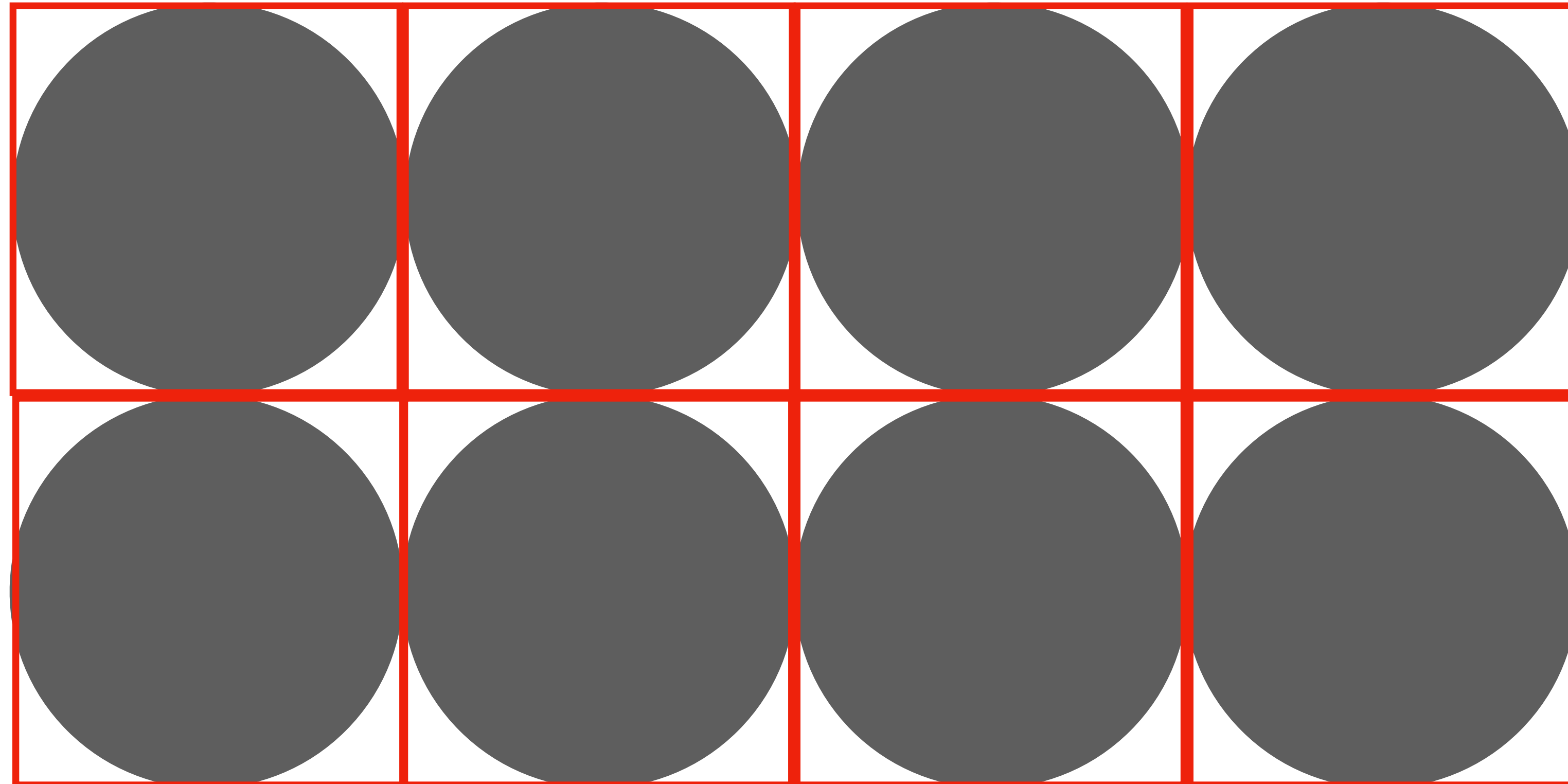
?

$$h = 11.7$$



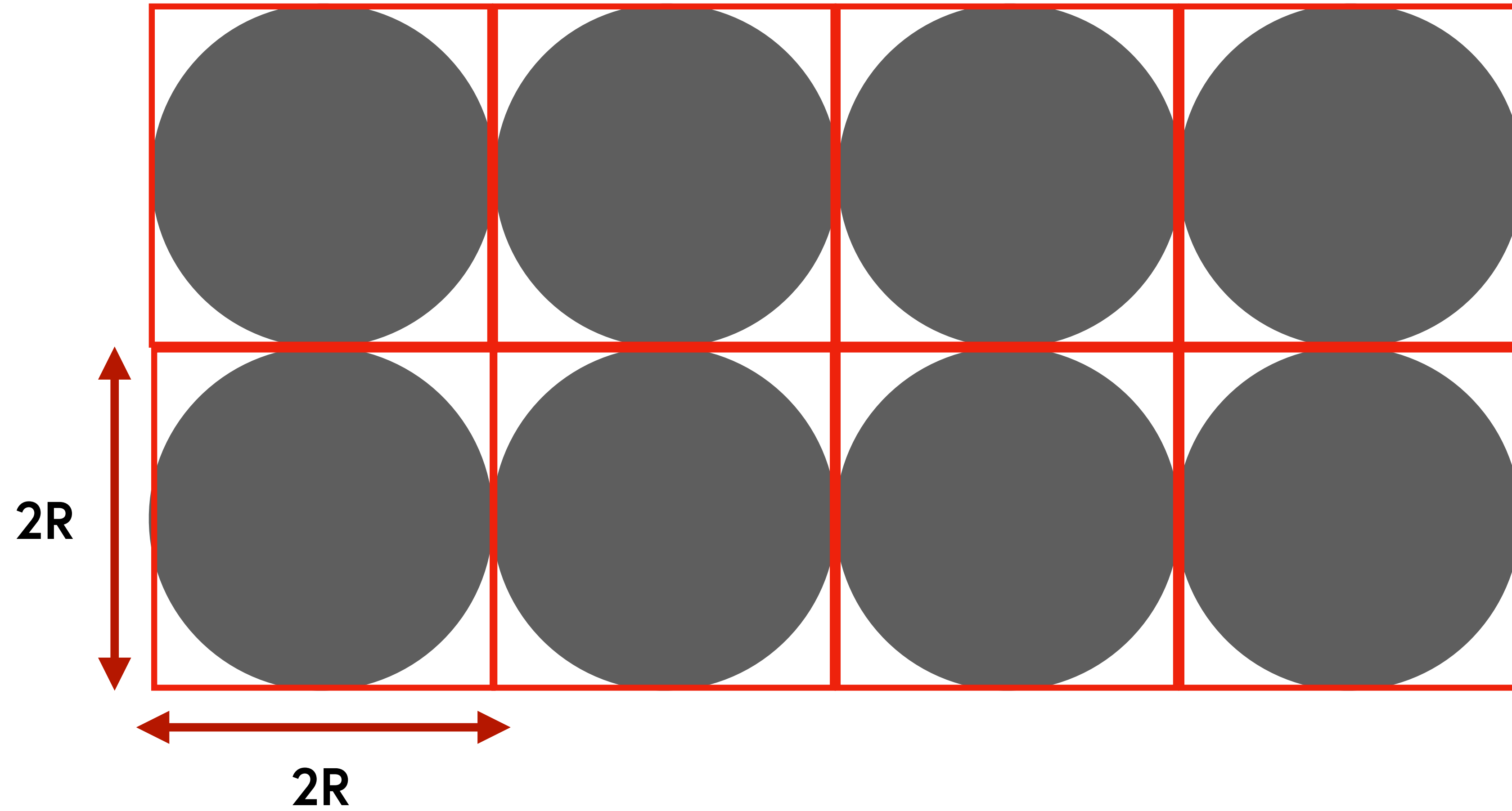
Gli scarti nella produzione dei dischi...

Metodo 1



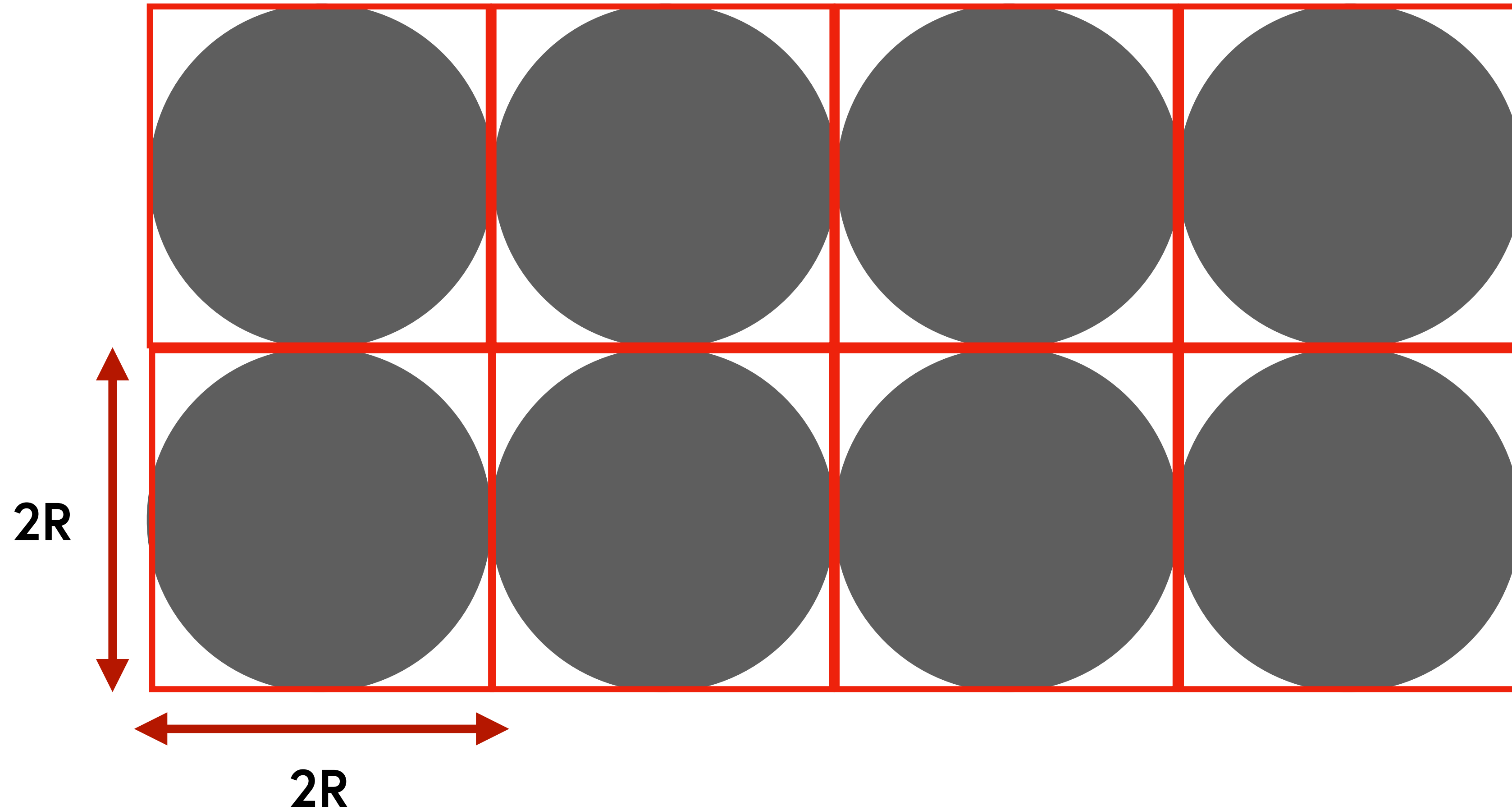
Gli scarti nella produzione dei dischi...

Metodo 1



Gli scarti nella produzione dei dischi...

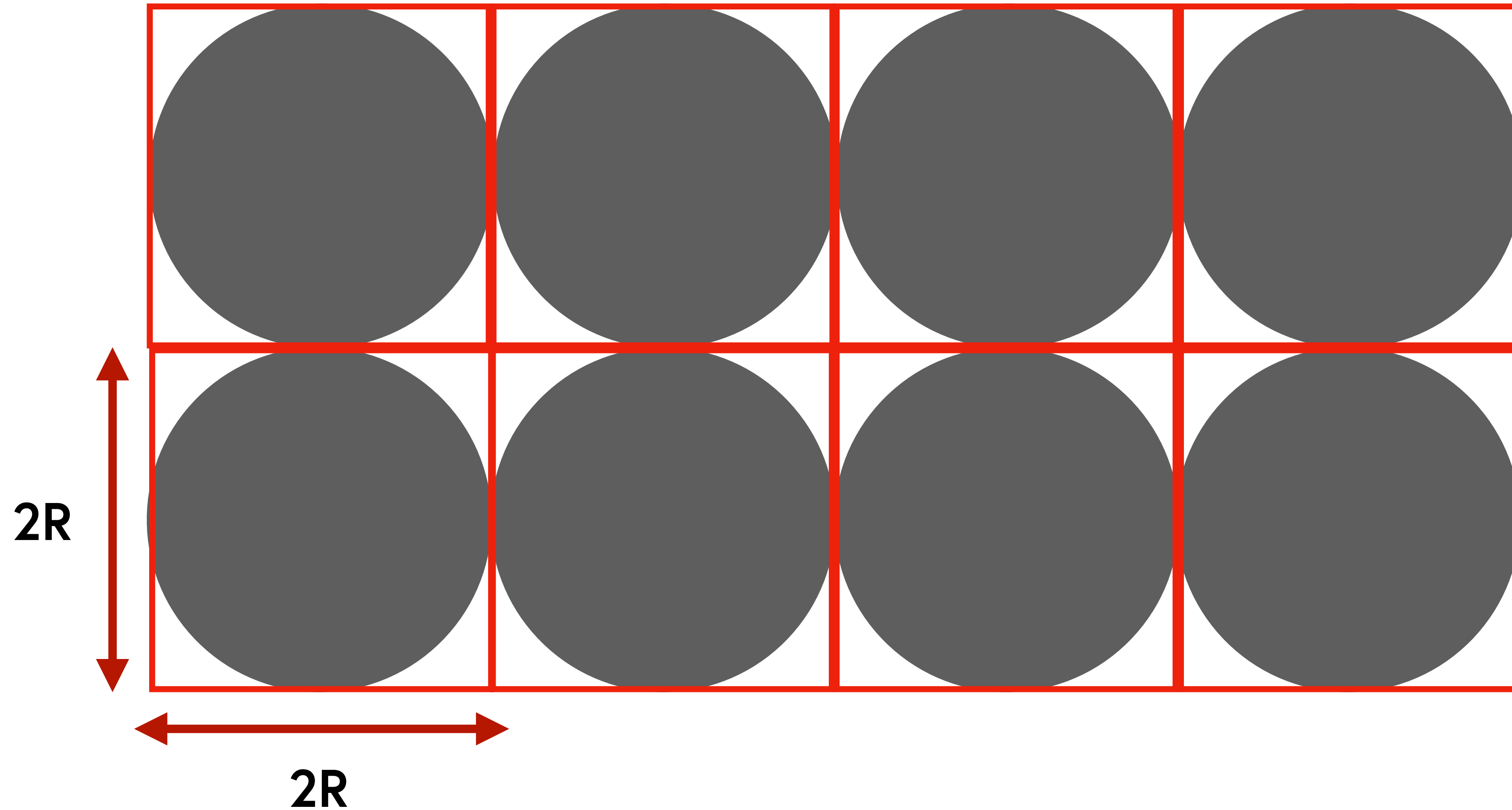
Metodo 1



Per fare un disco: $(2R) \times (2R) = 4R^2$

Gli scarti nella produzione dei dischi...

Metodo 1

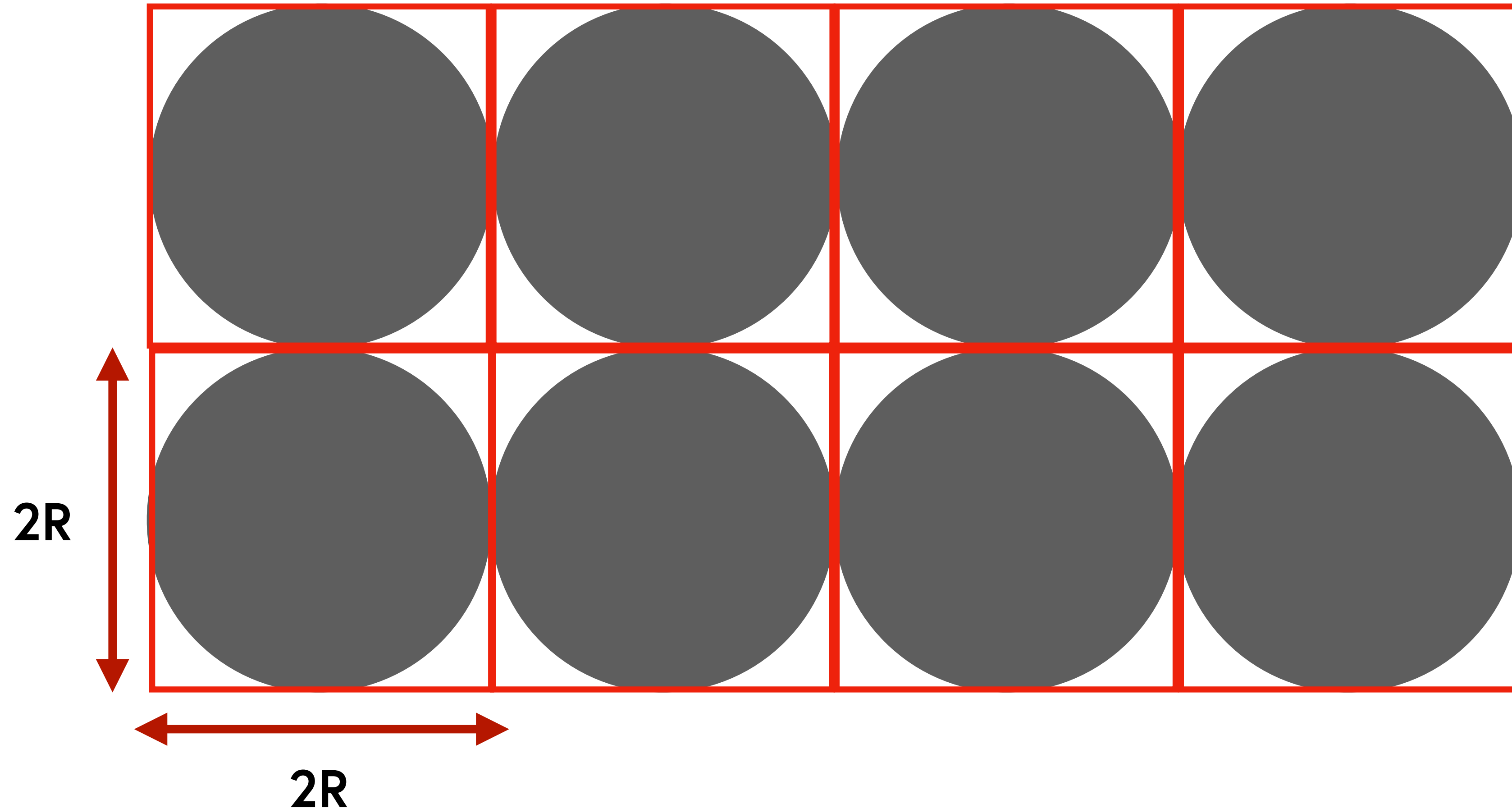


Per fare un disco: $(2R) \times (2R) = 4R^2$

Percentuale di scarto per disco:

Gli scarti nella produzione dei dischi...

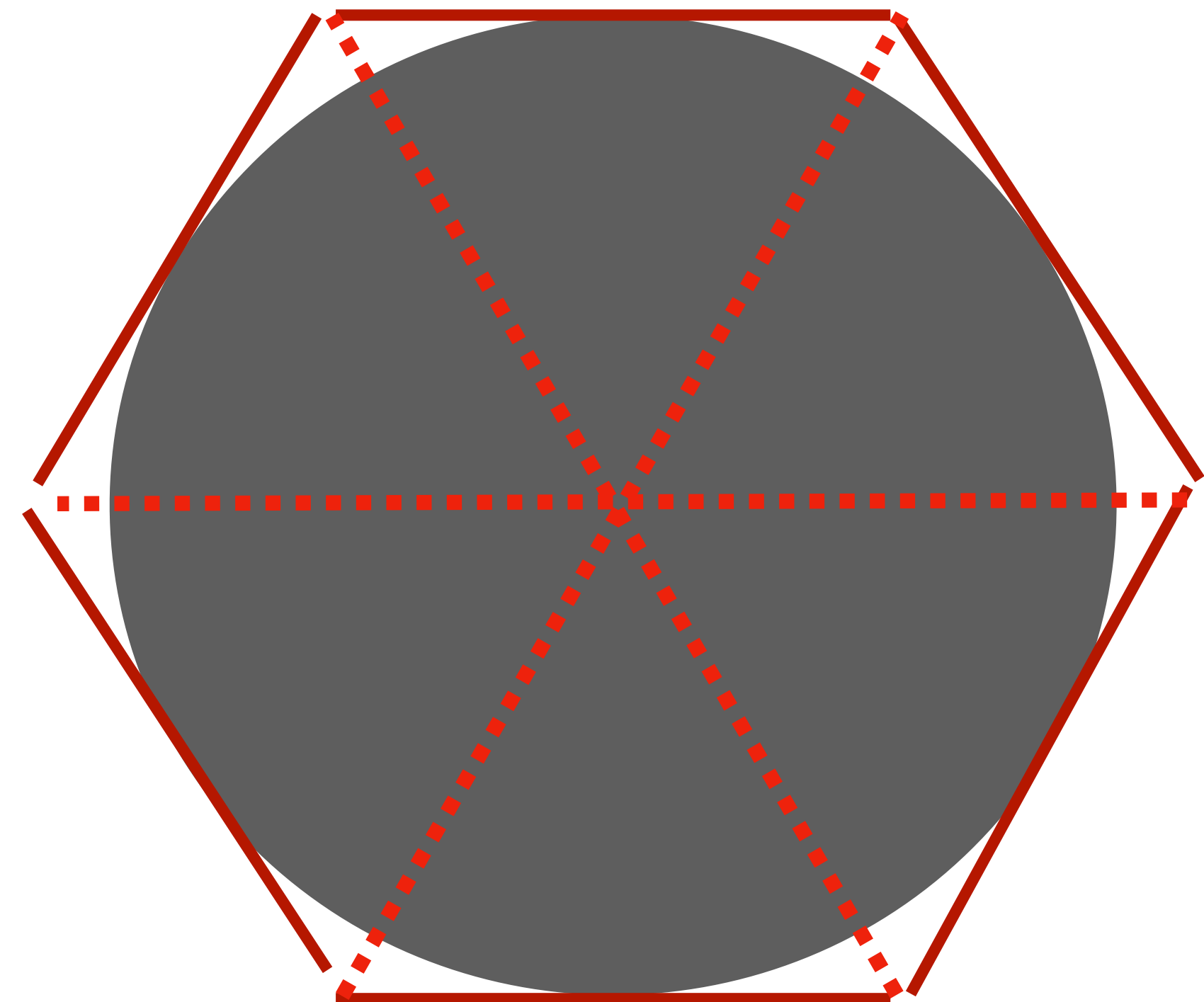
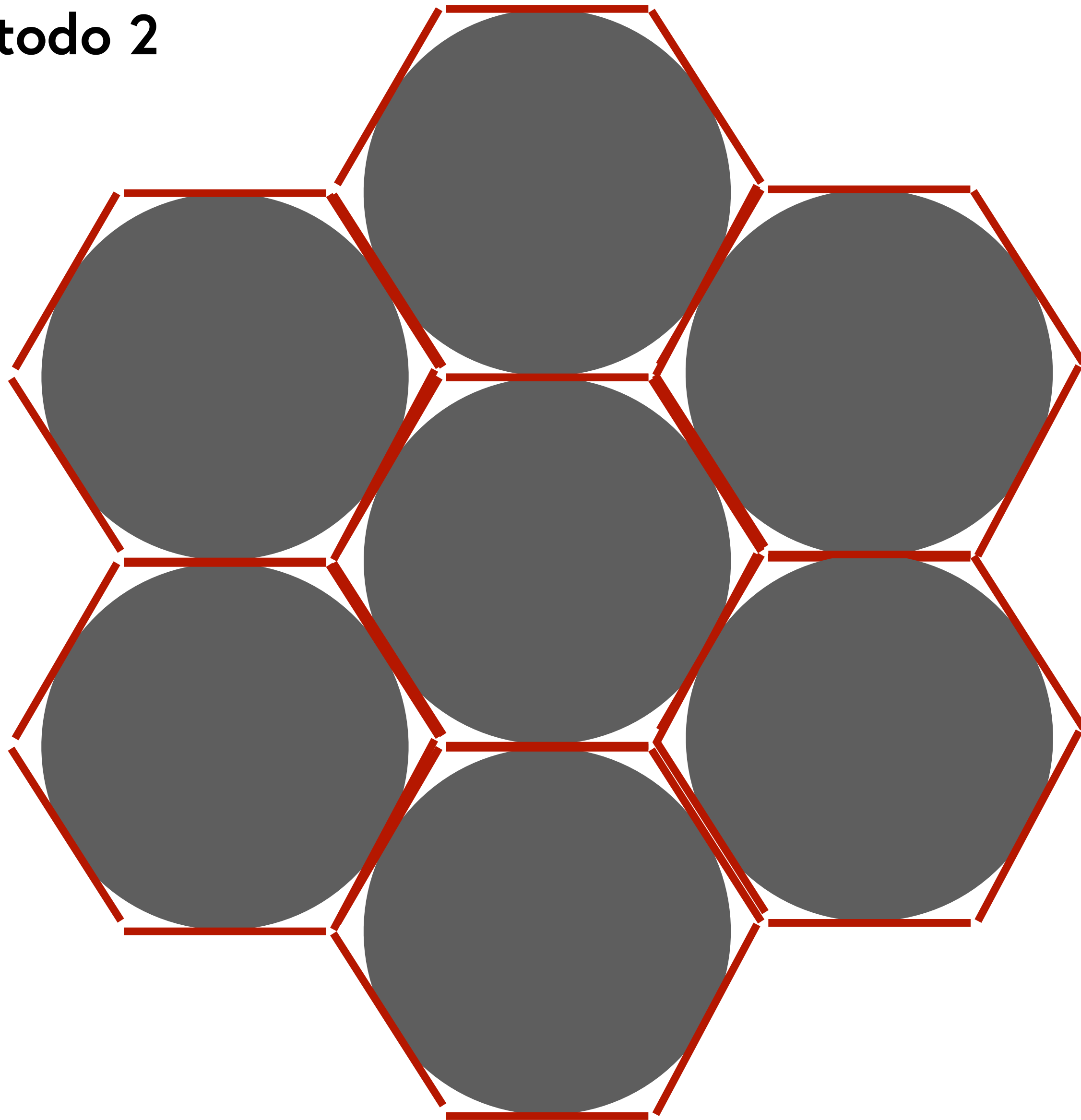
Metodo 1



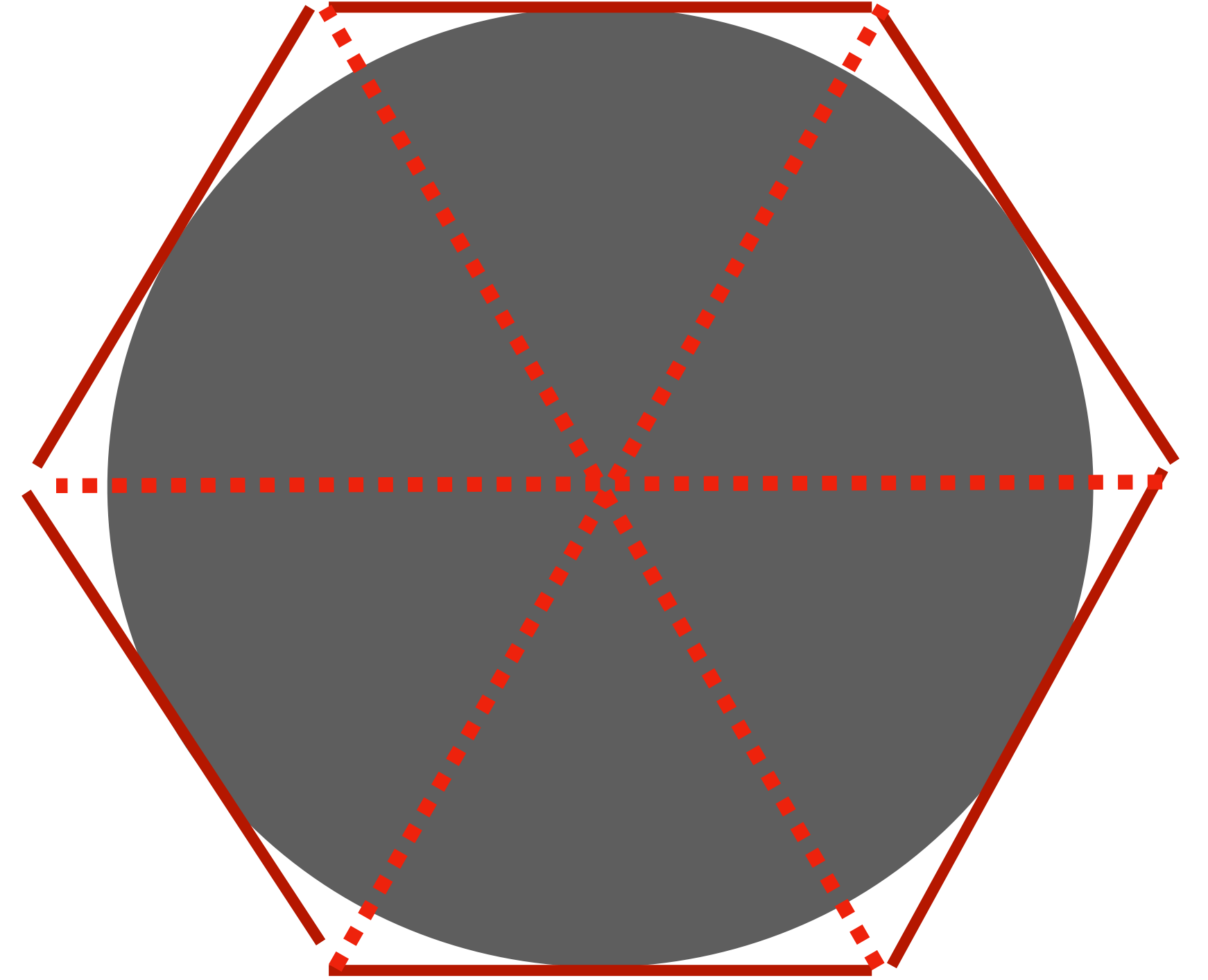
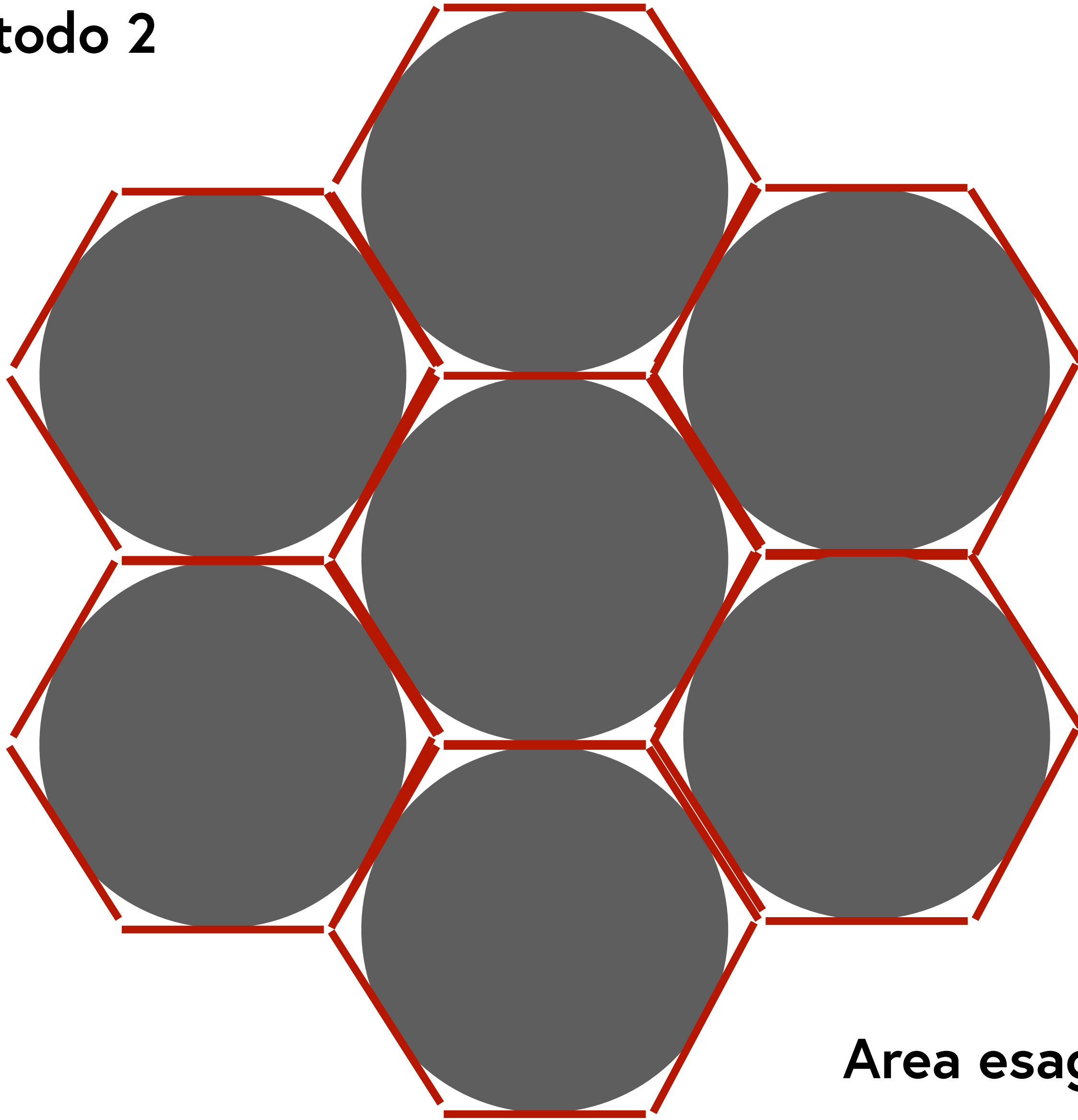
Per fare un disco: $(2R) \times (2R) = 4R^2$

Percentuale di scarto per disco: $\frac{4R^2 - \pi R^2}{4R^2} = \frac{4 - \pi}{4} \approx 21.5\%$

Metodo 2

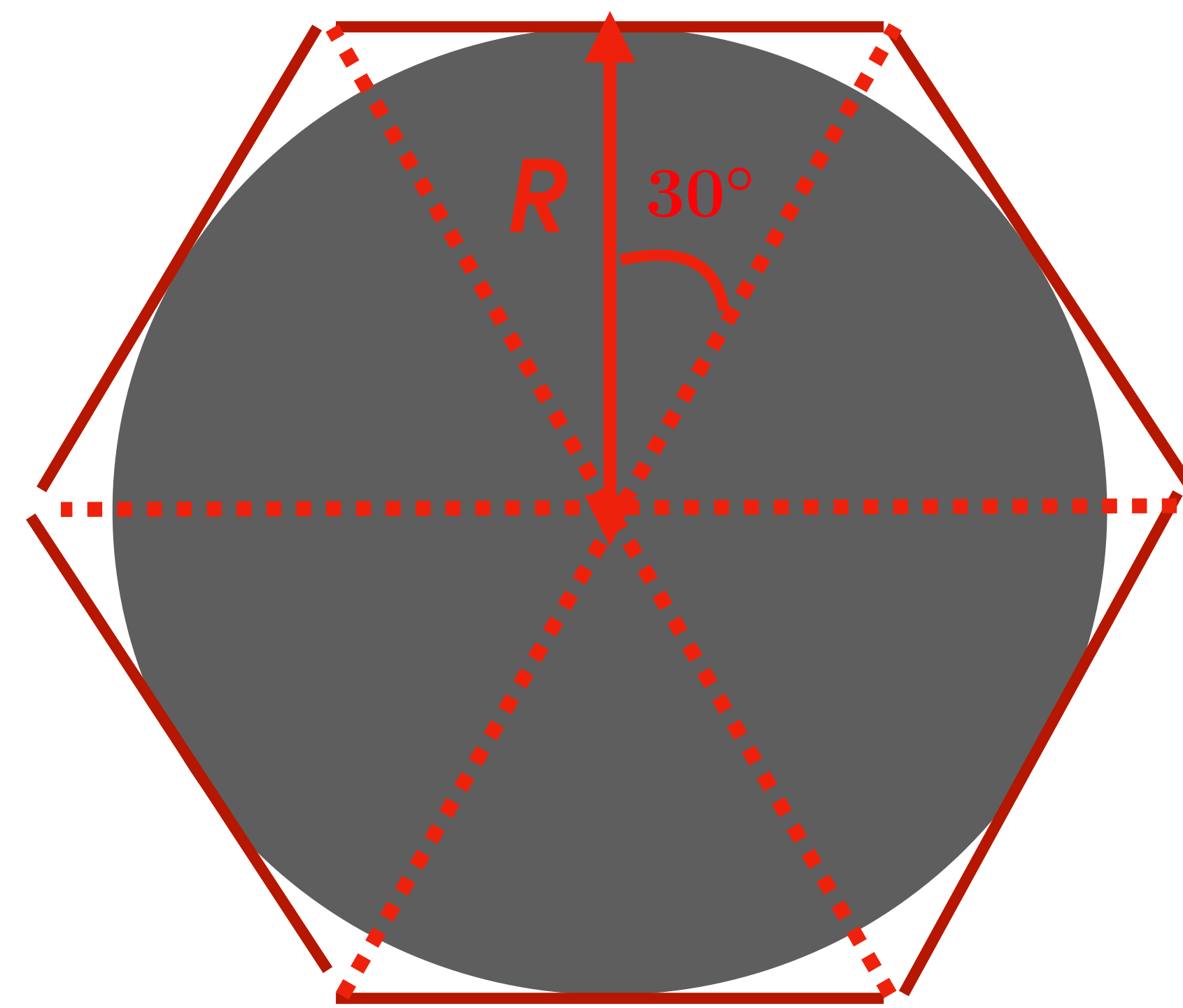
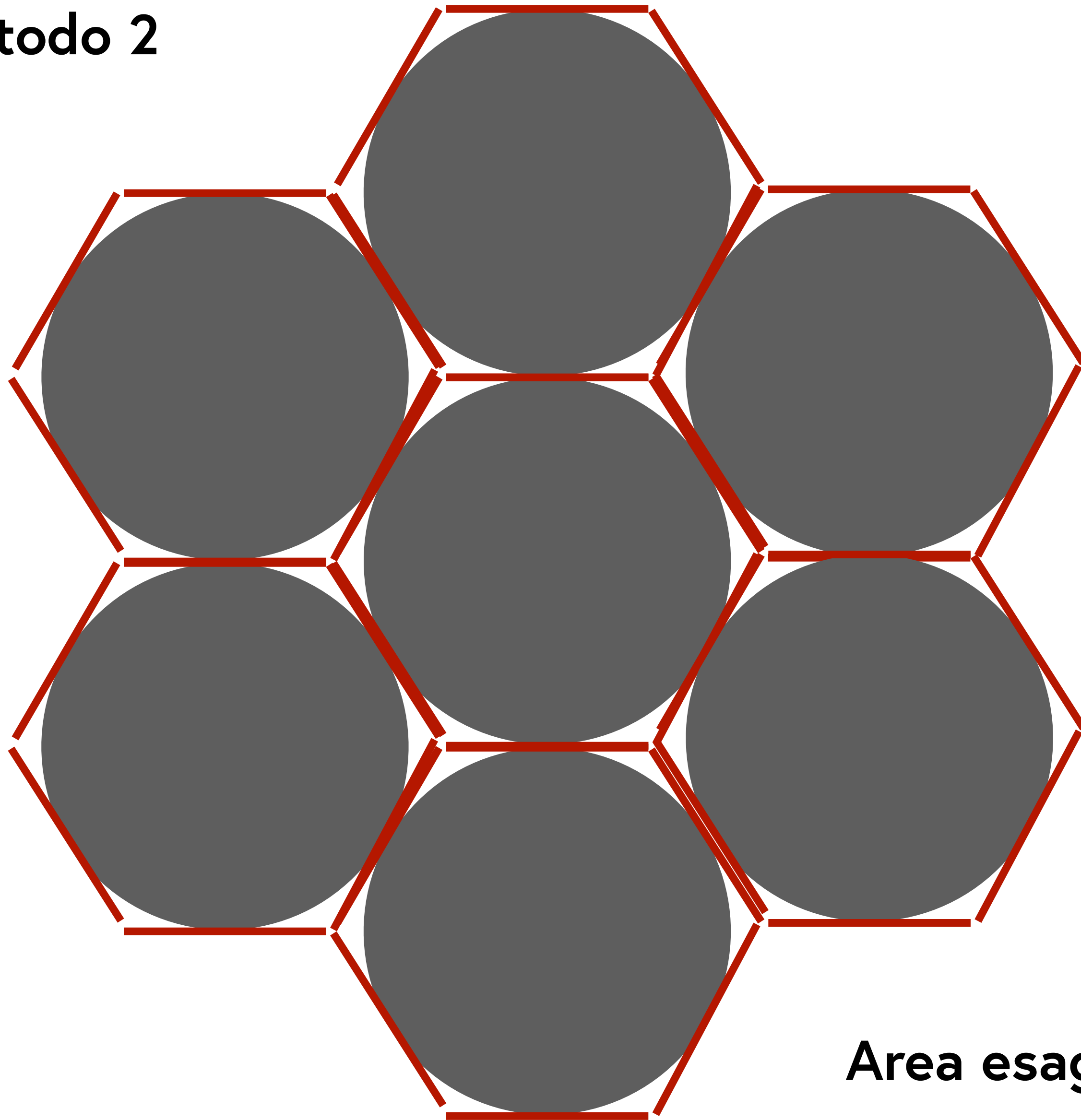


Metodo 2



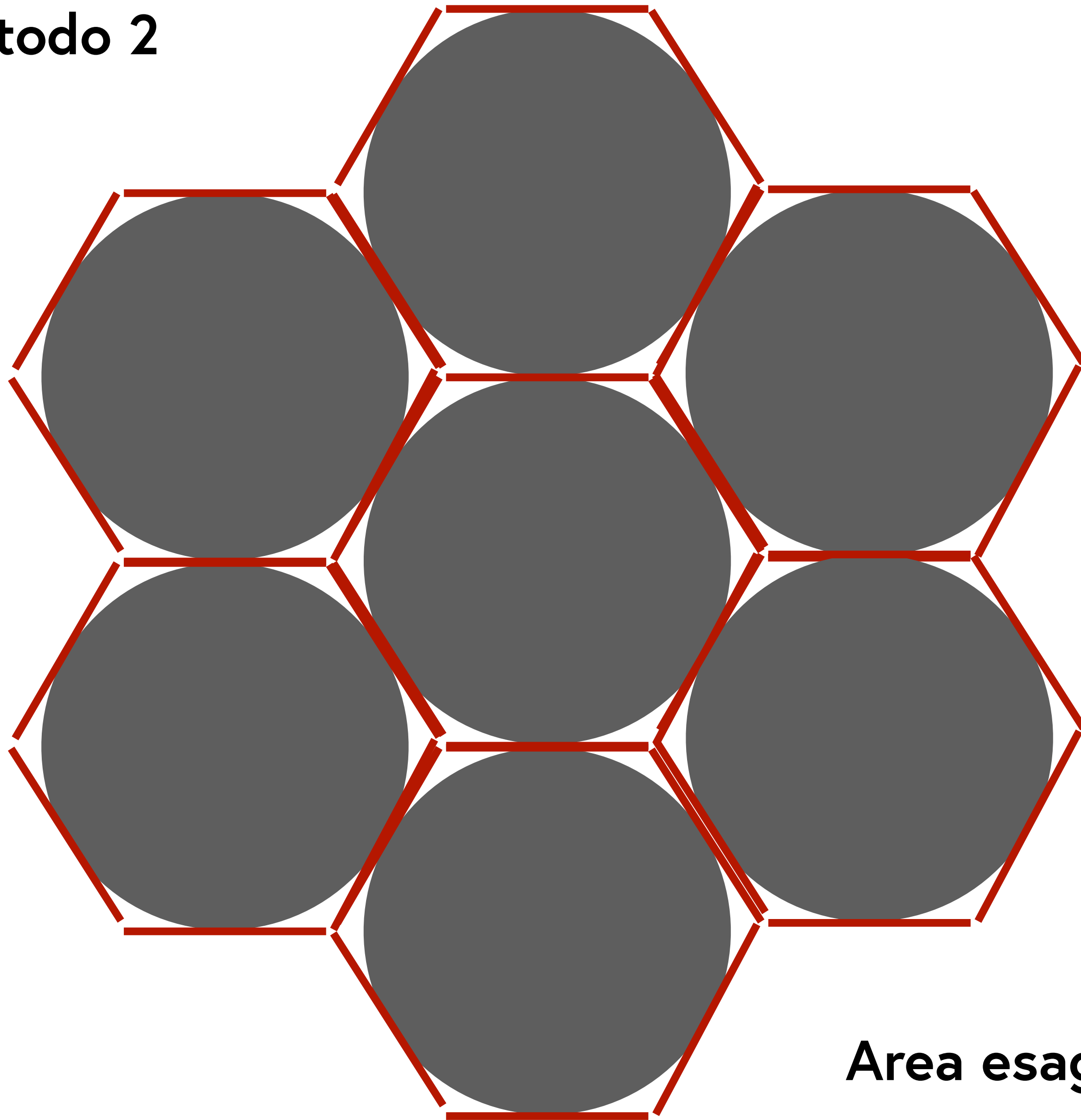
Area esagono:

Metodo 2

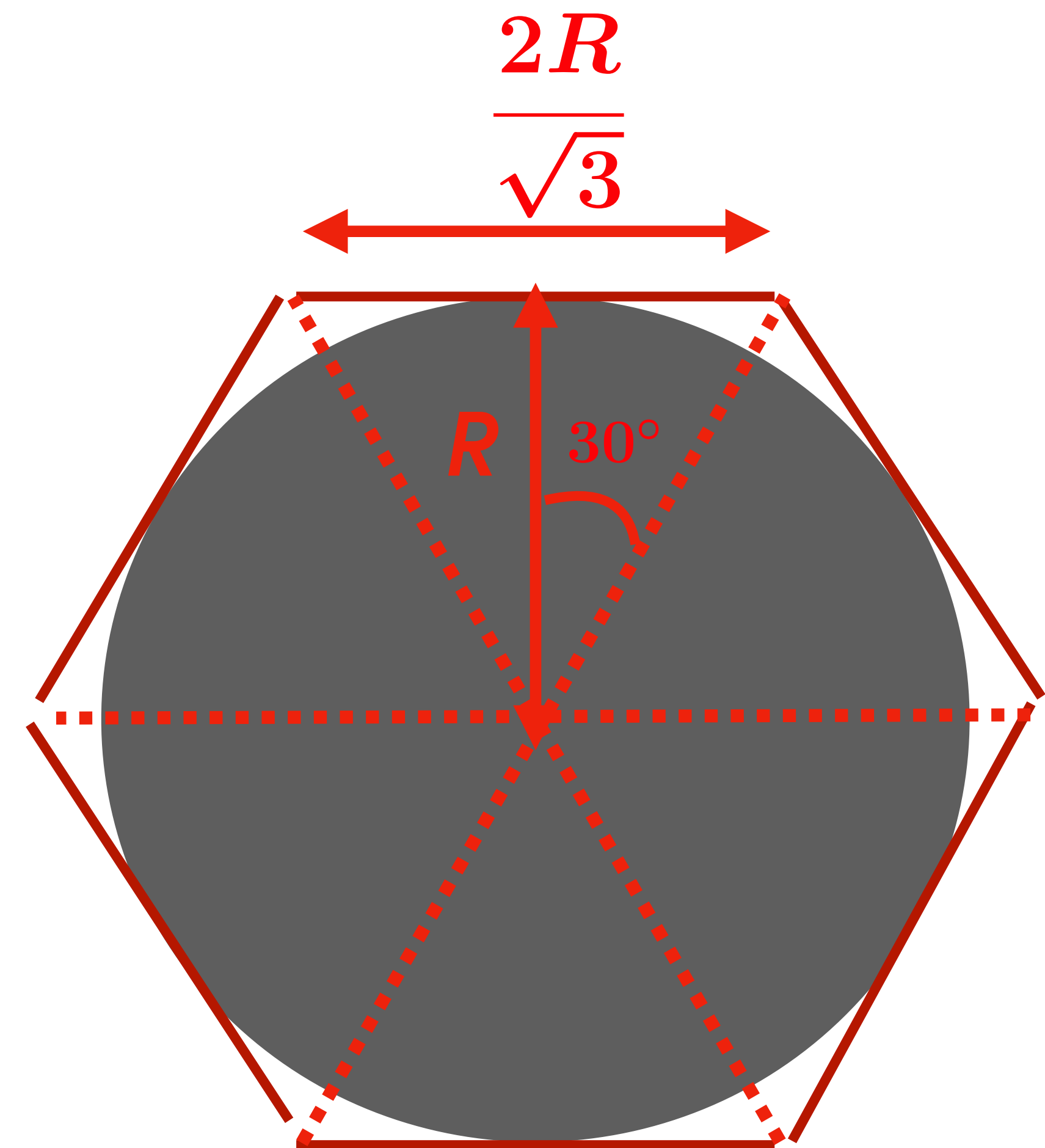


Area esagono:

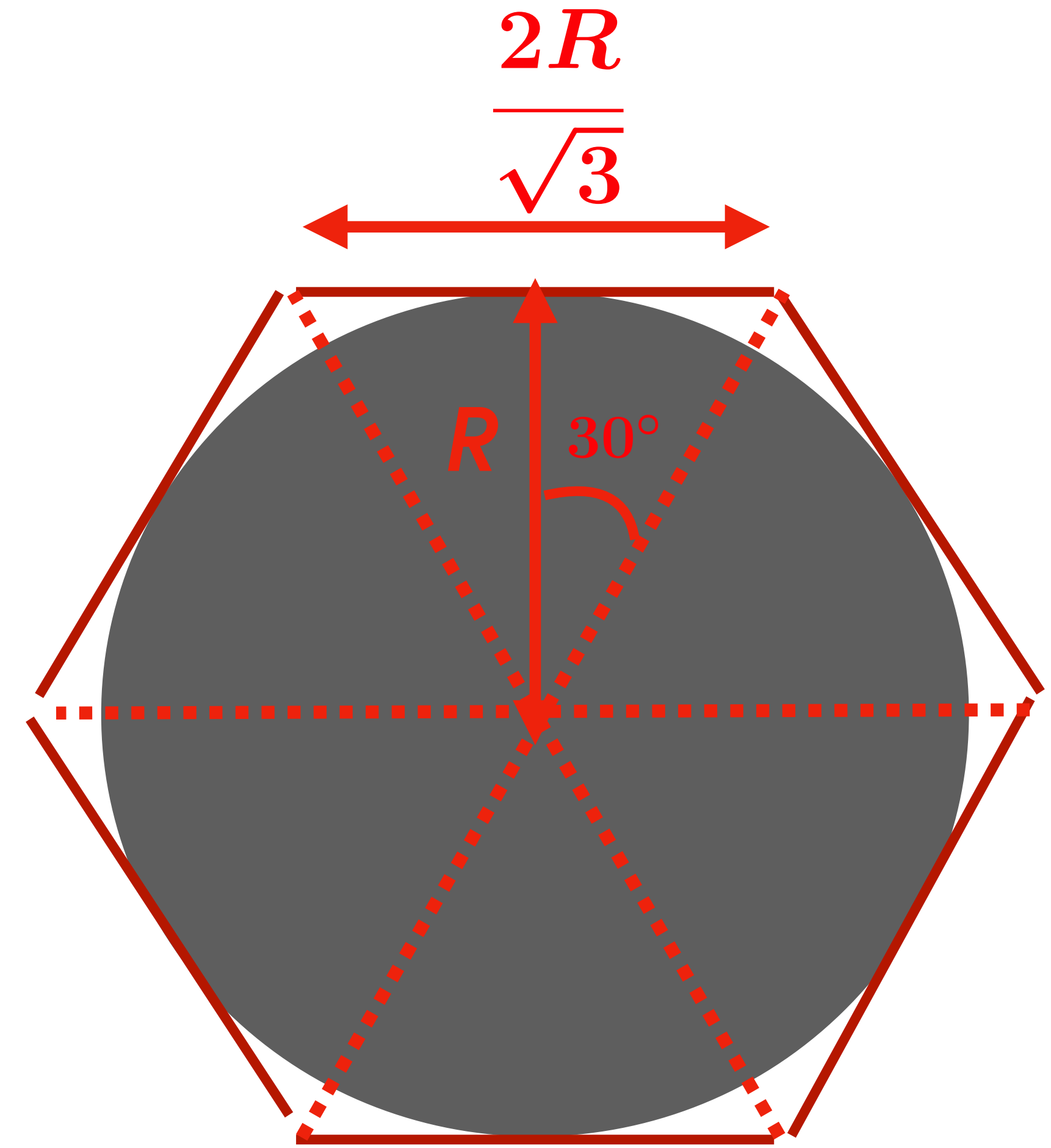
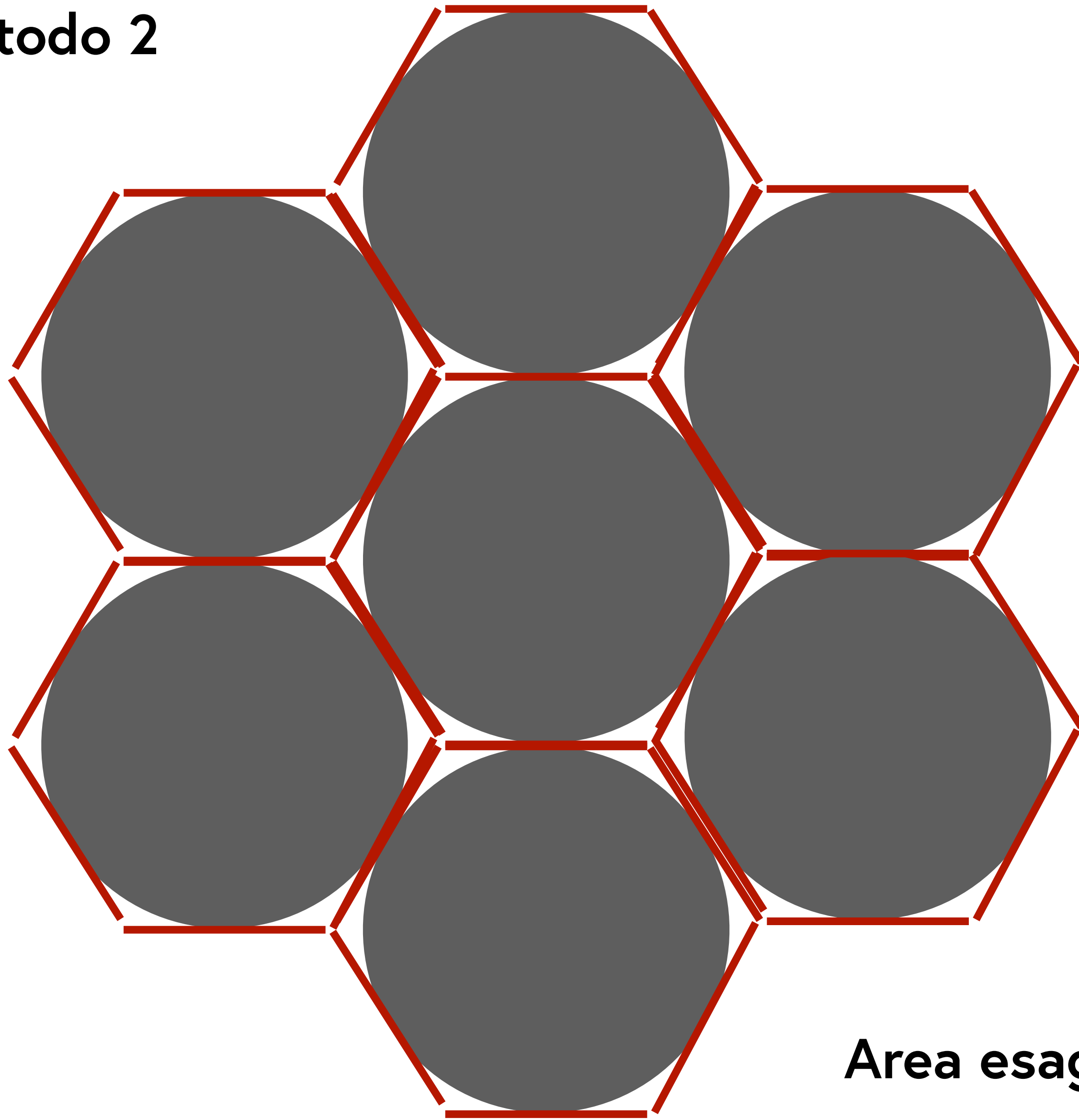
Metodo 2



Area esagono:

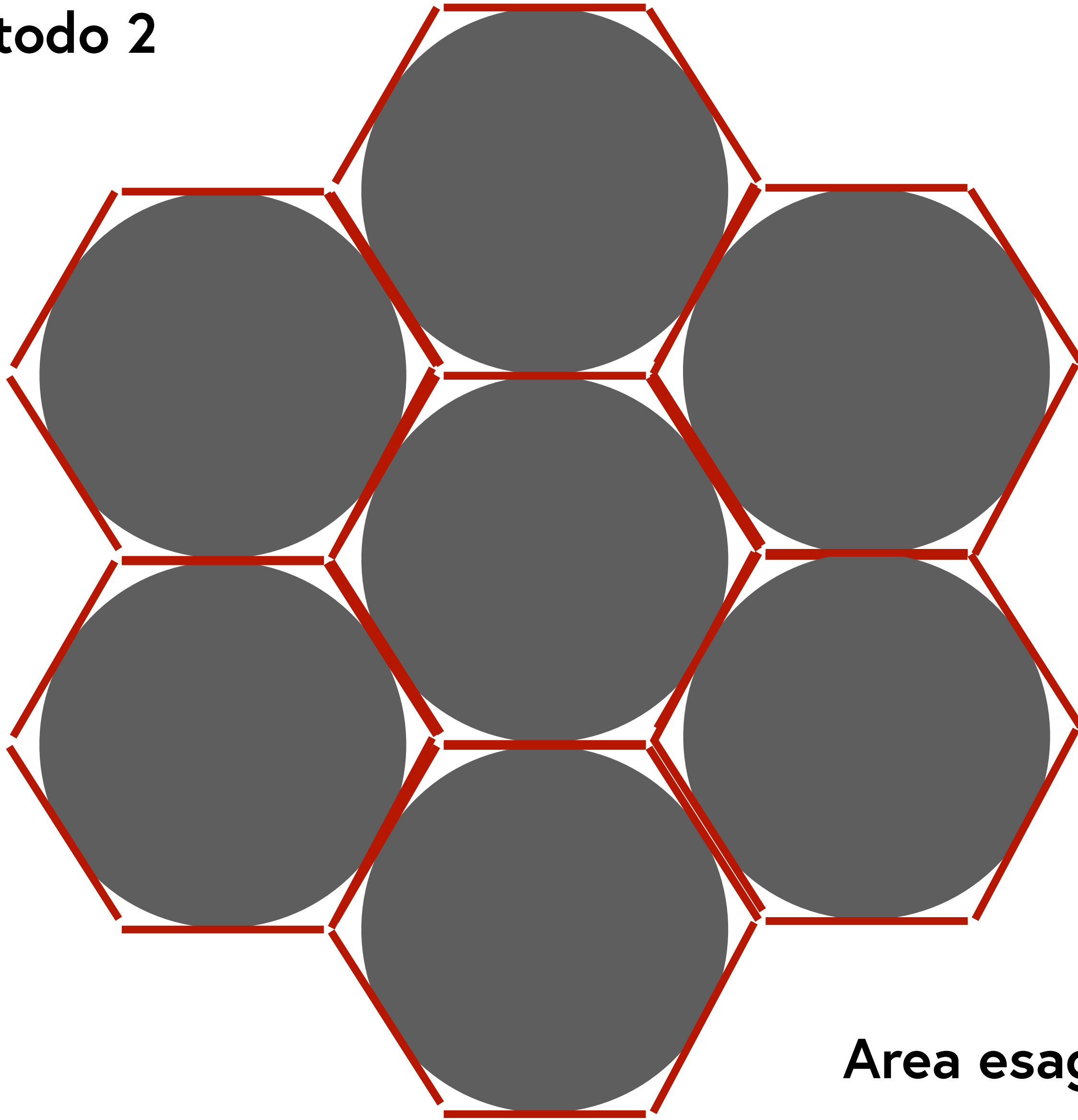


Metodo 2



Area esagono: $6 \times \left(\frac{R}{\sqrt{3}} \times R \right) = 2\sqrt{3}R^2$

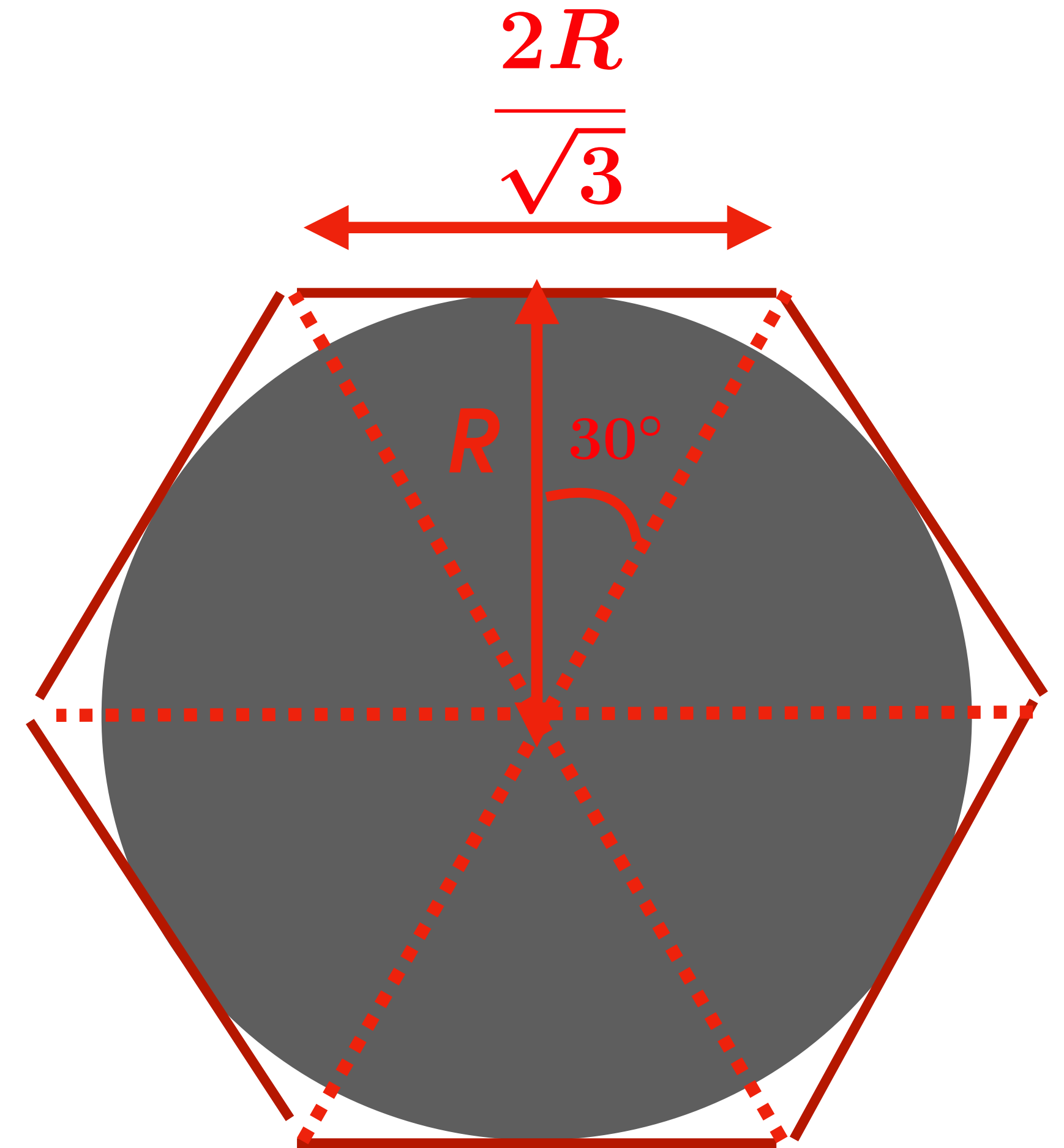
Metodo 2



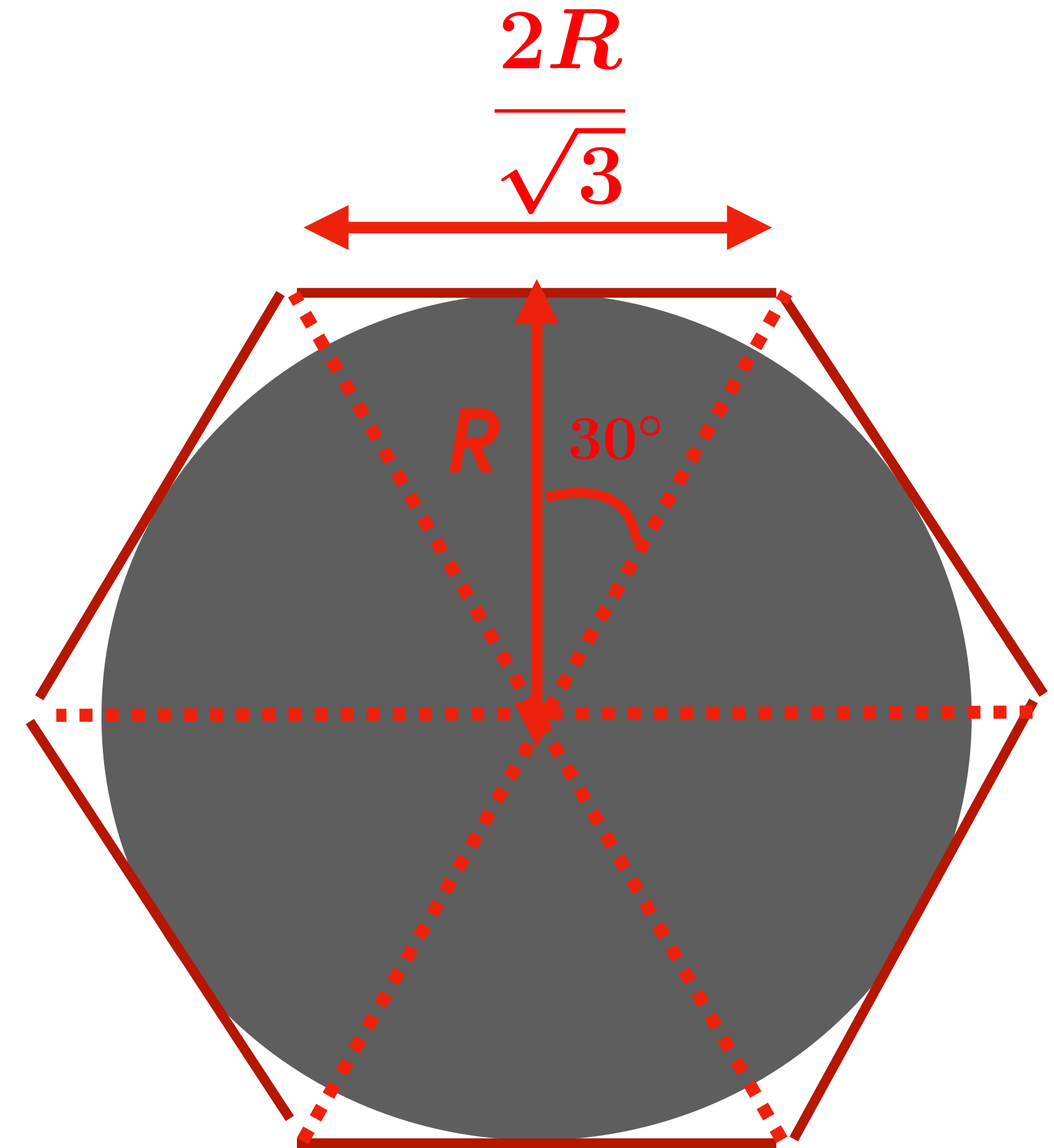
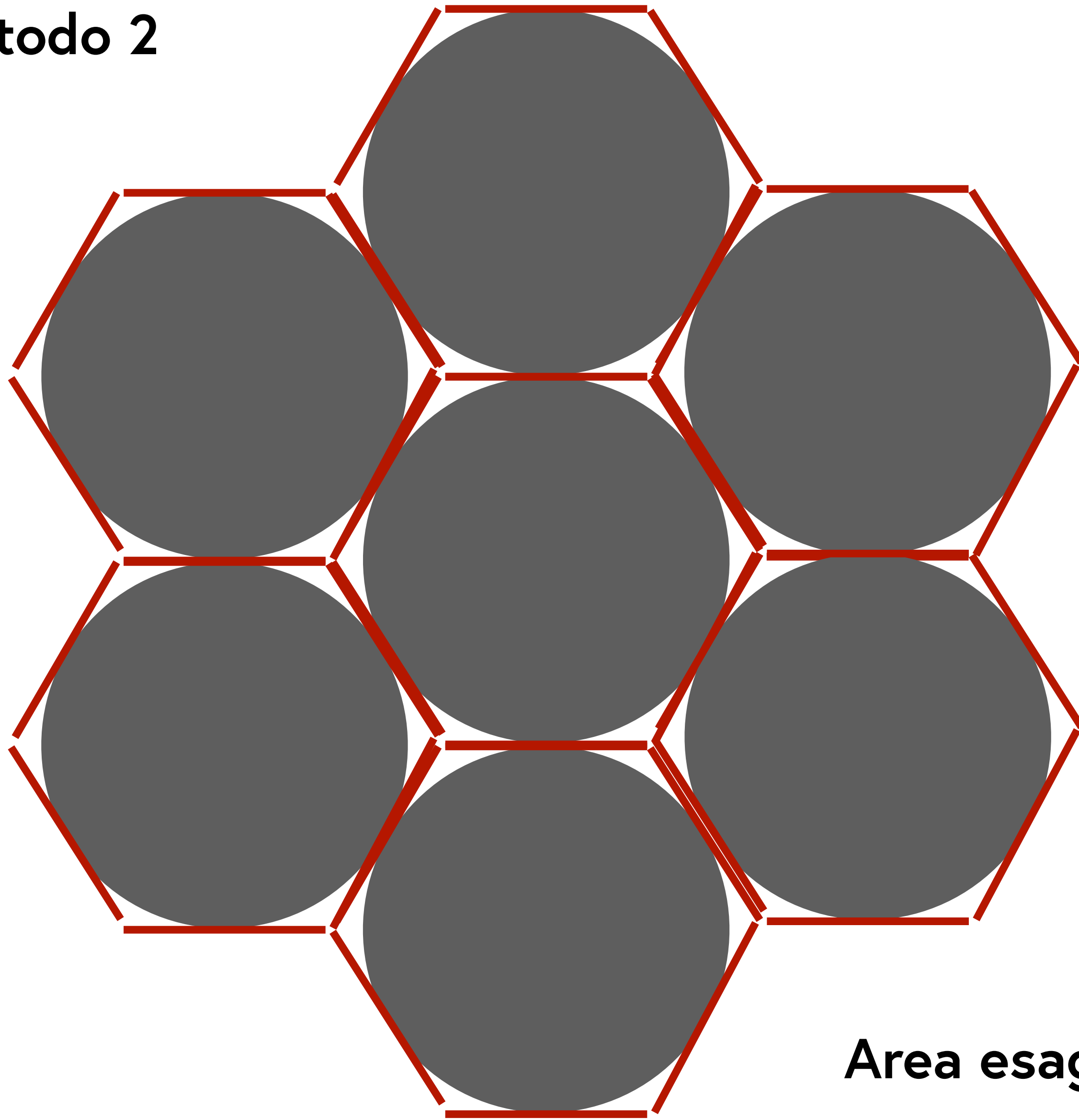
Area esagono:

$$6 \times \left(\frac{R}{\sqrt{3}} \times R \right) = 2\sqrt{3}R^2$$

Percentuale scarto:



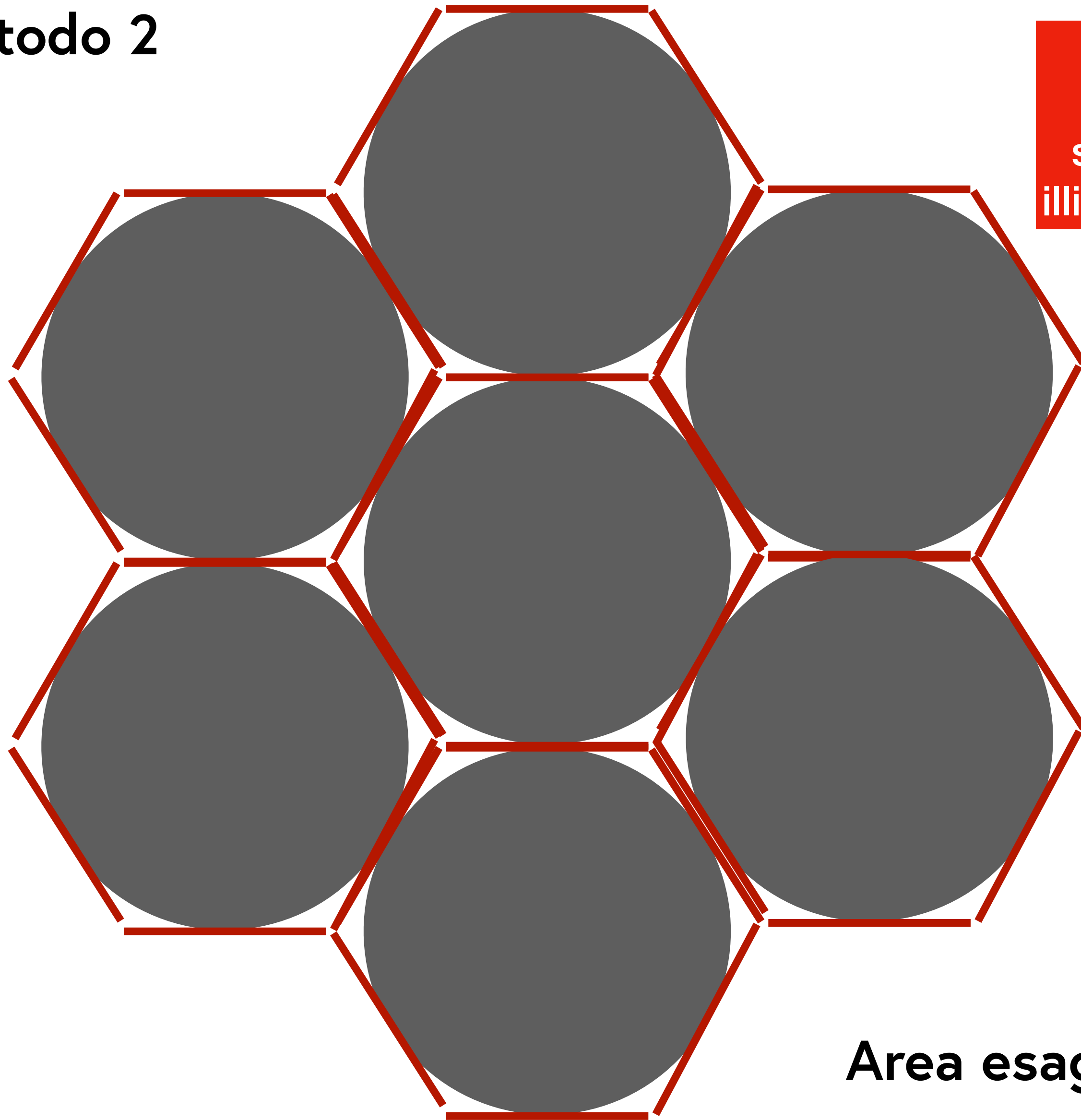
Metodo 2



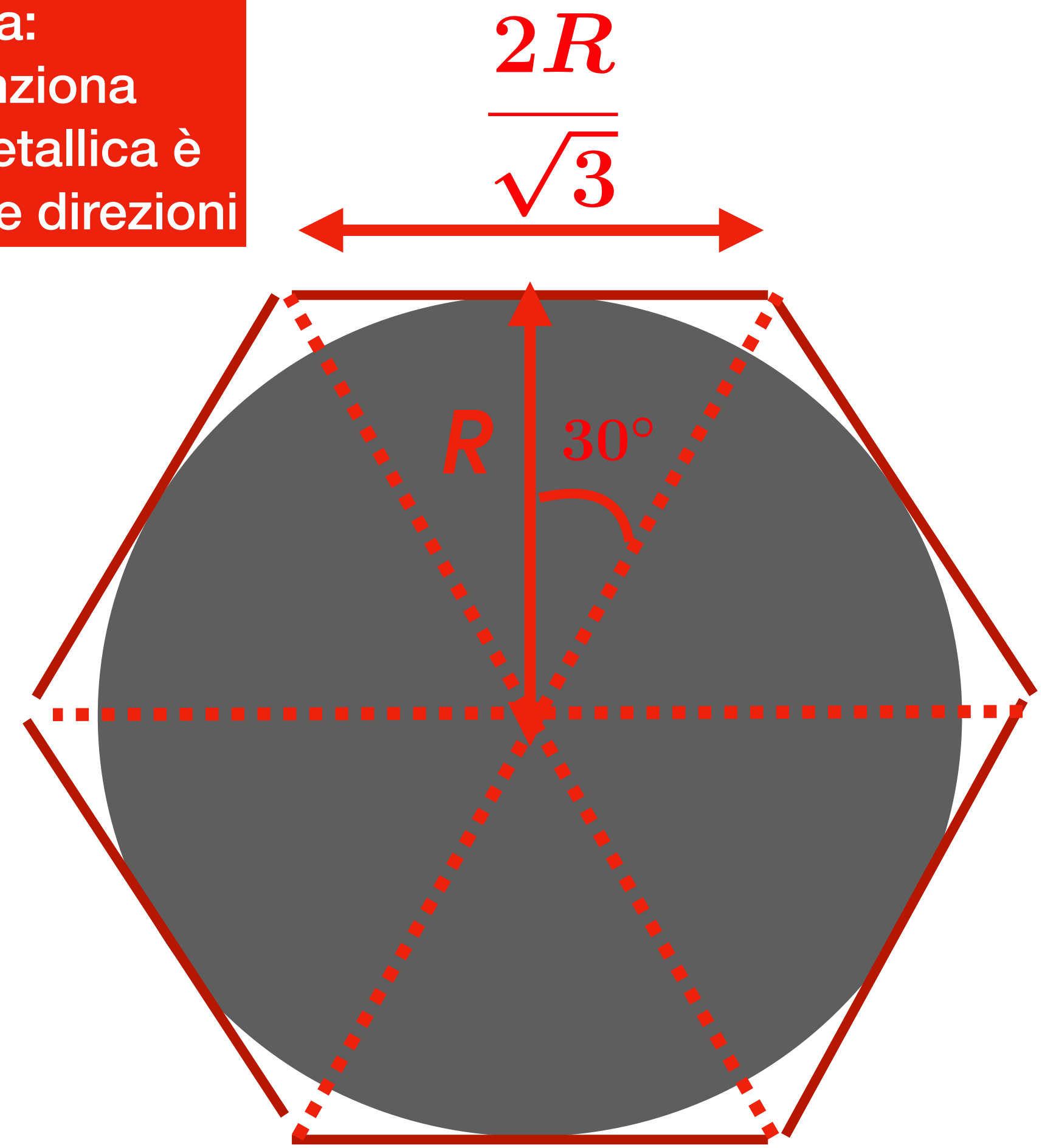
Area esagono: $6 \times \left(\frac{R}{\sqrt{3}} \times R \right) = 2\sqrt{3}R^2$

Percentuale scarto: $\frac{2\sqrt{3}R^2 - \pi R^2}{2\sqrt{3}R^2} = \frac{2\sqrt{3} - \pi}{2\sqrt{3}}$

Metodo 2



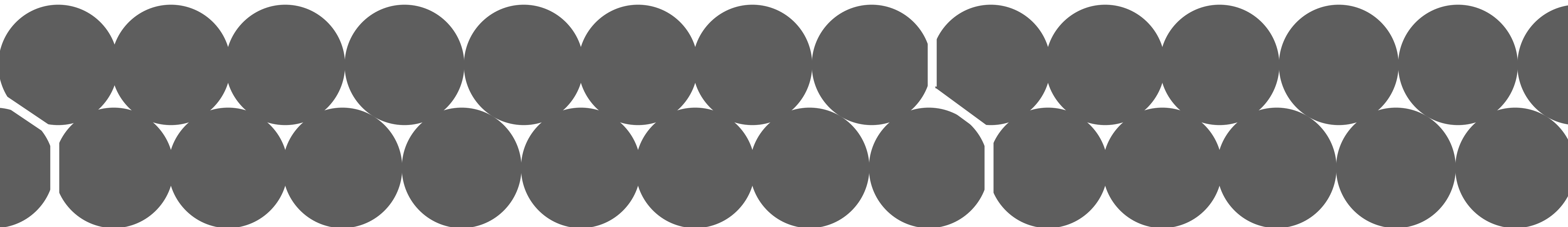
Problema:
il metodo funziona
se la striscia metallica è
illimitata sulle due direzioni



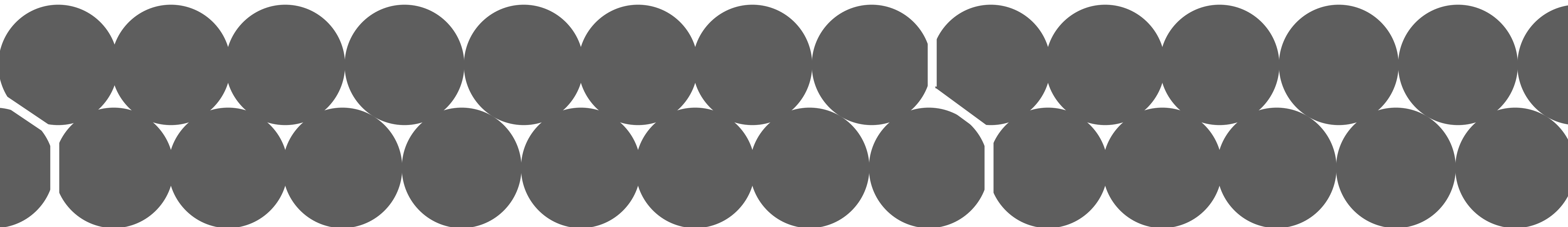
Area esagono: $6 \times \left(\frac{R}{\sqrt{3}} \times R \right) = 2\sqrt{3}R^2$

Percentuale scarto: $\frac{2\sqrt{3}R^2 - \pi R^2}{2\sqrt{3}R^2} = \frac{2\sqrt{3} - \pi}{2\sqrt{3}} \approx 9.3\%$

Metodo 3 (industriale)

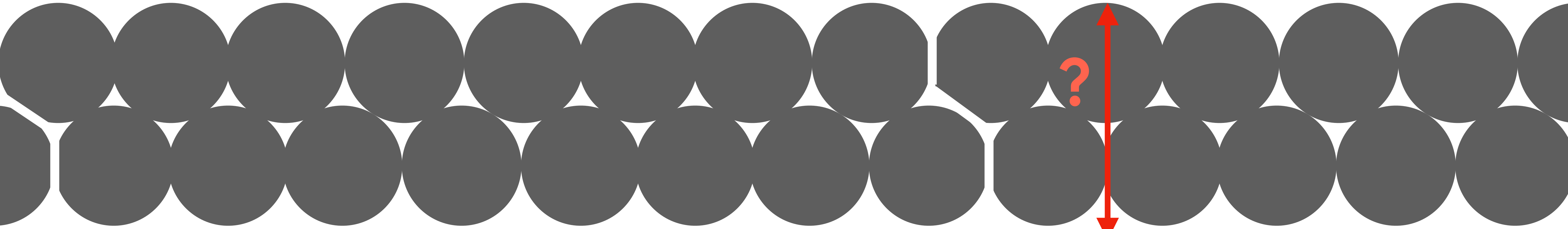


Metodo 3 (industriale)



$8 \times (2R)$

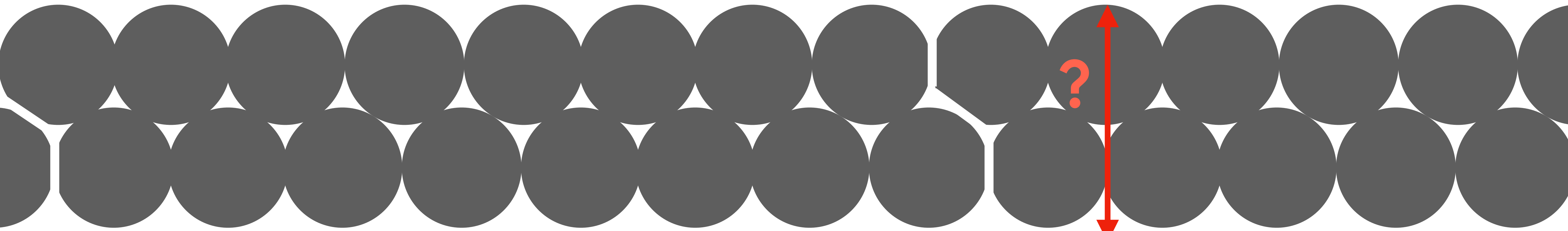
Metodo 3 (industriale)



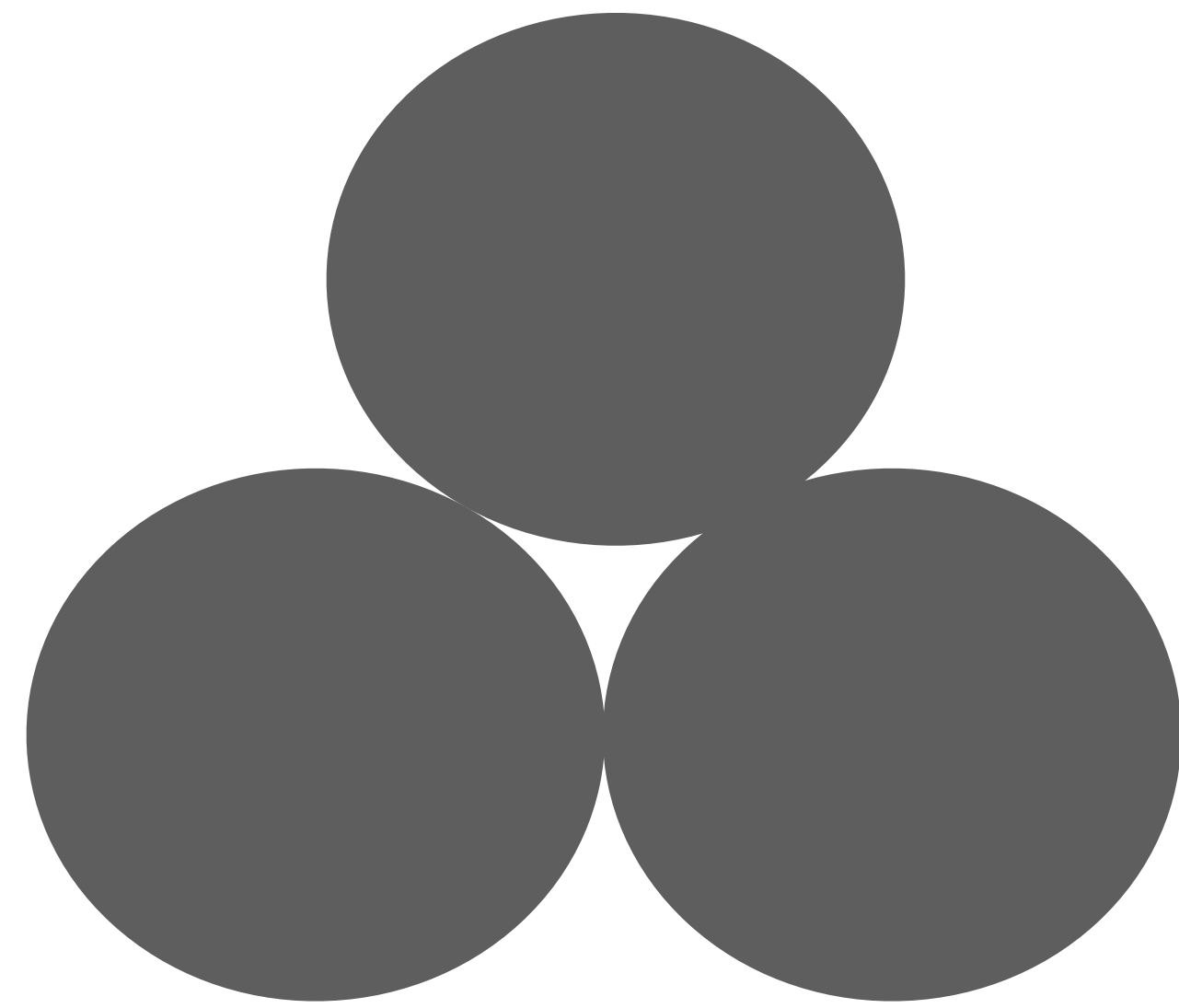
$$8 \times (2R)$$

?

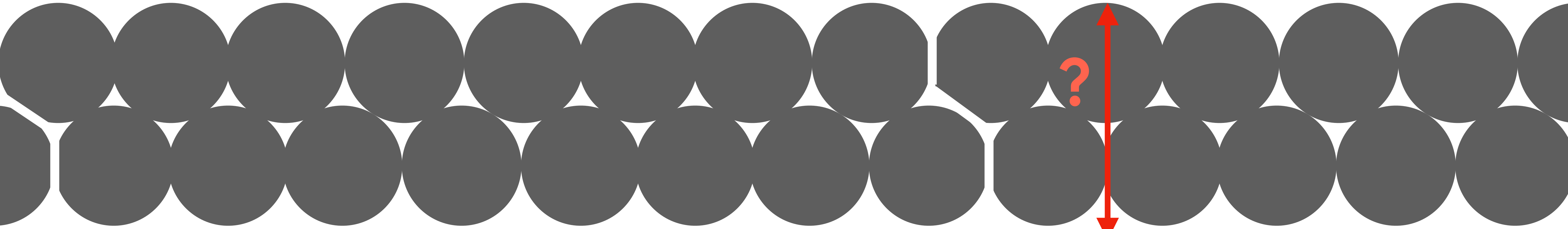
Metodo 3 (industriale)



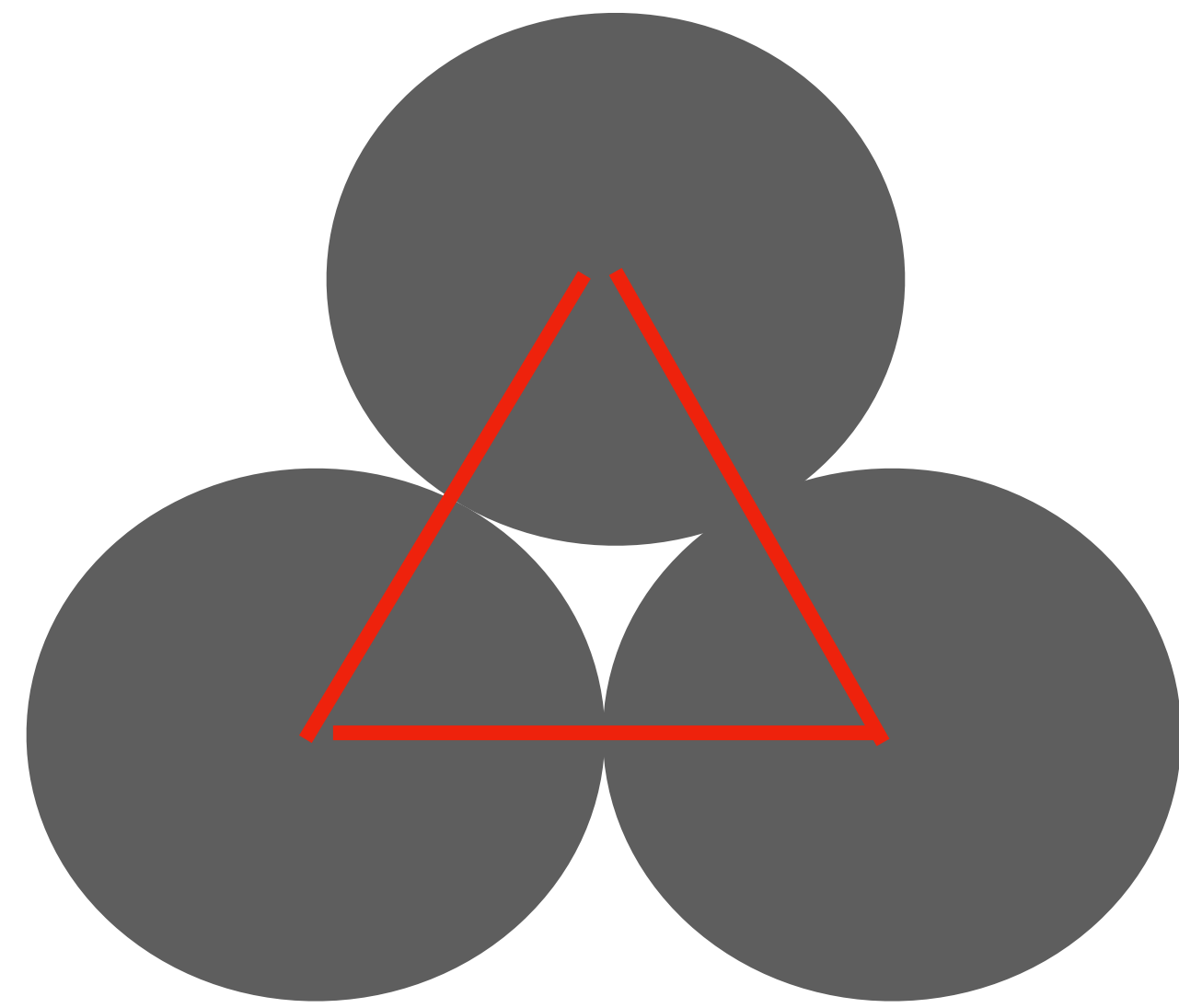
$8 \times (2R)$



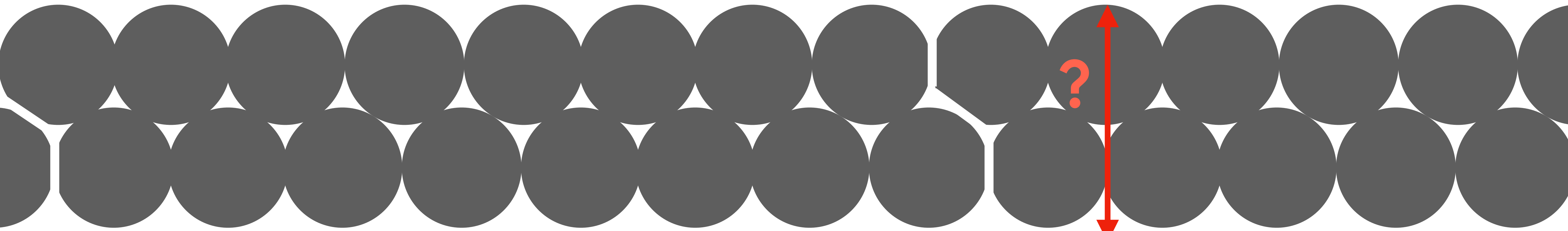
Metodo 3 (industriale)



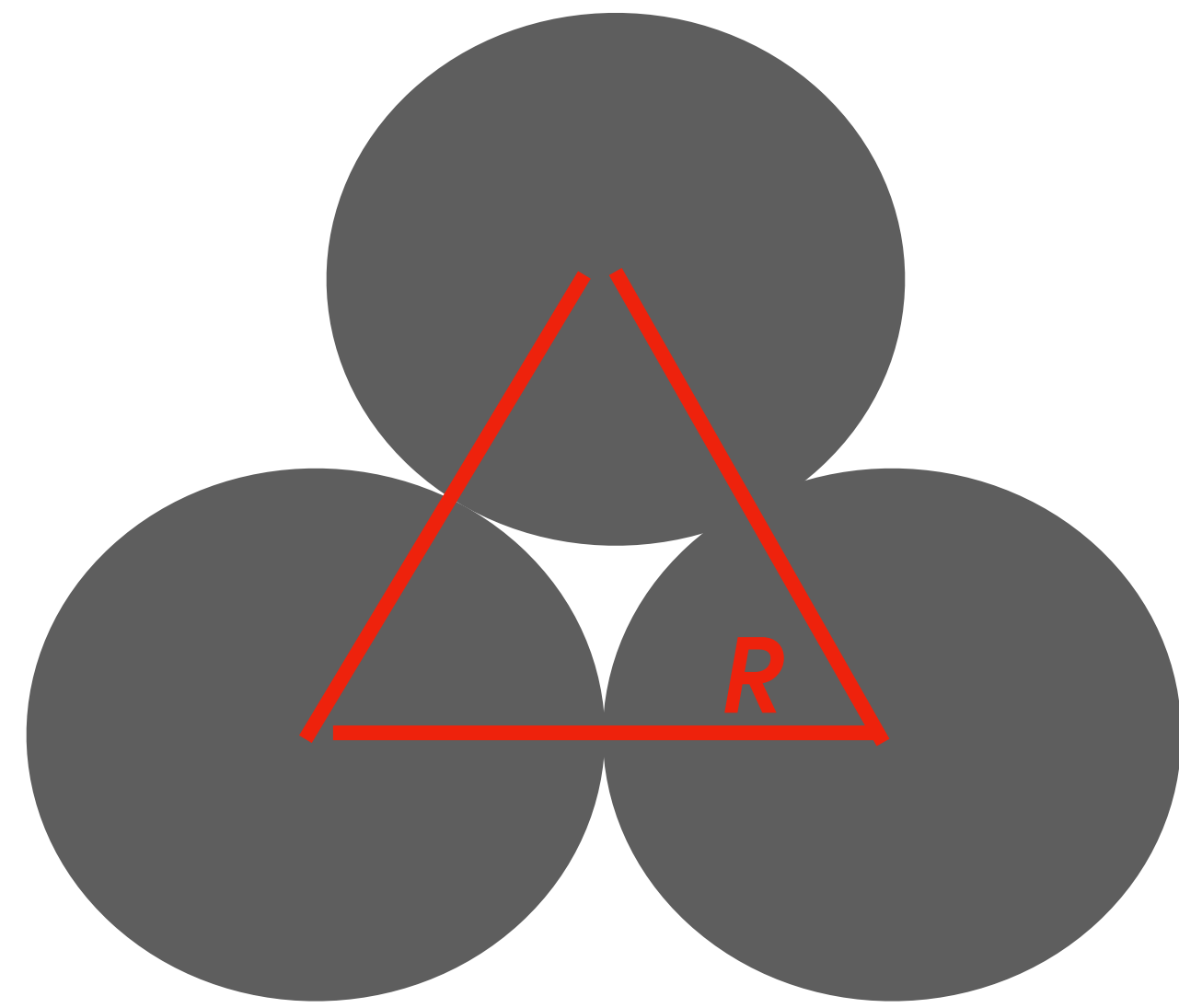
$8 \times (2R)$



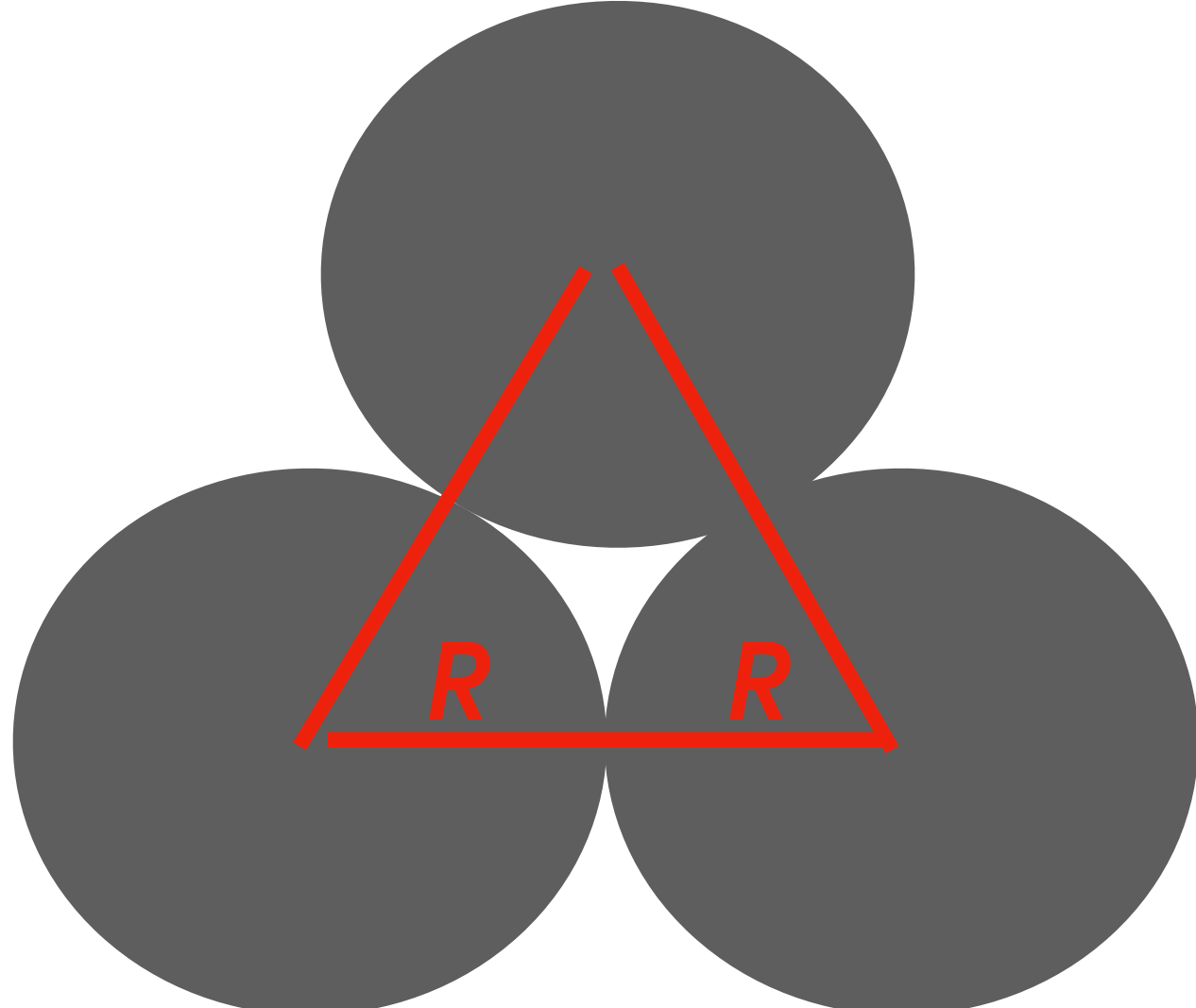
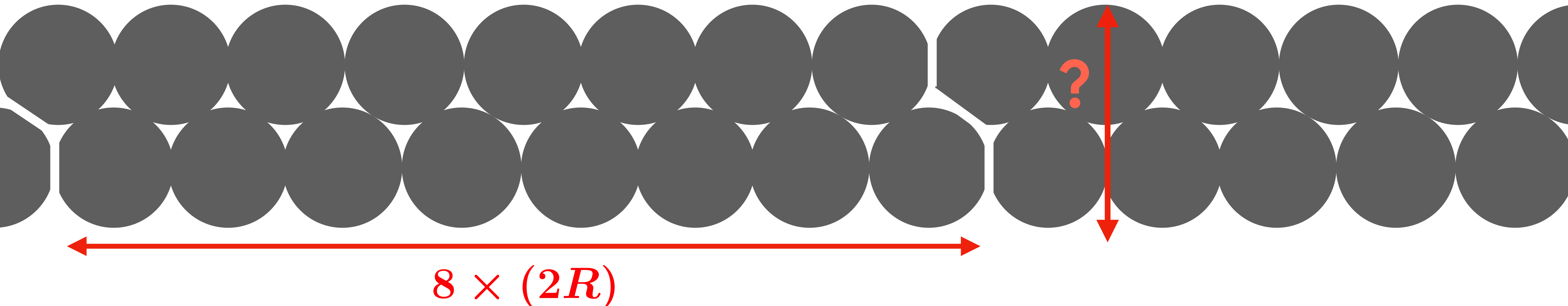
Metodo 3 (industriale)



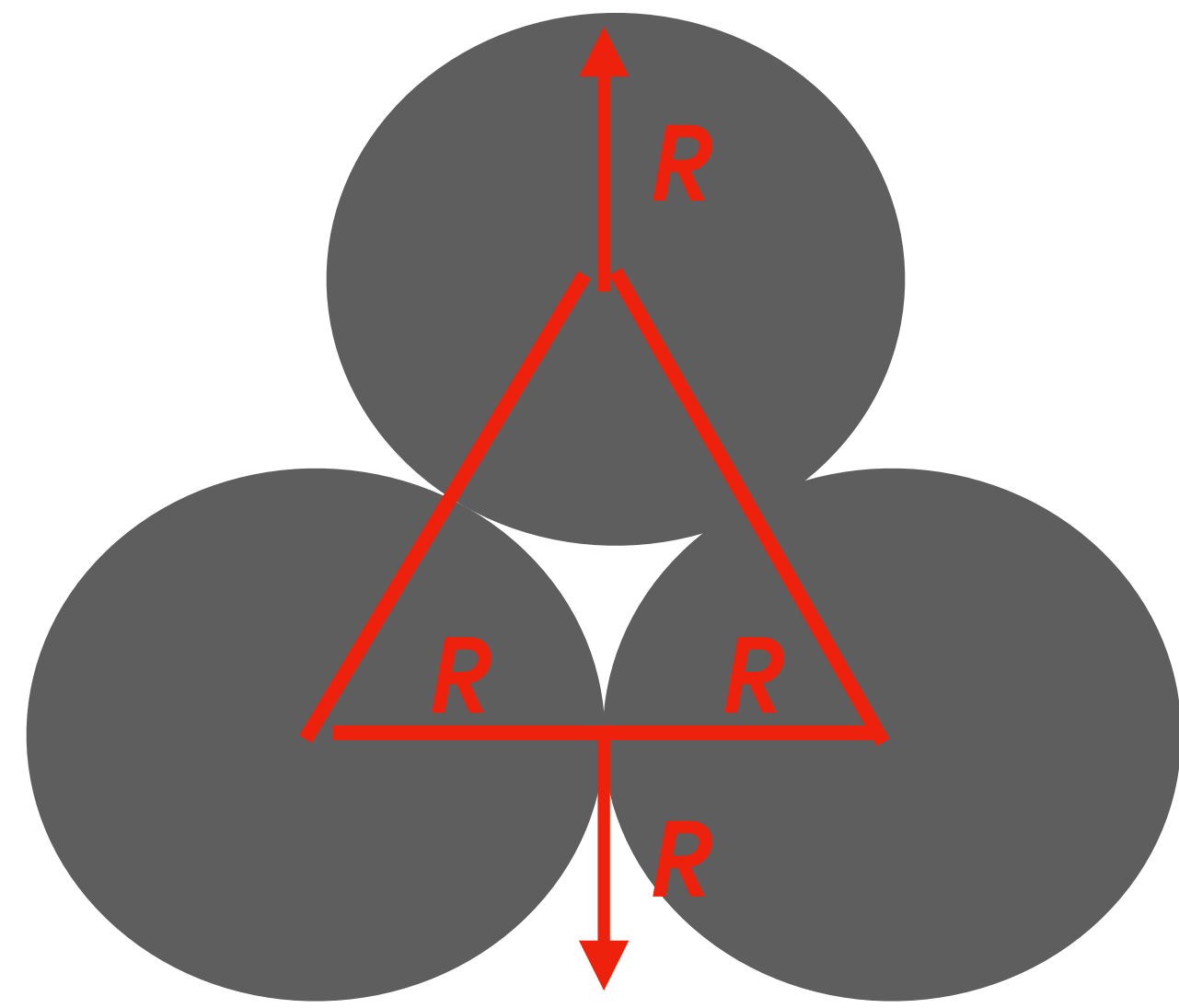
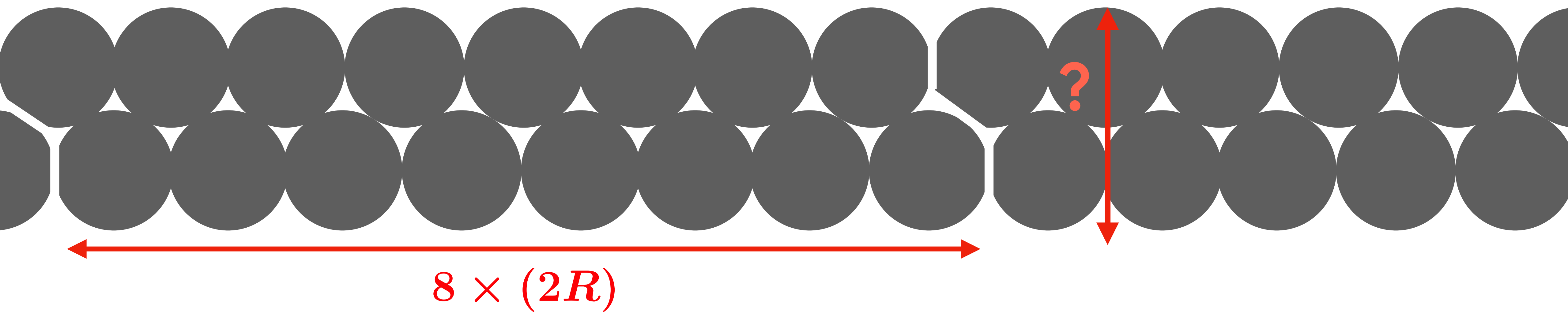
$8 \times (2R)$



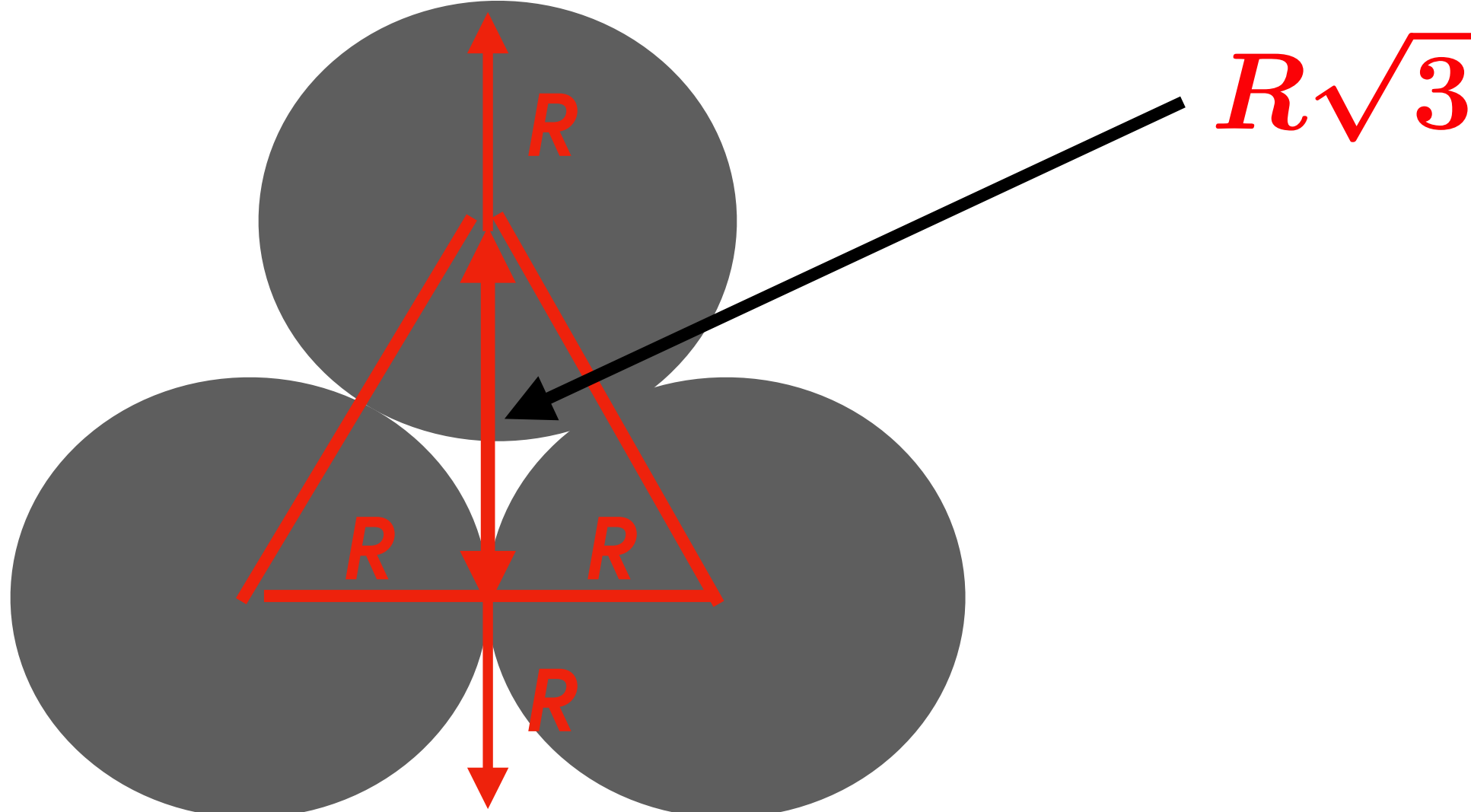
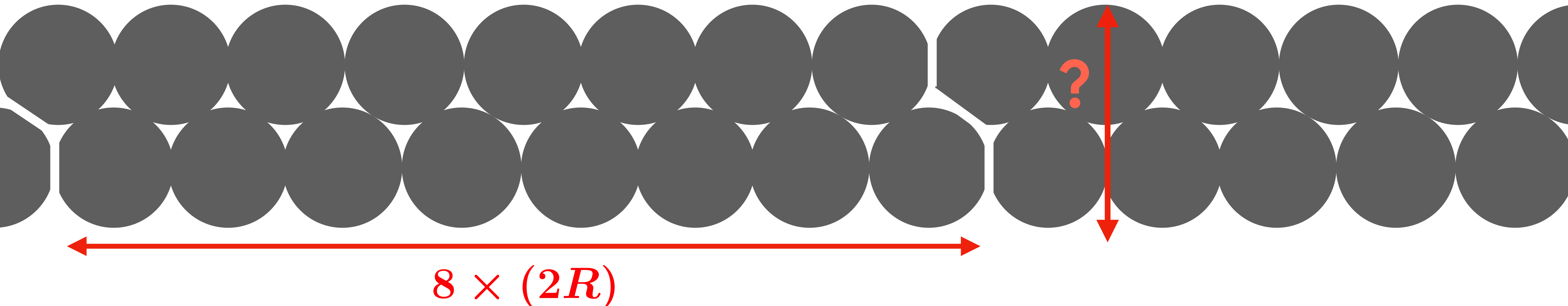
Metodo 3 (industriale)



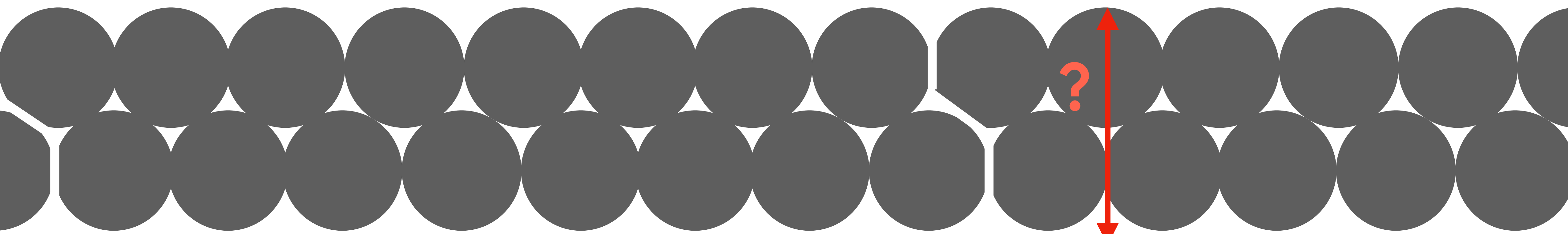
Metodo 3 (industriale)



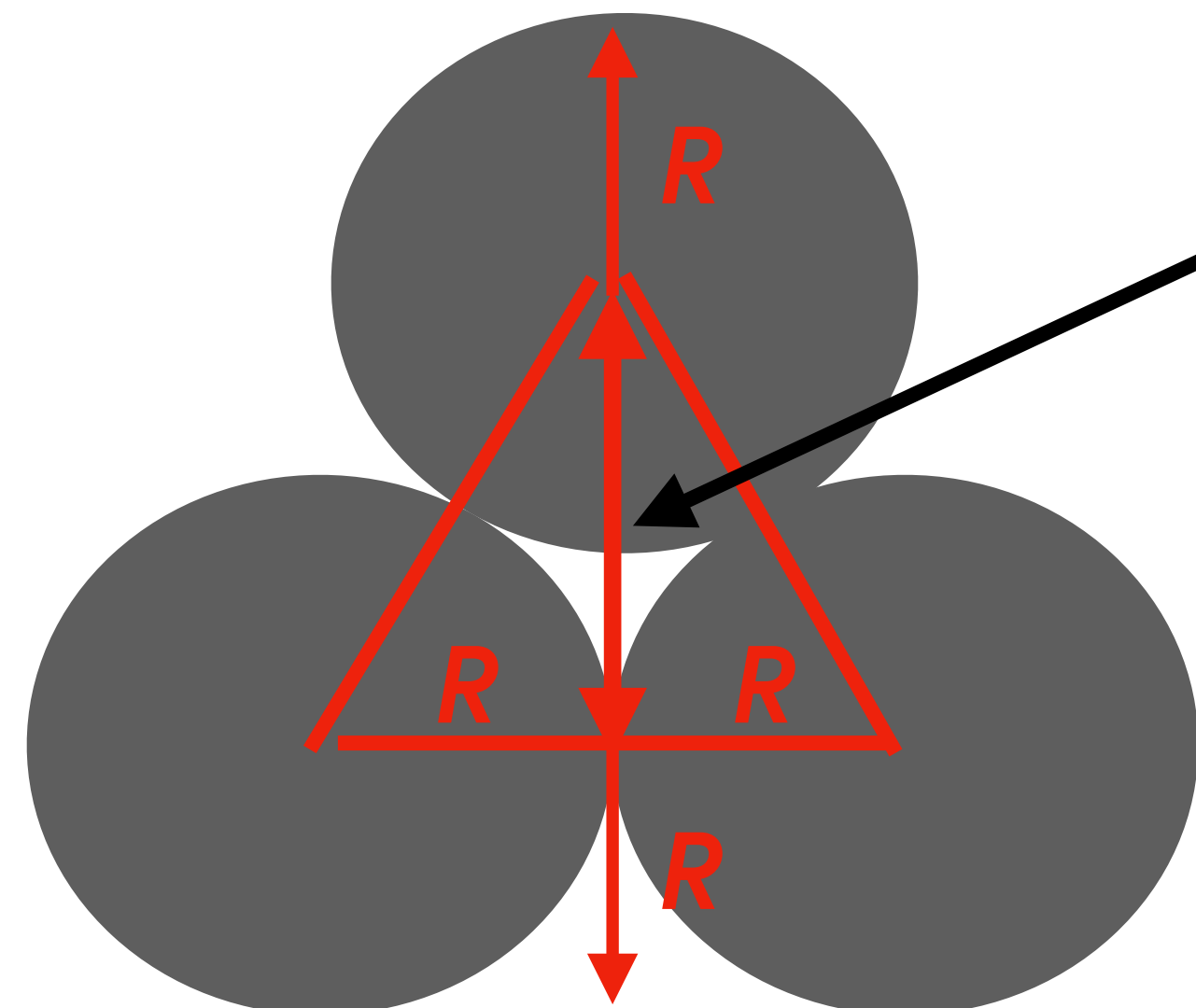
Metodo 3 (industriale)



Metodo 3 (industriale)

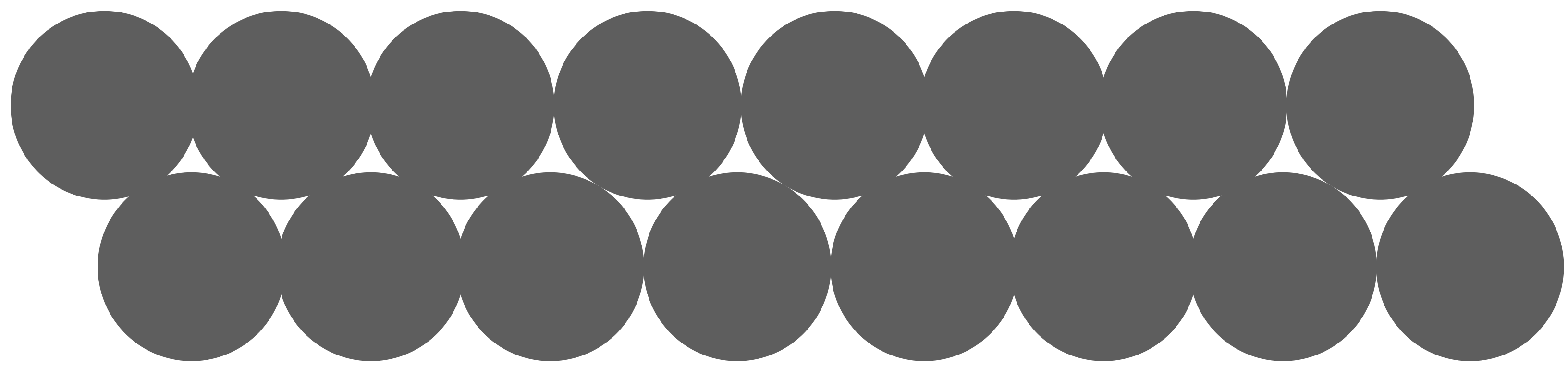


$8 \times (2R)$

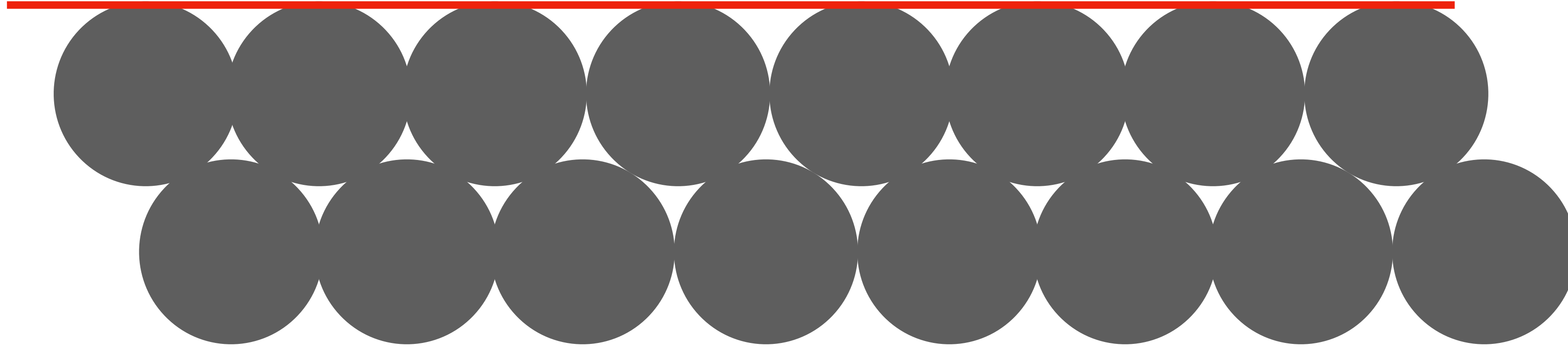


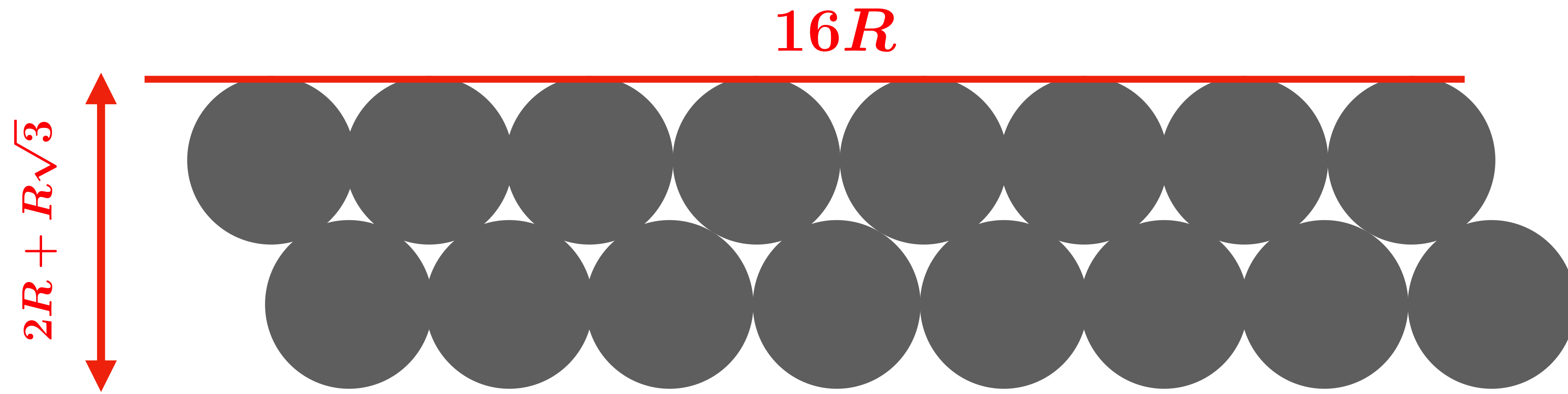
$R\sqrt{3}$

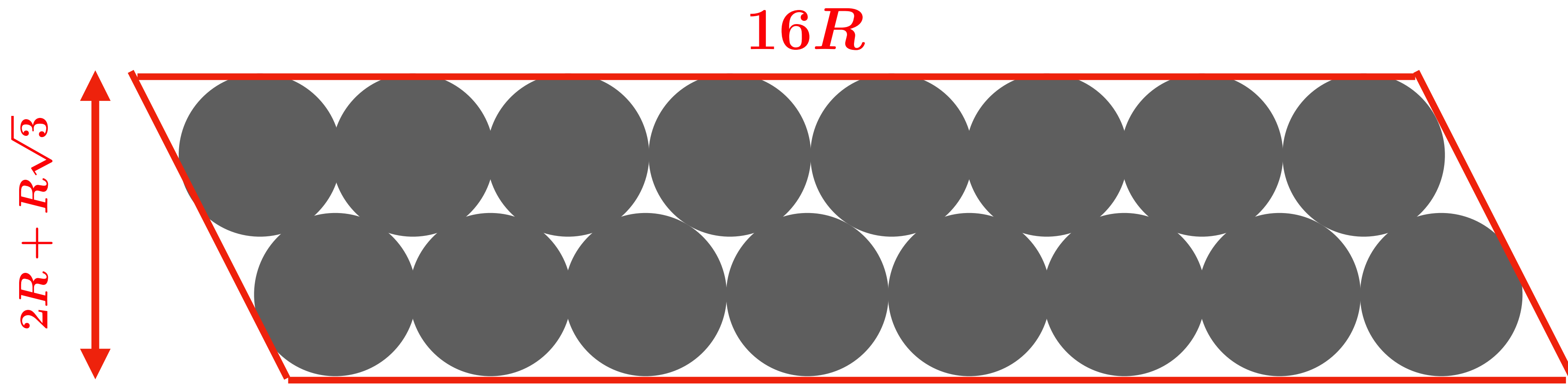
$2R + R\sqrt{3}$

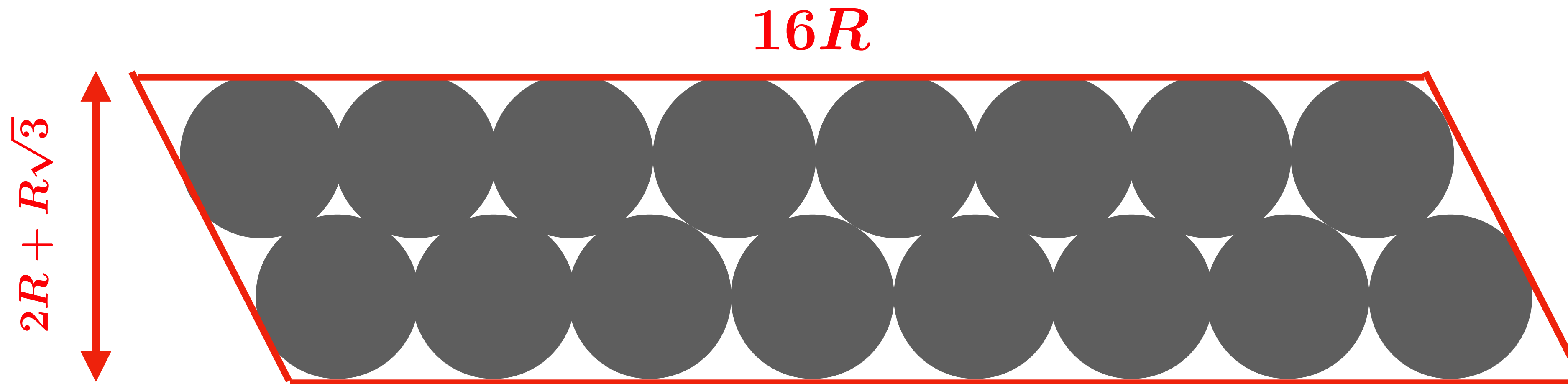


16R

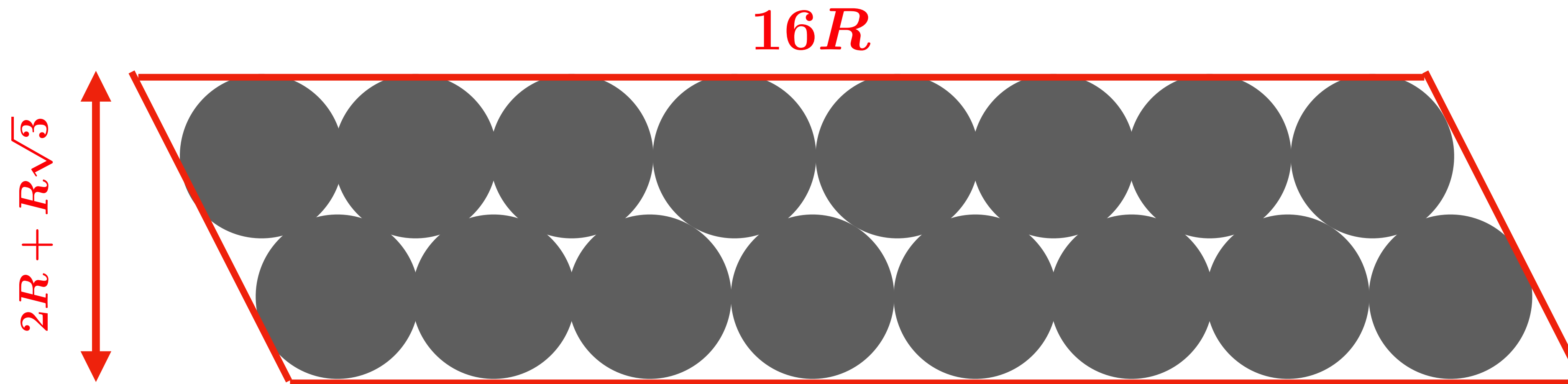






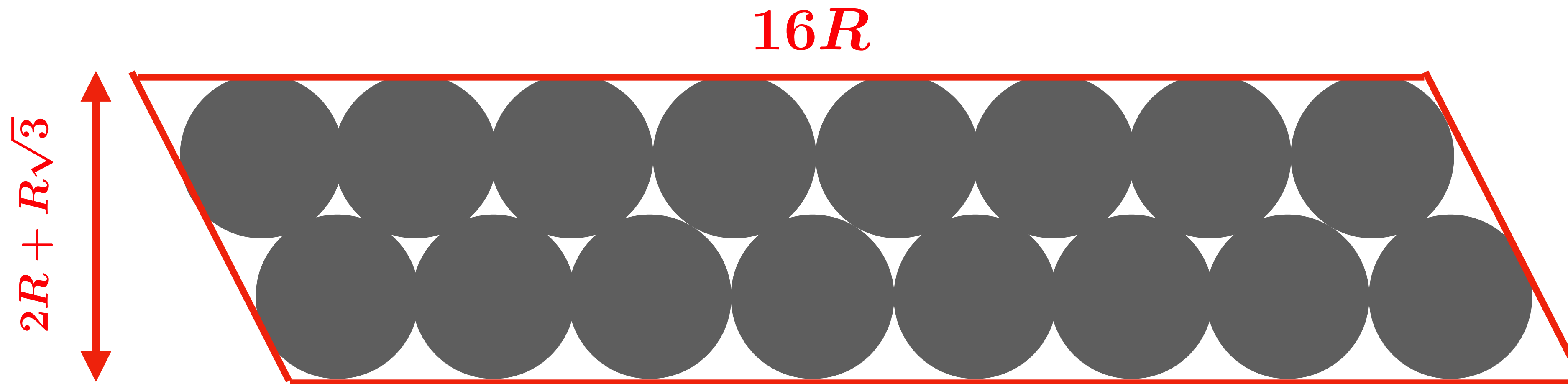


$$\text{Area: } (2R + R\sqrt{3}) \times 16R = 16R^2 (\sqrt{3} + 2)$$



$$\text{Area: } (2R + R\sqrt{3}) \times 16R = 16R^2 (\sqrt{3} + 2)$$

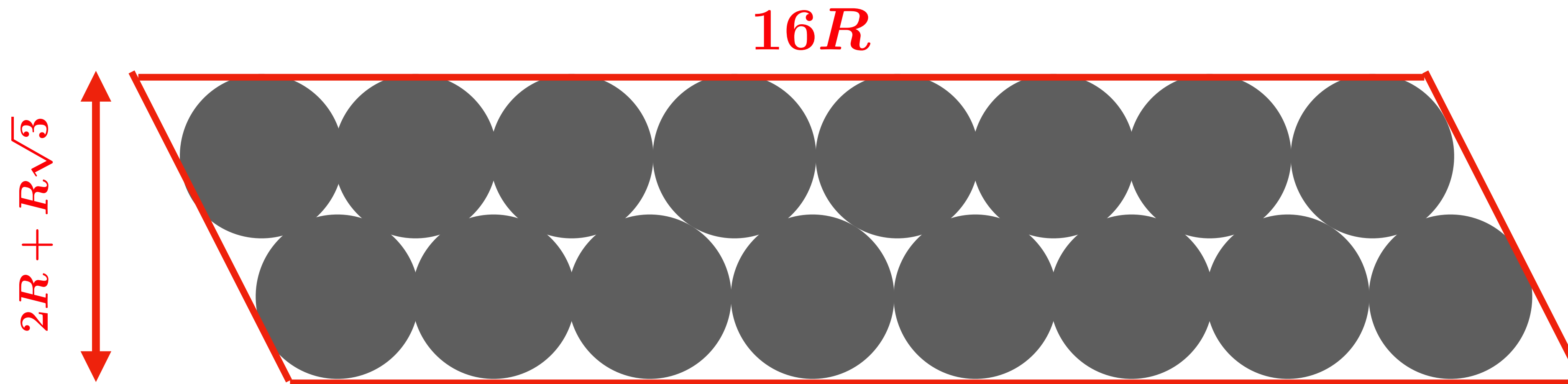
Percentuale scarto :



$$\text{Area: } (2R + R\sqrt{3}) \times 16R = 16R^2 (\sqrt{3} + 2)$$

Percentuale scarto :

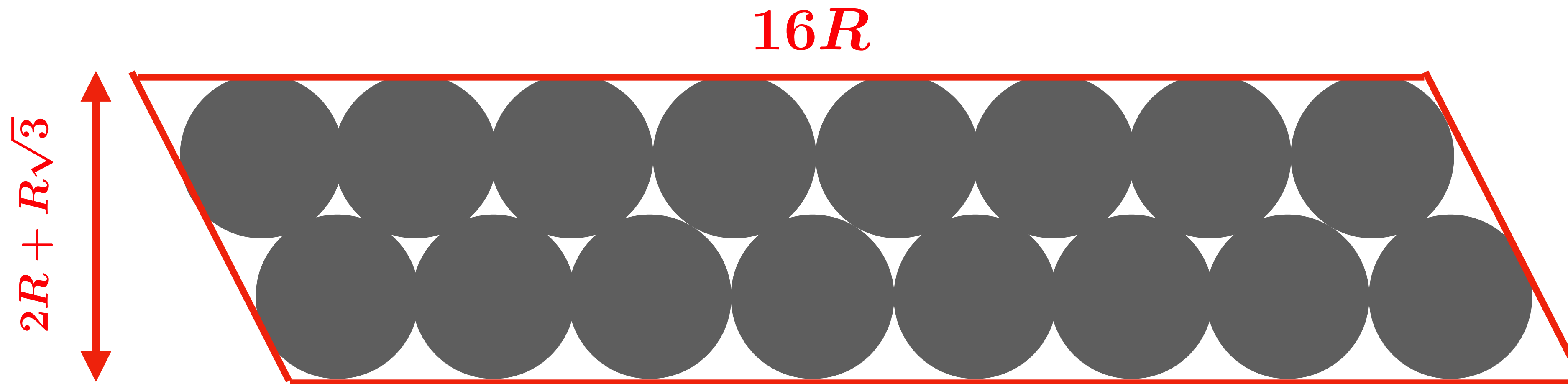
$$\frac{(2R + R\sqrt{3}) \times (16R) - 16\pi R^2}{(2R + R\sqrt{3}) \times (16R)}$$



$$\text{Area: } (2R + R\sqrt{3}) \times 16R = 16R^2 (\sqrt{3} + 2)$$

Percentuale scarto :

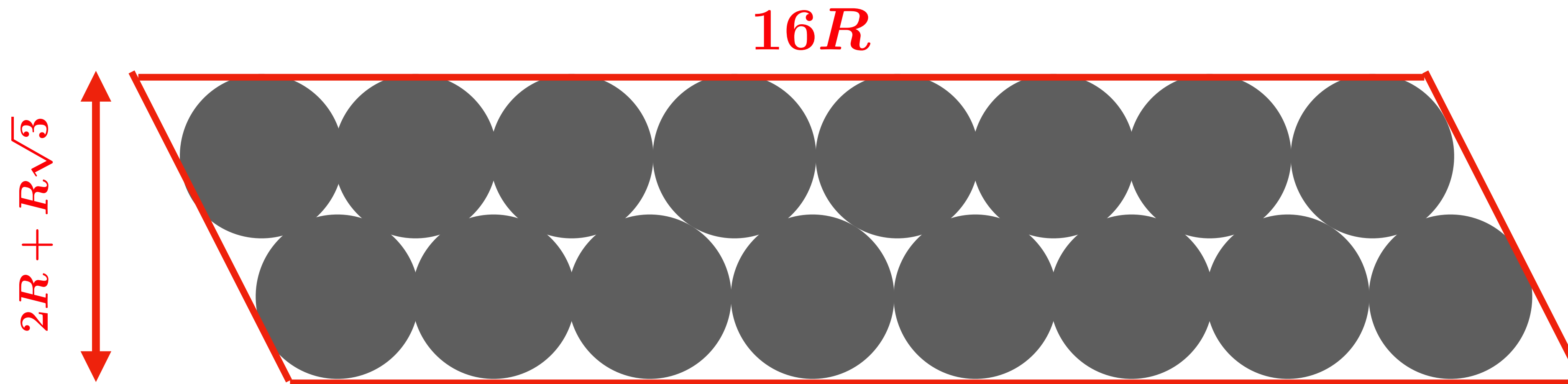
$$\frac{(\cancel{2R} + \cancel{R}\sqrt{3}) \times (\cancel{16R}) - 16\pi \cancel{R}^2}{(\cancel{2R} + \cancel{R}\sqrt{3}) \times (\cancel{16R})}$$



$$\text{Area: } (2R + R\sqrt{3}) \times 16R = 16R^2 (\sqrt{3} + 2)$$

Percentuale scarto :

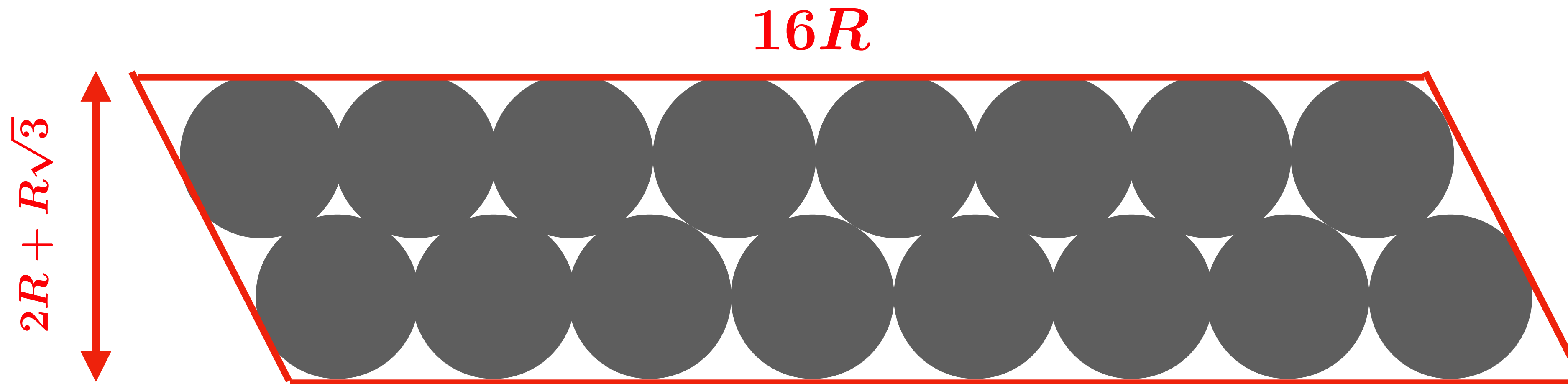
$$\frac{(\cancel{2R} + \cancel{R}\sqrt{3}) \times (\cancel{16R}) - \cancel{16}\pi R^2}{(\cancel{2R} + \cancel{R}\sqrt{3}) \times (\cancel{16R})}$$



$$\text{Area: } (2R + R\sqrt{3}) \times 16R = 16R^2 (\sqrt{3} + 2)$$

Percentuale scarto :

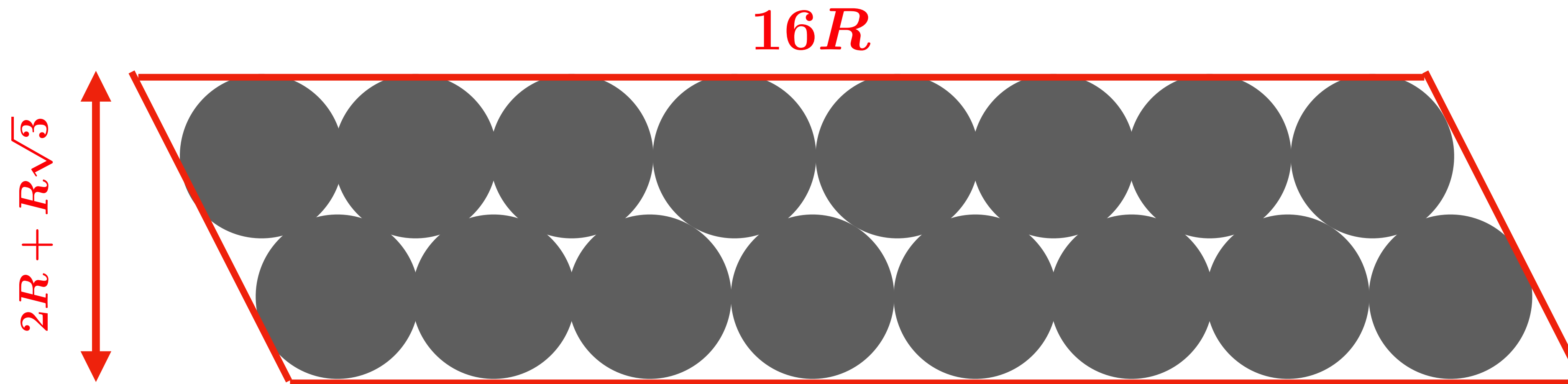
$$\frac{(\cancel{2R} + \cancel{R}\sqrt{3}) \times (\cancel{16R}) - \cancel{16}\pi\cancel{R}^2}{(\cancel{2R} + \cancel{R}\sqrt{3}) \times (\cancel{16R})} = \frac{(2 + \sqrt{3}) - \pi}{2 + \sqrt{3}}$$



$$\text{Area: } (2R + R\sqrt{3}) \times 16R = 16R^2 (\sqrt{3} + 2)$$

Percentuale scarto :

$$\frac{(\cancel{2R} + \cancel{R}\sqrt{3}) \times (\cancel{16R}) - \cancel{16}\pi\cancel{R}^2}{(\cancel{2R} + \cancel{R}\sqrt{3}) \times (\cancel{16R})} = \frac{(2 + \sqrt{3}) - \pi}{2 + \sqrt{3}} \approx 15.8\%$$



$$\text{Area: } (2R + R\sqrt{3}) \times 16R = 16R^2 (\sqrt{3} + 2)$$

Percentuale scarto :

$$\frac{(\cancel{2R} + \cancel{R}\sqrt{3}) \times (\cancel{16R}) - \cancel{16}\pi R^2}{(\cancel{2R} + \cancel{R}\sqrt{3}) \times (\cancel{16R})} = \frac{(2 + \sqrt{3}) - \pi}{2 + \sqrt{3}} \approx 15.8\%$$

Superficie di metallo per 1 disco: $R^2 (\sqrt{3} + 2) \approx 3.73R^2$

Gli scarti nella produzione dei dischi: riassunto

Metodo 1: percentuale di scarto 21.5%

Metodo 2: <10% ma serve larghezza e lunghezza illimitata

Metodo 3: 15.8% ed è compatibile con il sistema di produzione

per fare un disco si usa una superficie di $(2 + \sqrt{3})R^2$

Una nuova funzione da studiare

Area effettivamente utilizzata per la confezione di caffè:

Una nuova funzione da studiare

Area effettivamente utilizzata per la confezione di caffè:

Superficie cilindro laterale + superficie (scarto incluso) per base e coperchio

Una nuova funzione da studiare

Area effettivamente utilizzata per la confezione di caffè:

Superficie cilindro laterale + superficie (scarto incluso) per base e coperchio



$$(2\pi R)h = (2\pi R)\frac{880}{\pi R^2} = \frac{1760}{R}$$

Una nuova funzione da studiare

Area effettivamente utilizzata per la confezione di caffè:

Superficie cilindro laterale + superficie (scarto incluso) per base e coperchio

$$(2\pi R)h = (2\pi R)\frac{880}{\pi R^2} = \frac{1760}{R} + 2R^2(\sqrt{3} + 2)$$

Una nuova funzione da studiare

Area effettivamente utilizzata per la confezione di caffè:

Superficie cilindro laterale + superficie (scarto incluso) per base e coperchio

$$(2\pi R)h = (2\pi R)\frac{880}{\pi R^2} = \frac{1760}{R} + 2R^2(\sqrt{3} + 2)$$

$$g(R) = \frac{1760}{R} + 2R^2(\sqrt{3} + 2)$$

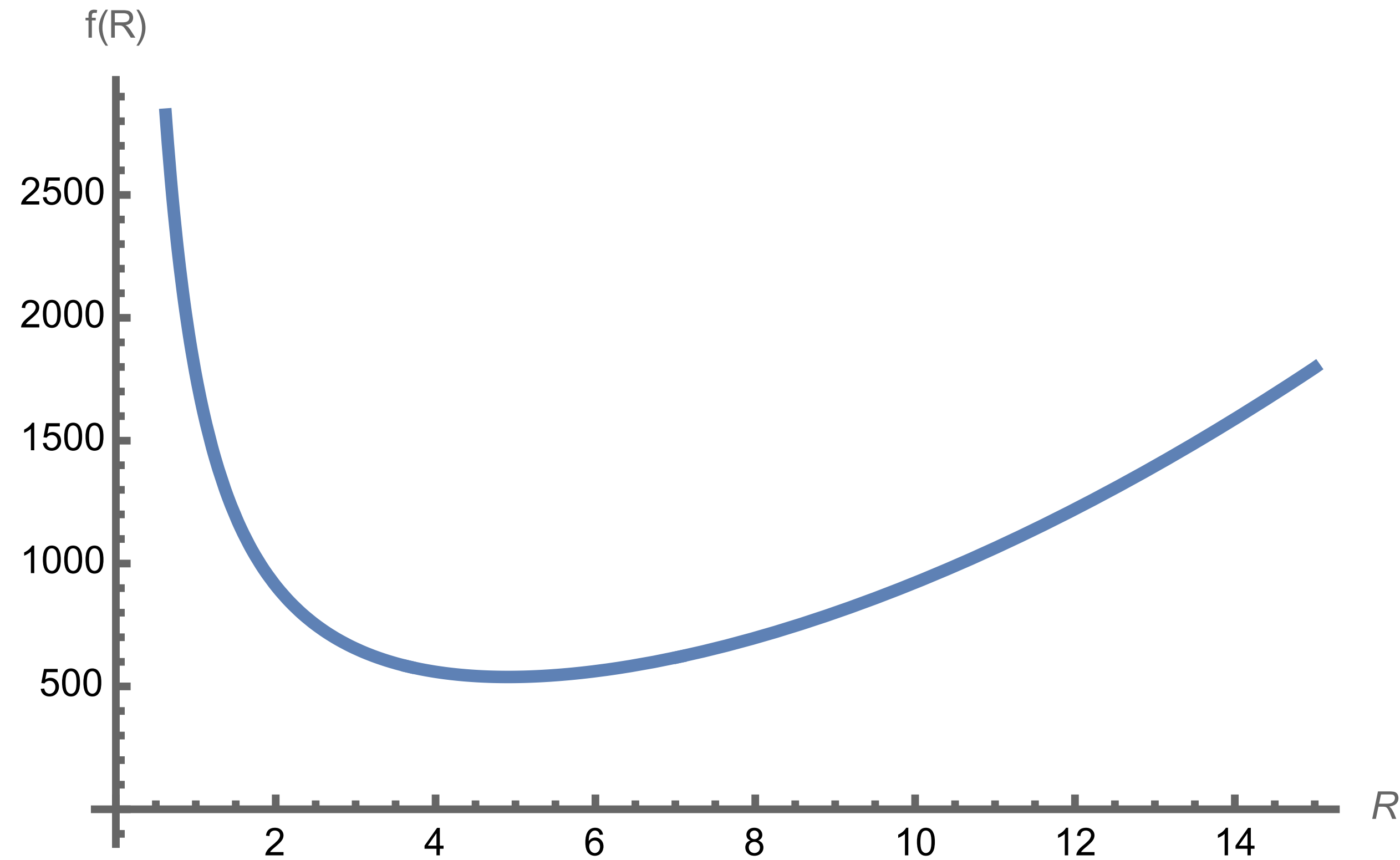
$$g(R) = \frac{1760}{R} + 2R^2(\sqrt{3} + 2)$$

$$g(R) = \frac{1760}{R} + 2R^2(\sqrt{3} + 2)$$

Ricordiamo: è la superficie di metallo
utilizzata per una scatola cilindrica
(SCARTO INCLUSO) di
raggio R e volume fissato pari a 880 cm^3

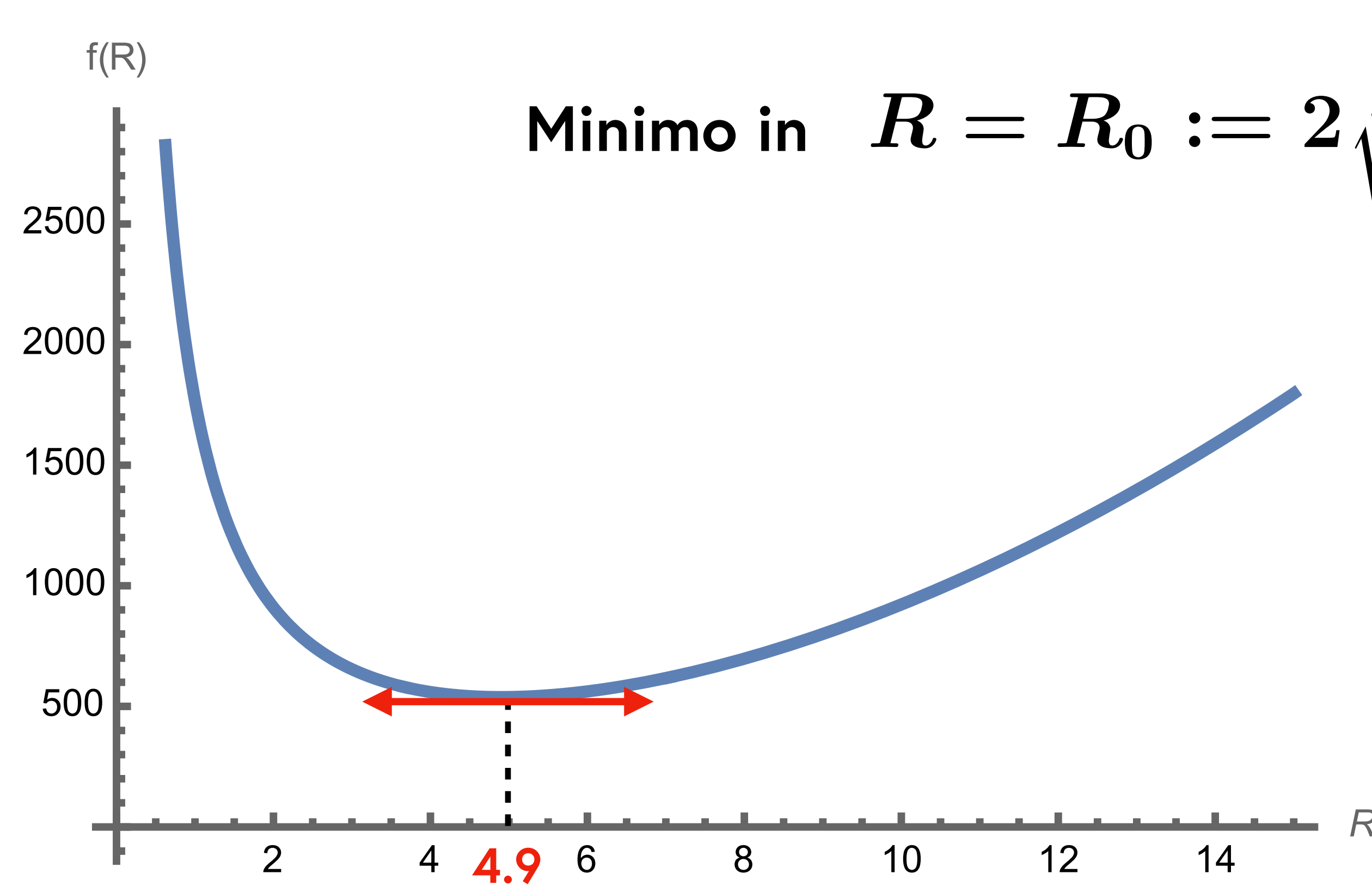
$$g(R) = \frac{1760}{R} + 2R^2(\sqrt{3} + 2)$$

Ricordiamo: è la superficie di metallo
utilizzata per una scatola cilindrica
(SCARTO INCLUSO) di
raggio R e volume fissato pari a 880 cm^3



$$g(R) = \frac{1760}{R} + 2R^2(\sqrt{3} + 2)$$

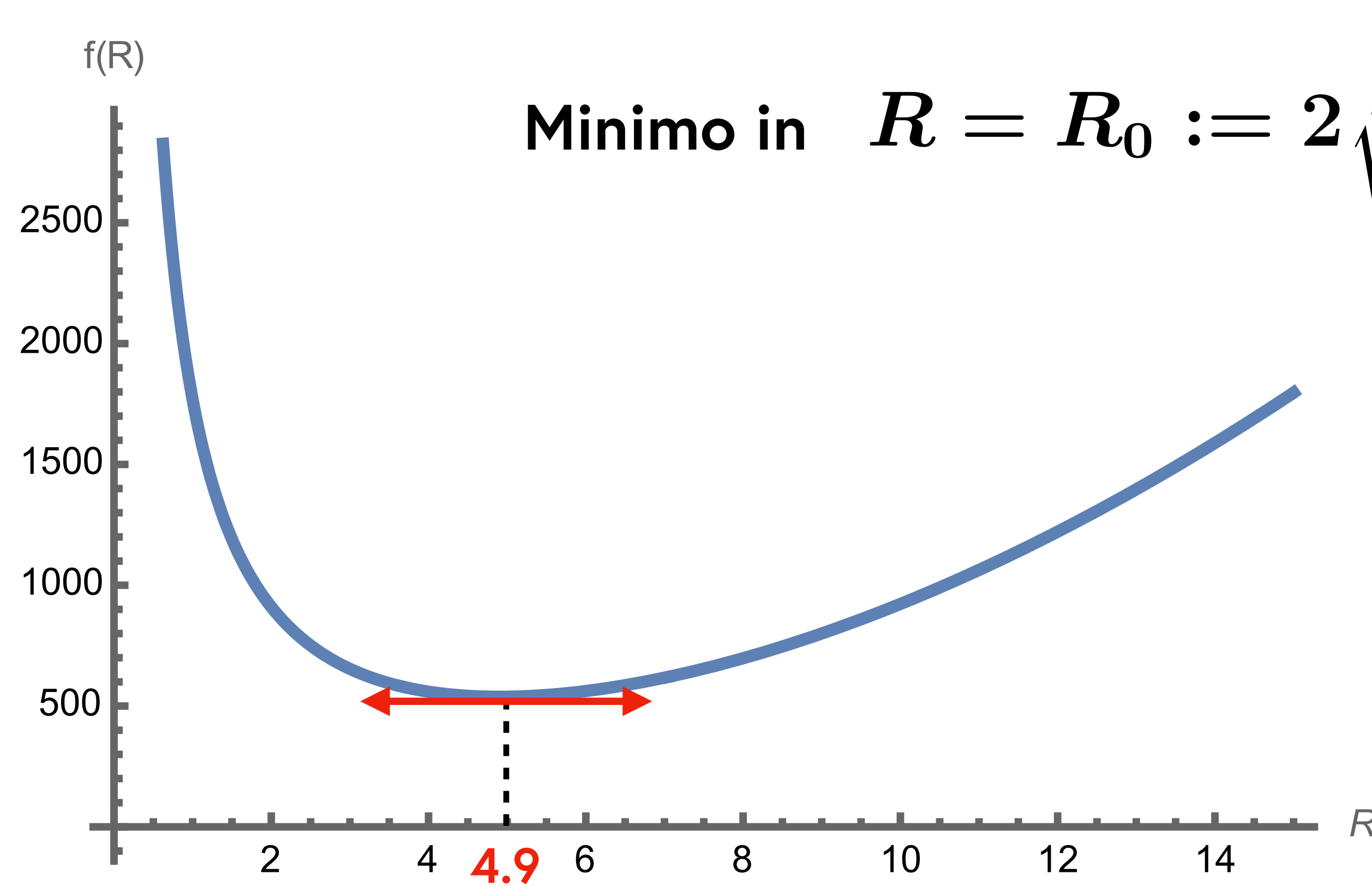
Ricordiamo: è la superficie di metallo
utilizzata per una scatola cilindrica
(SCARTO INCLUSO) di
raggio R e volume fissato pari a 880 cm^3



Minimo in $R = R_0 := 2\sqrt[3]{\frac{55}{\sqrt{3} + 2}} \approx 4.9$

$$g(R) = \frac{1760}{R} + 2R^2(\sqrt{3} + 2)$$

Ricordiamo: è la superficie di metallo
utilizzata per una scatola cilindrica
(SCARTO INCLUSO) di
raggio R e volume fissato pari a 880 cm^3

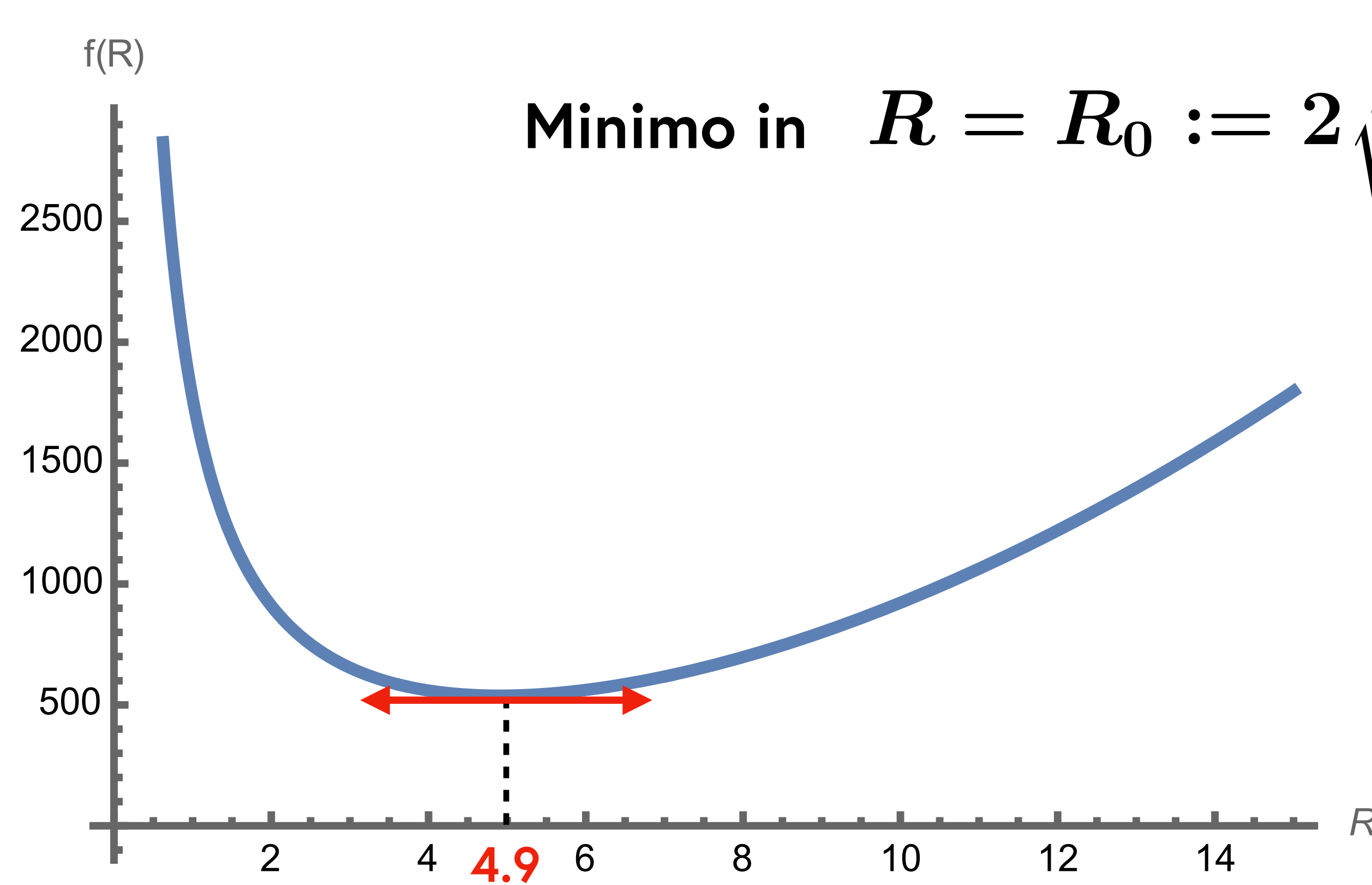


Minimo in $R = R_0 := 2 \sqrt[3]{\frac{55}{\sqrt{3} + 2}} \approx 4.9$

$$h = \frac{880}{\pi R_0^2} = \frac{4 \sqrt[3]{55} (\sqrt{3} + 2)^{2/3}}{\pi}$$

$$g(R) = \frac{1760}{R} + 2R^2(\sqrt{3} + 2)$$

Ricordiamo: è la superficie di metallo
utilizzata per una scatola cilindrica
(SCARTO INCLUSO) di
raggio R e volume fissato pari a 880 cm³

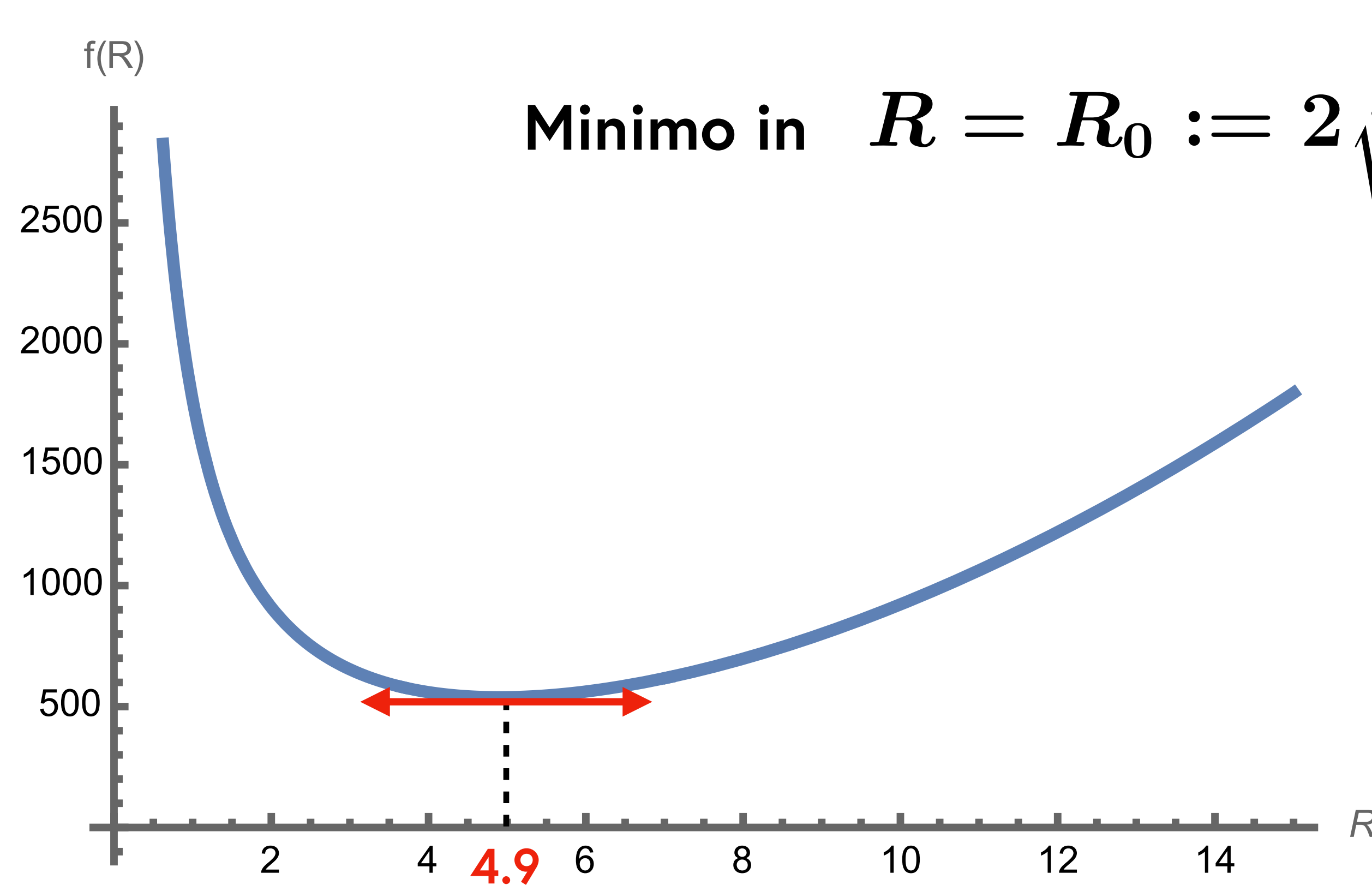


Minimo in $R = R_0 := 2 \sqrt[3]{\frac{55}{\sqrt{3} + 2}} \approx 4.9$

$$h = \frac{880}{\pi R_0^2} = \frac{4 \sqrt[3]{55} (\sqrt{3} + 2)^{2/3}}{\pi} \approx 11.65$$

$$g(R) = \frac{1760}{R} + 2R^2(\sqrt{3} + 2)$$

Ricordiamo: è la superficie di metallo
utilizzata per una scatola cilindrica
(SCARTO INCLUSO) di
raggio R e volume fissato pari a 880 cm³



Minimo in $R = R_0 := 2 \sqrt[3]{\frac{55}{\sqrt{3} + 2}} \approx 4.9$

$$h = \frac{880}{\pi R_0^2} = \frac{4 \sqrt[3]{55} (\sqrt{3} + 2)^{2/3}}{\pi} \approx 11.65$$

Superficie di metallo usata: $g(R_0) = \frac{1760}{R_0} + 2R_0^2(\sqrt{3} + 2) \approx 538 \text{ cm}^2$

Conclusione

$$R = 4.9$$



$$h = 11.7$$



Conclusione

$$R = 4.9$$

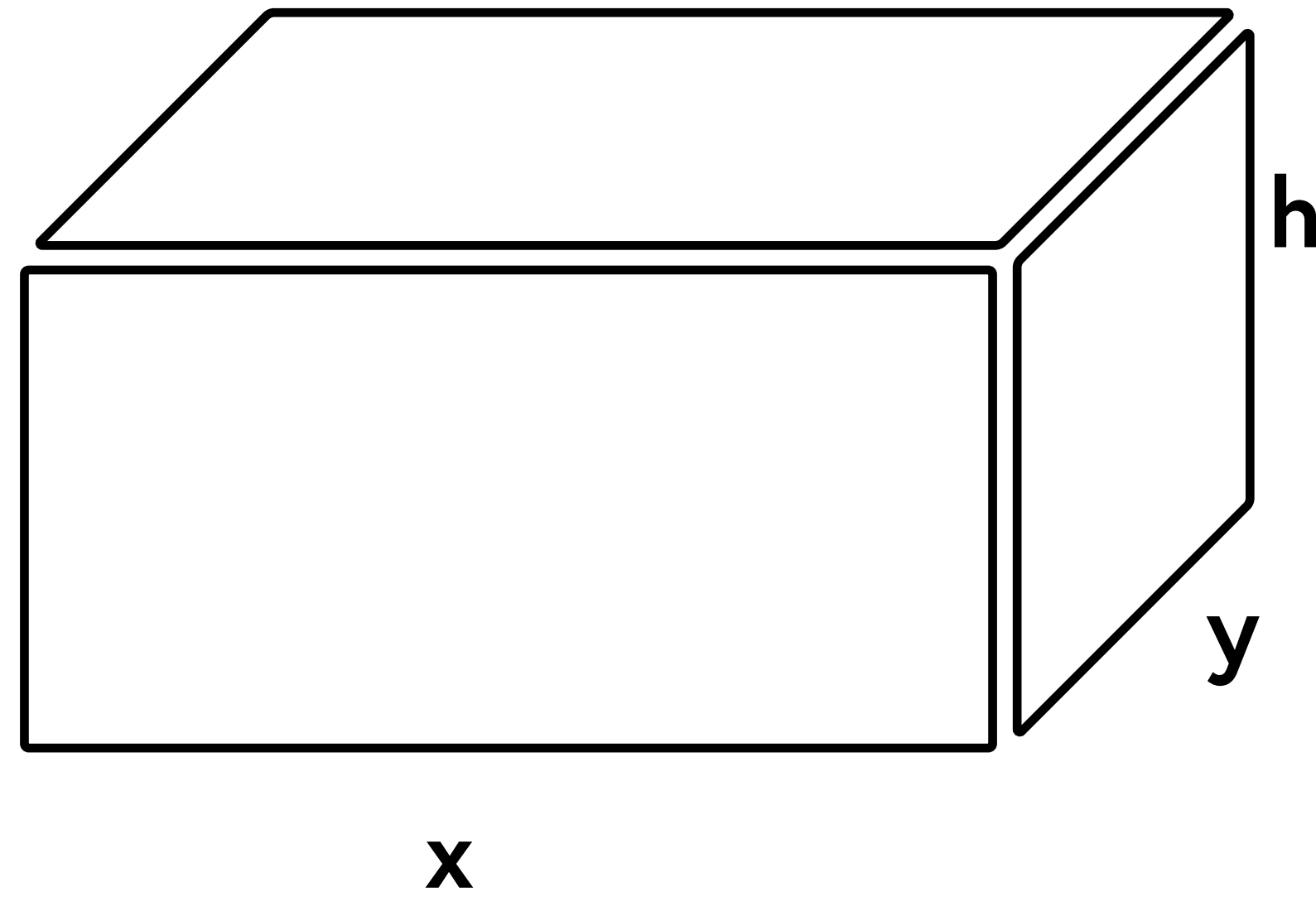


$$h = 11.7$$

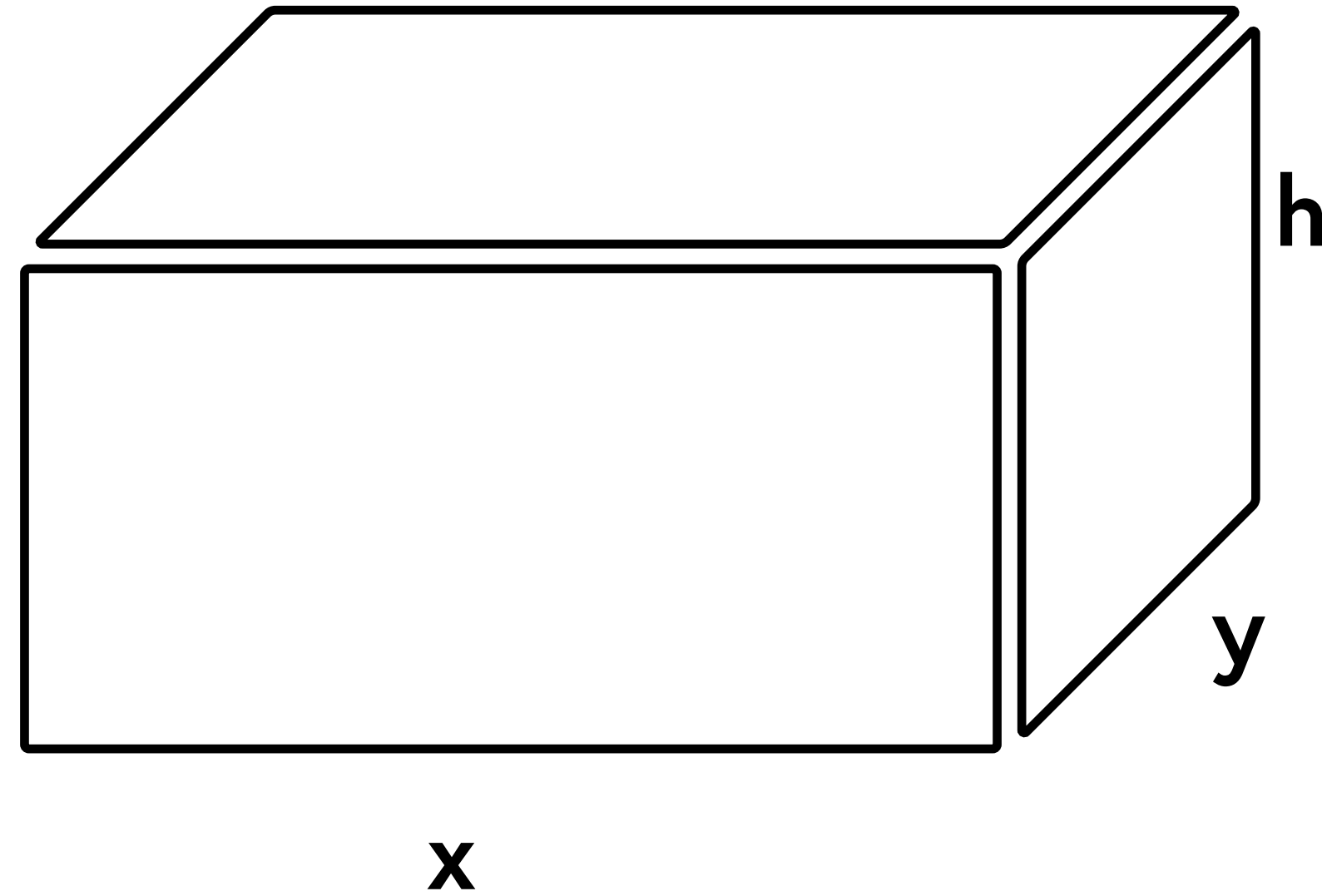


valori teorici: $R = 4.9$, $h = 11.65$: COINCIDONO !

ma...non era meglio una scatola a forma di parallelepipedo?

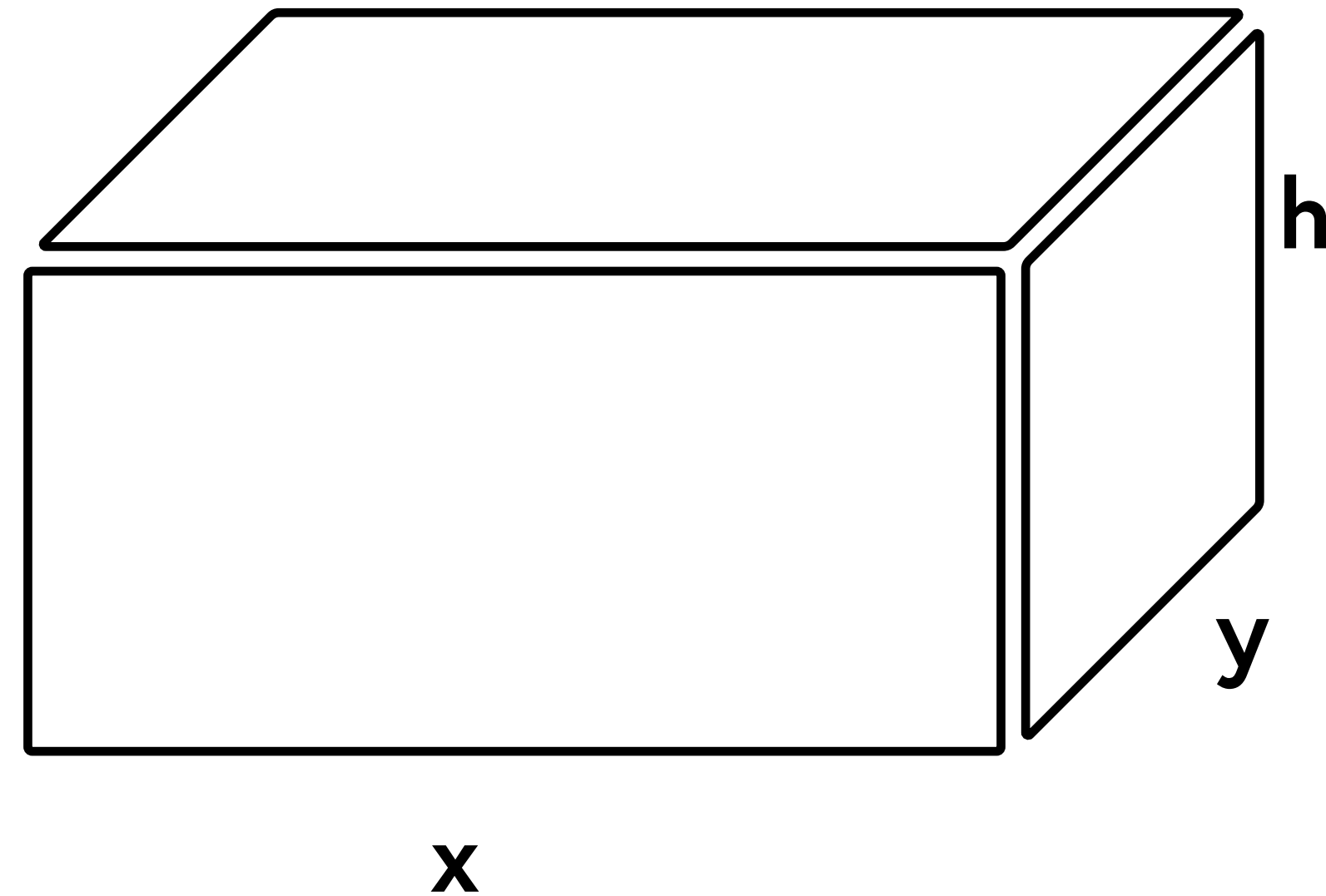


ma...non era meglio una scatola a forma di parallelepipedo?



$$880 = xyh : h = \frac{880}{xy}$$

ma...non era meglio una scatola a forma di parallelepipedo?

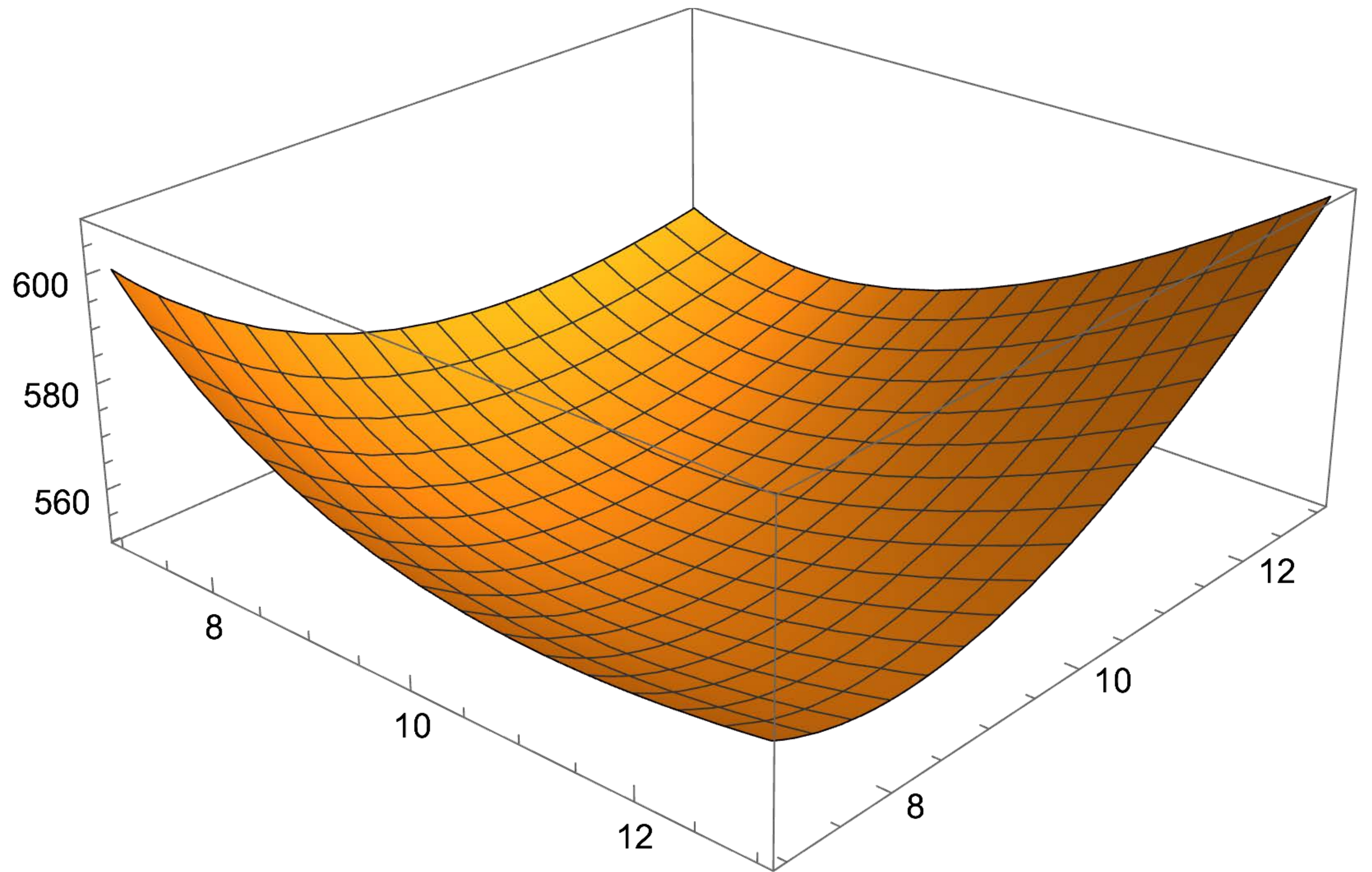


$$880 = xyh : h = \frac{880}{xy}$$

Superficie: $S(x, y) = 2(xy + xh + yh) = 2 \left(xy + \frac{880}{xy} (x + y) \right)$

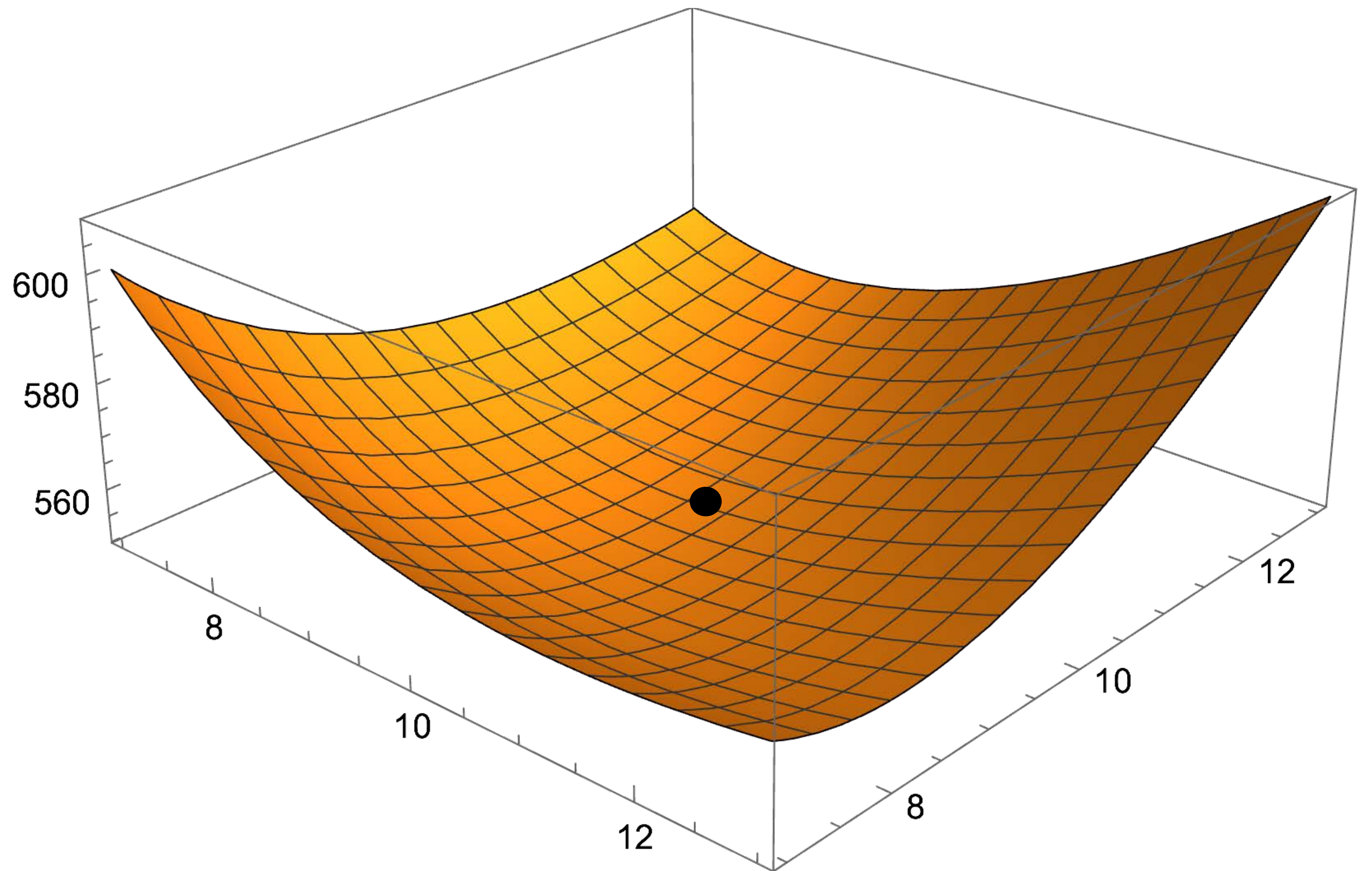
$$S(x, y) = 2(xy + xh + yh) = 2 \left(xy + \frac{880}{xy} (x + y) \right)$$

$$S(x, y) = 2(xy + xh + yh) = 2 \left(xy + \frac{880}{xy} (x + y) \right)$$



$$S(x, y) = 2(xy + xh + yh) = 2 \left(xy + \frac{880}{xy} (x + y) \right)$$

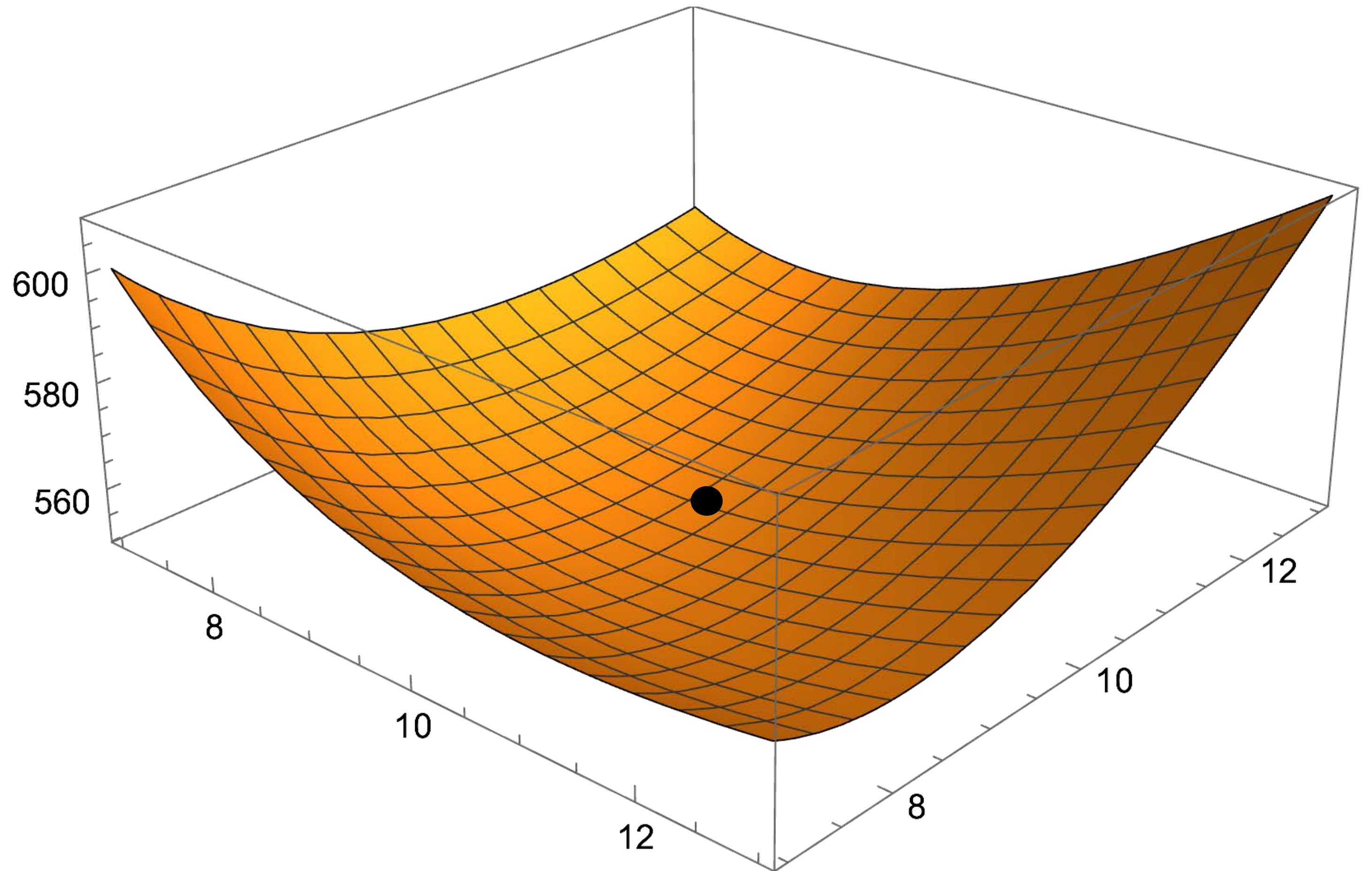
Minimo per $x = y = h = \sqrt[3]{880} \approx 9.58$



$$S(x, y) = 2(xy + xh + yh) = 2 \left(xy + \frac{880}{xy} (x + y) \right)$$

Minimo per $x = y = h = \sqrt[3]{880} \approx 9.58$

Viene $S=550.1 \text{ cm}^2$



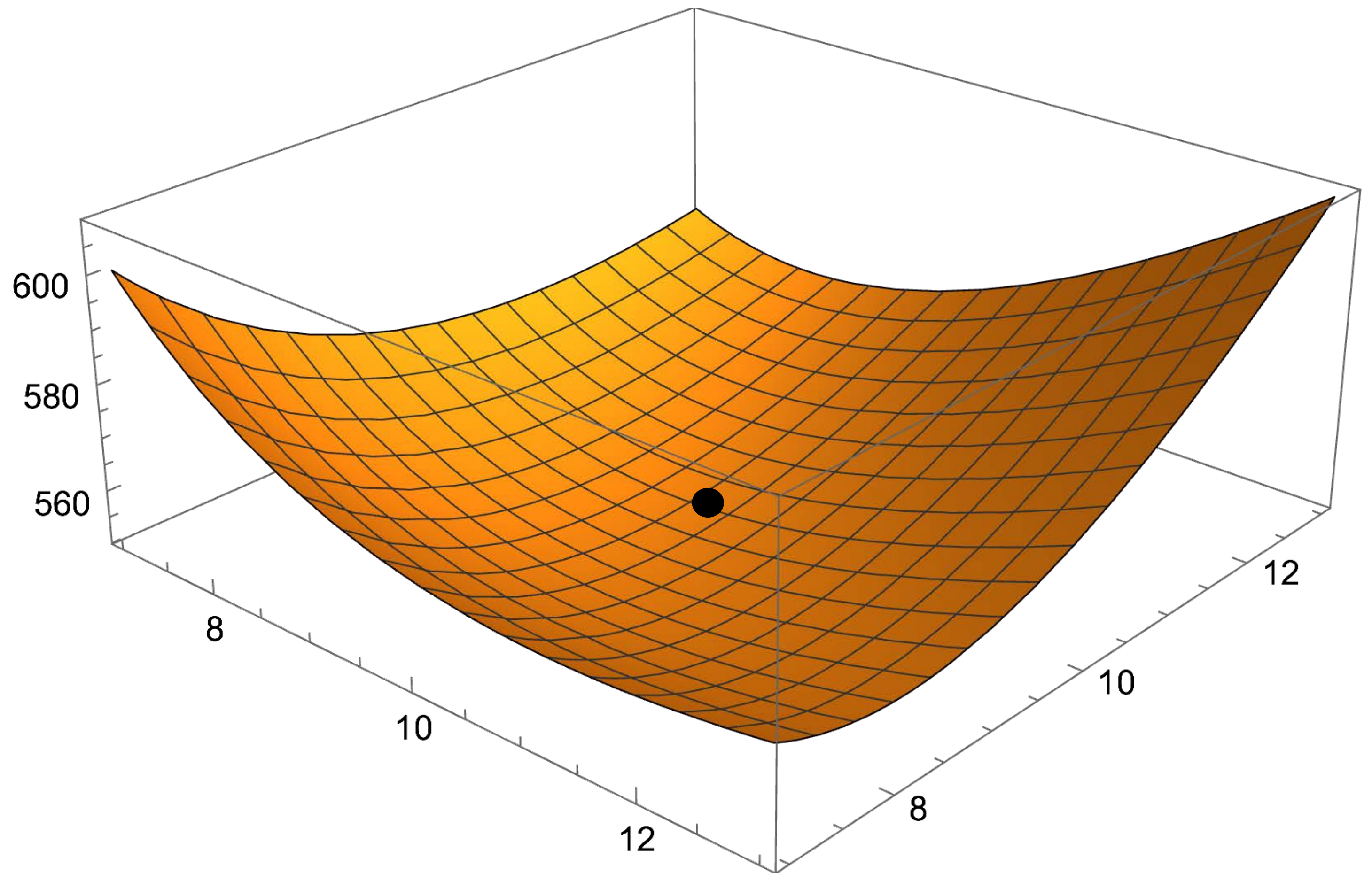
$$S(x, y) = 2(xy + xh + yh) = 2 \left(xy + \frac{880}{xy} (x + y) \right)$$

Minimo per $x = y = h = \sqrt[3]{880} \approx 9.58$

Viene $S=550.1 \text{ cm}^2$

Solo 2.3% in più rispetto

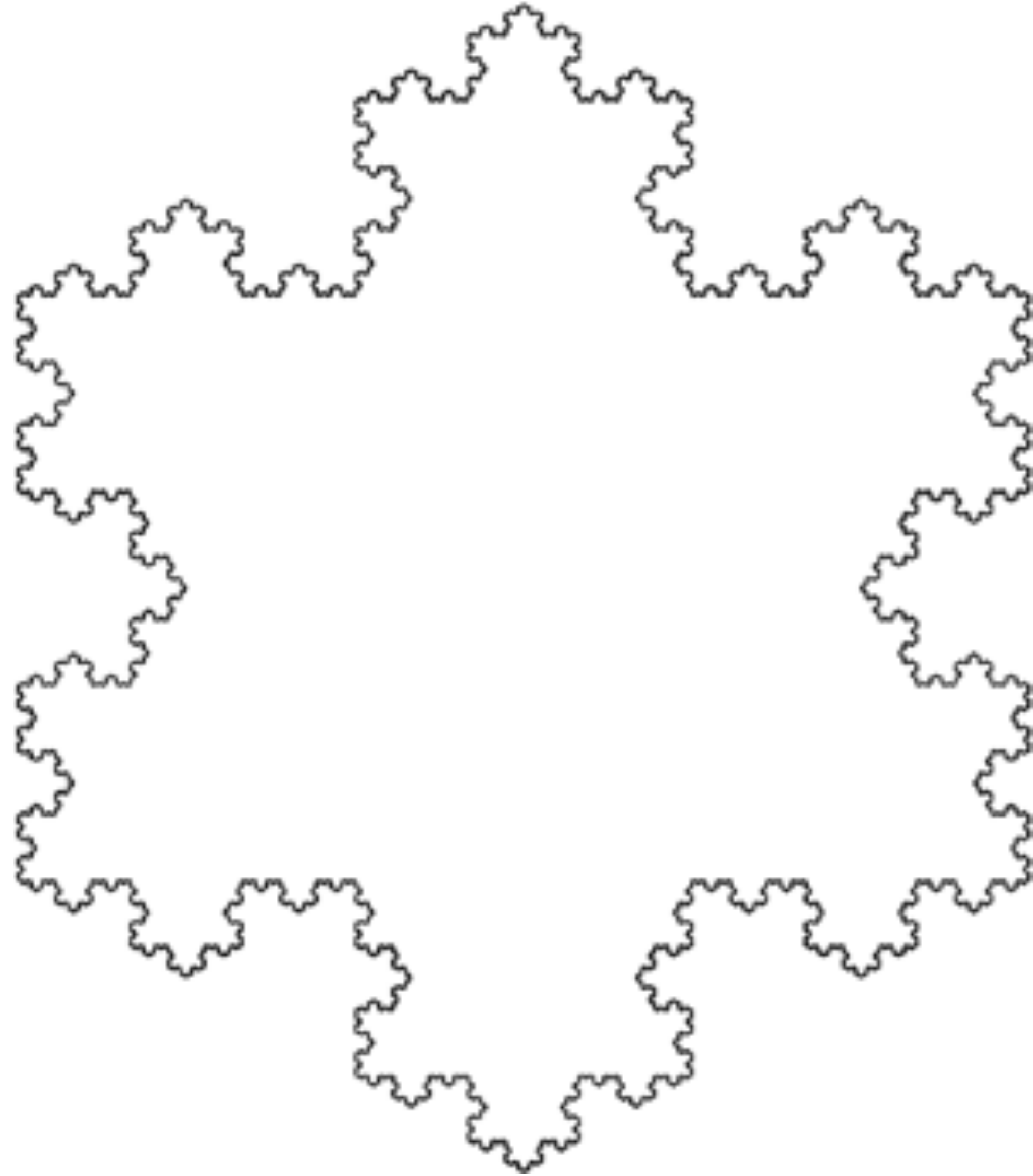
al caso del cilindro 538 cm^2



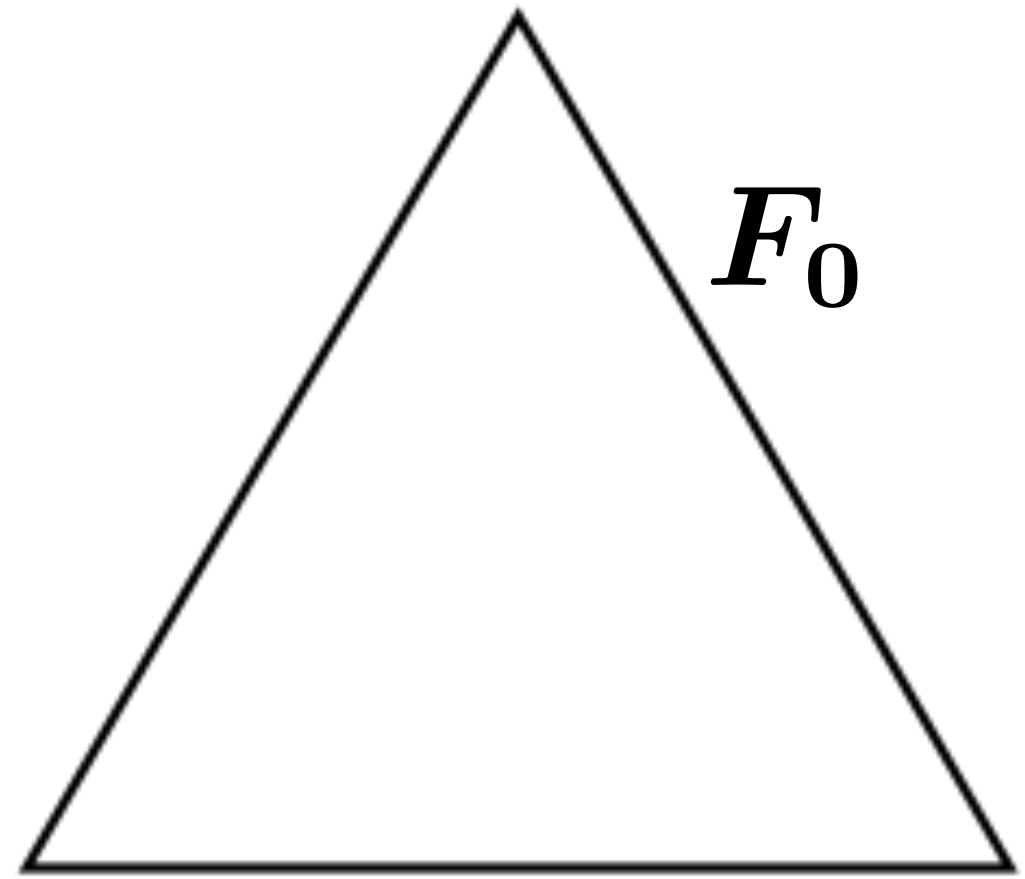
Frattali



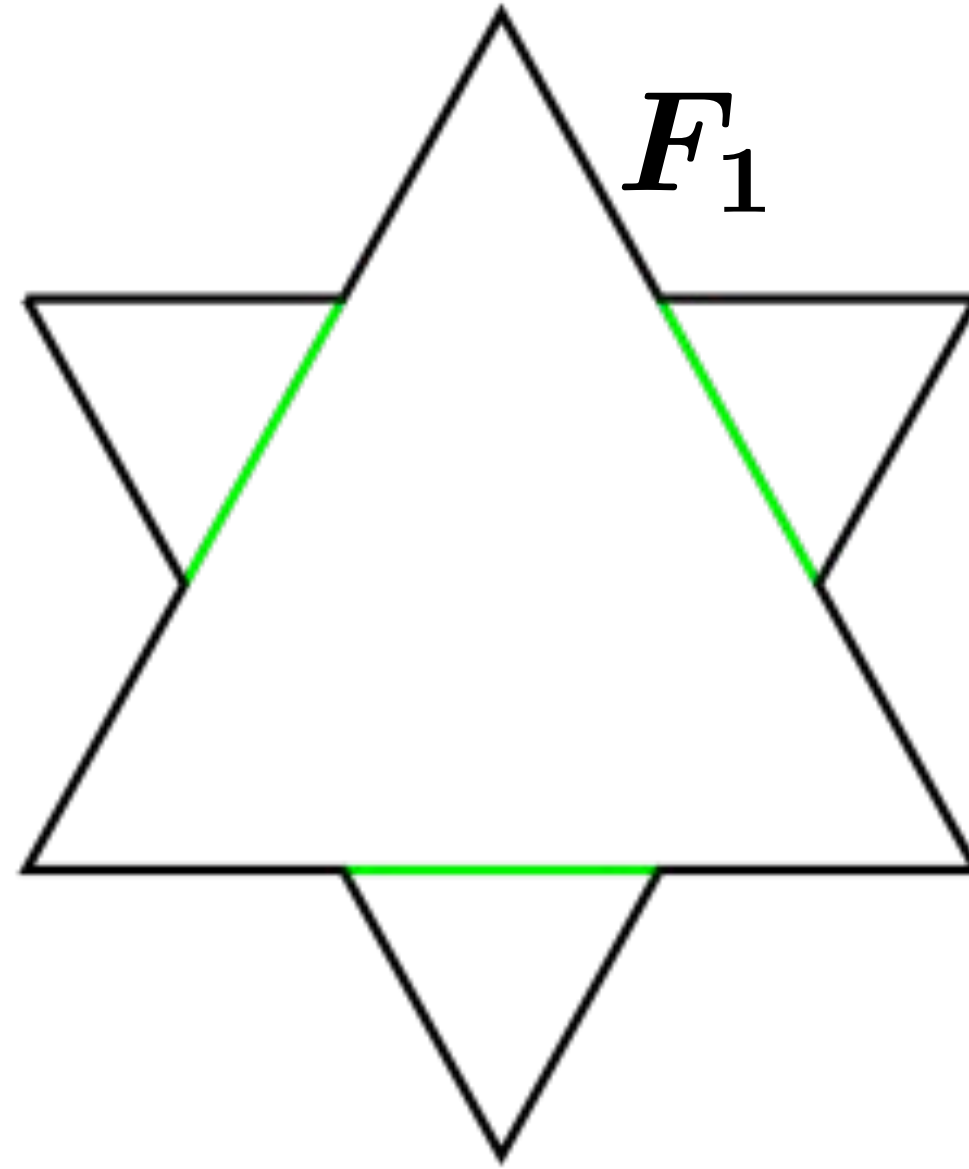
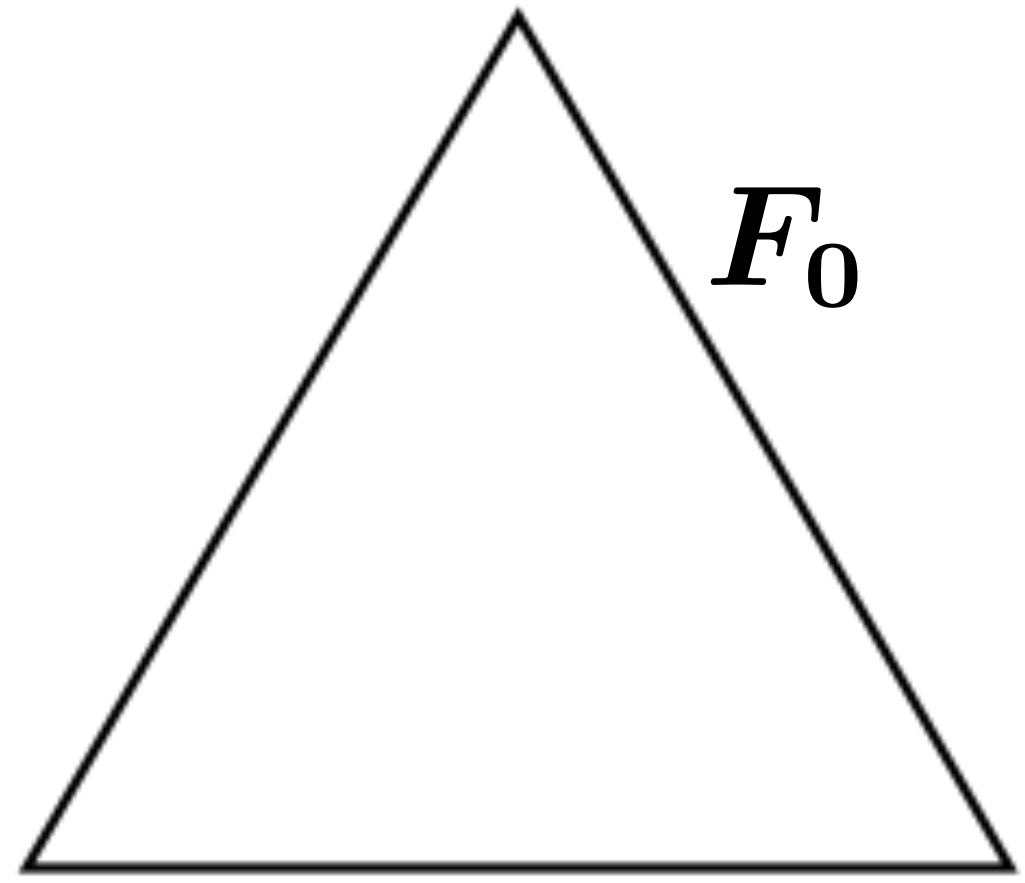
il fiocco di Koch



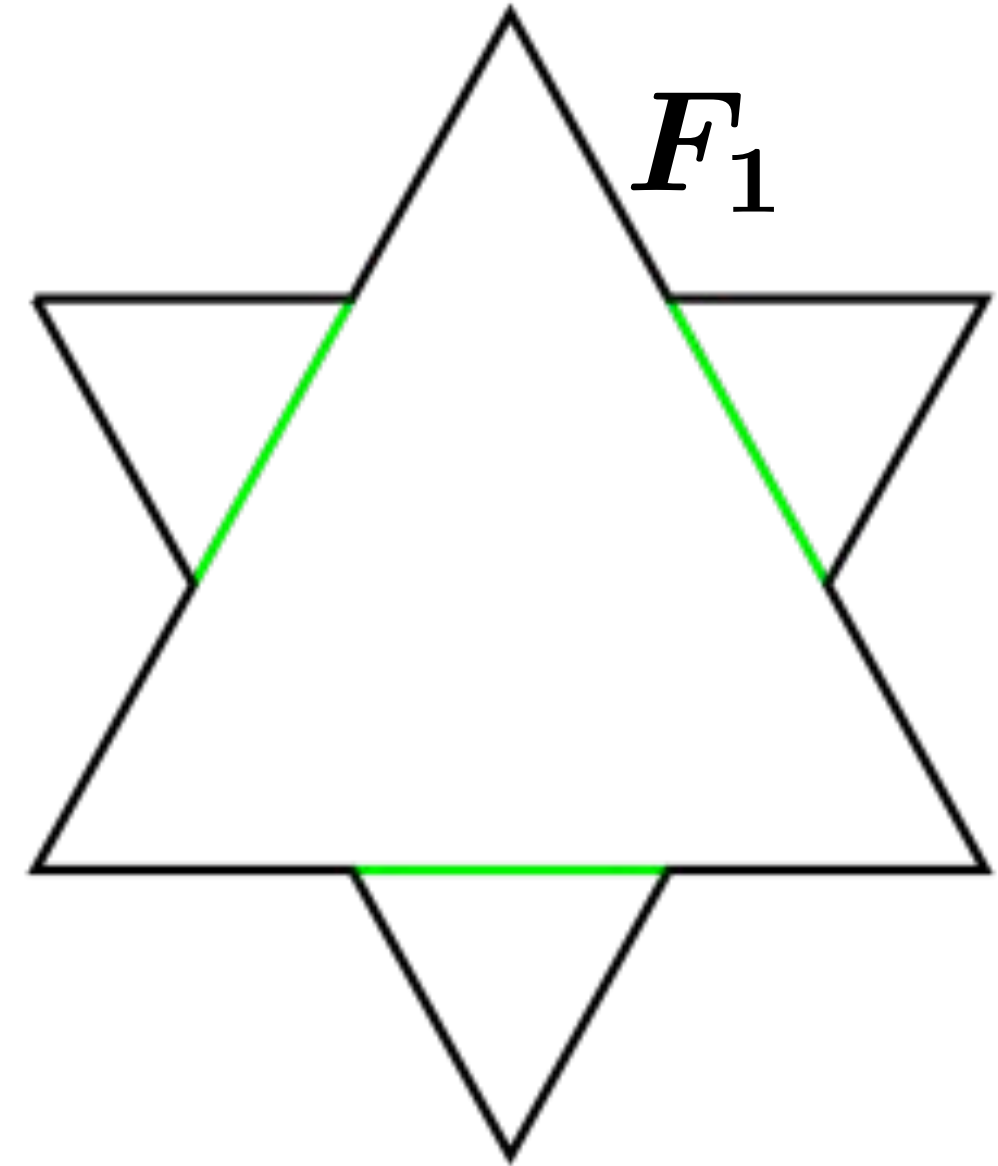
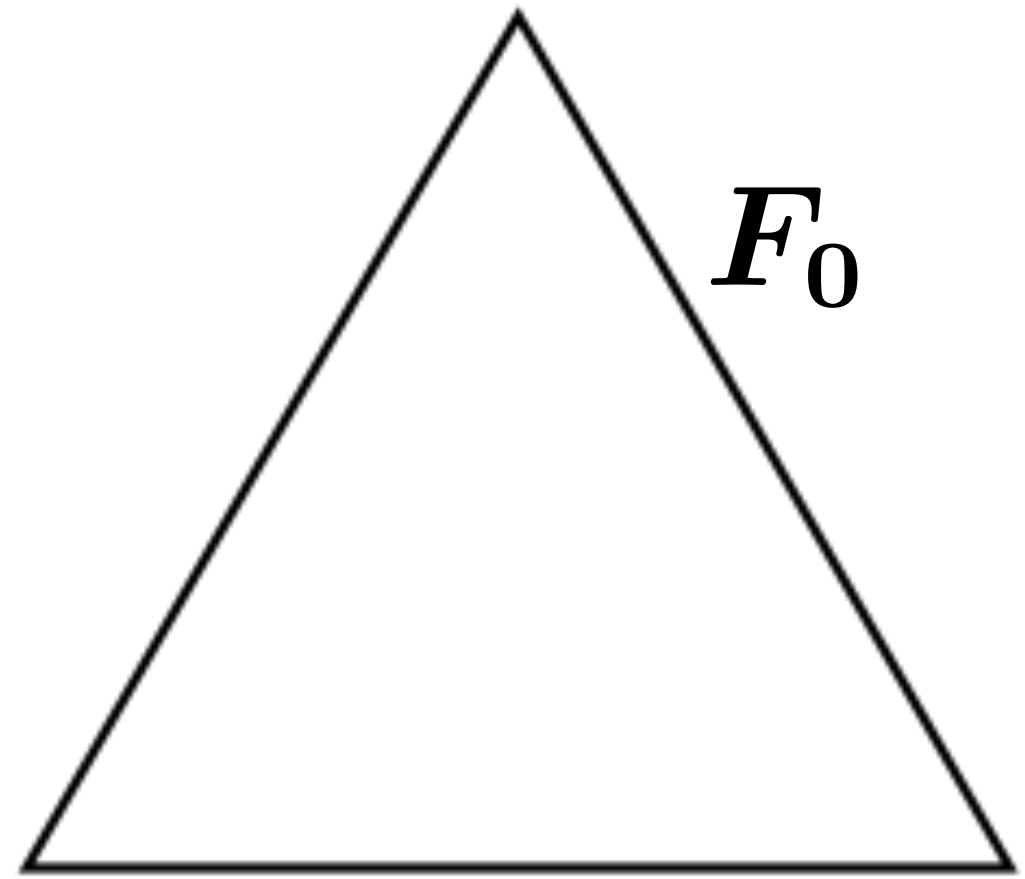
Il fiocco di Koch è il "limite" di queste "curve"...



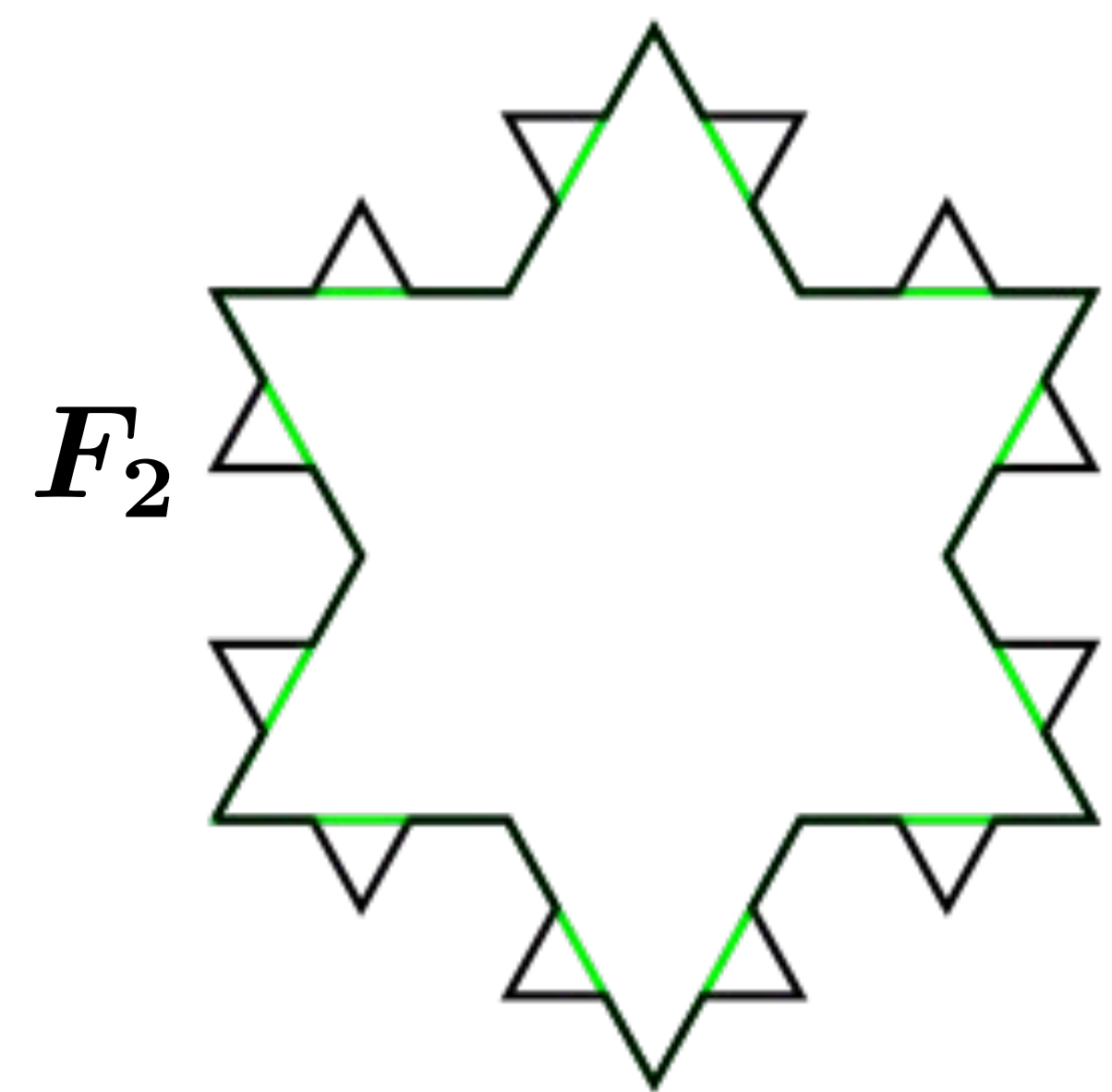
Il fiocco di Koch è il "limite" di queste "curve"...

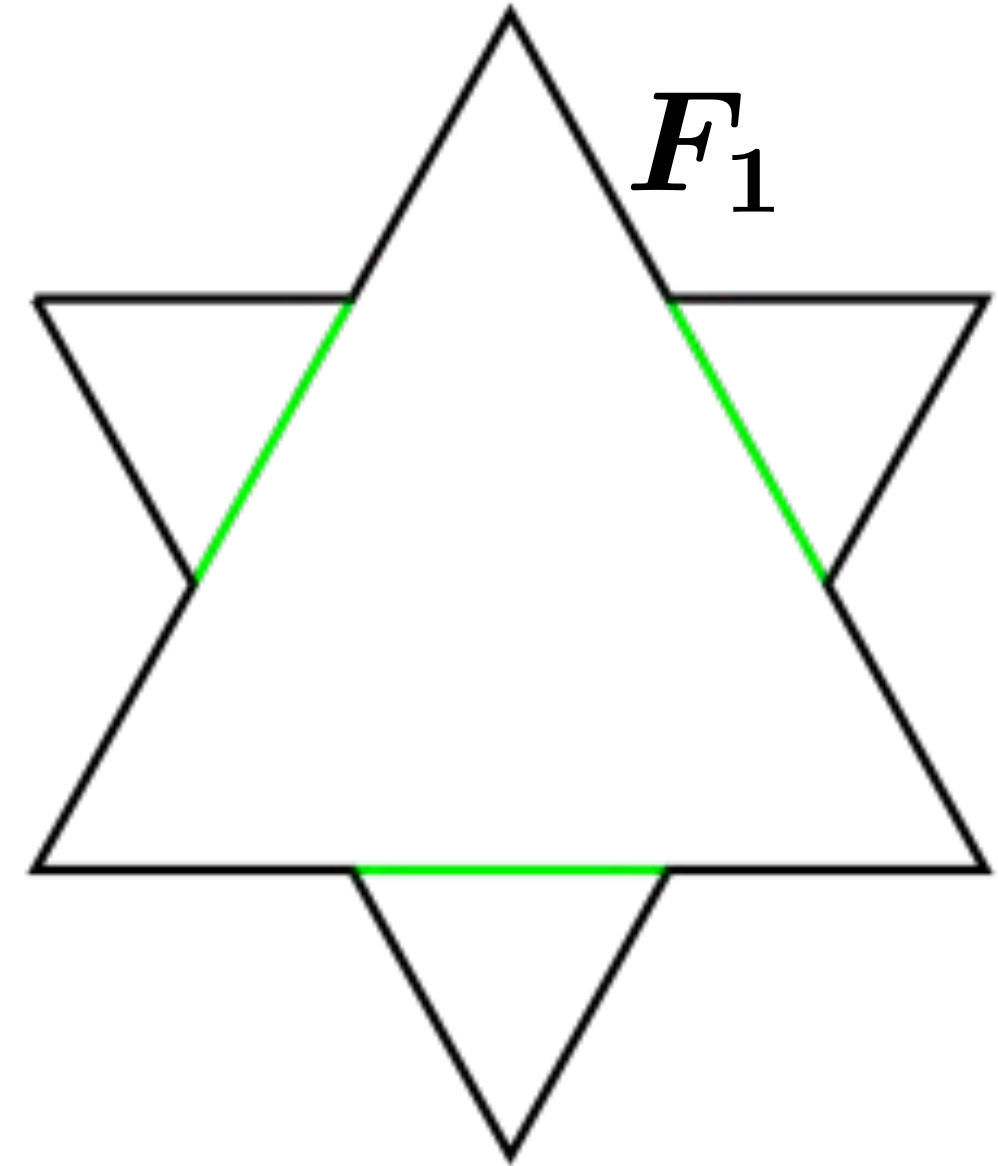
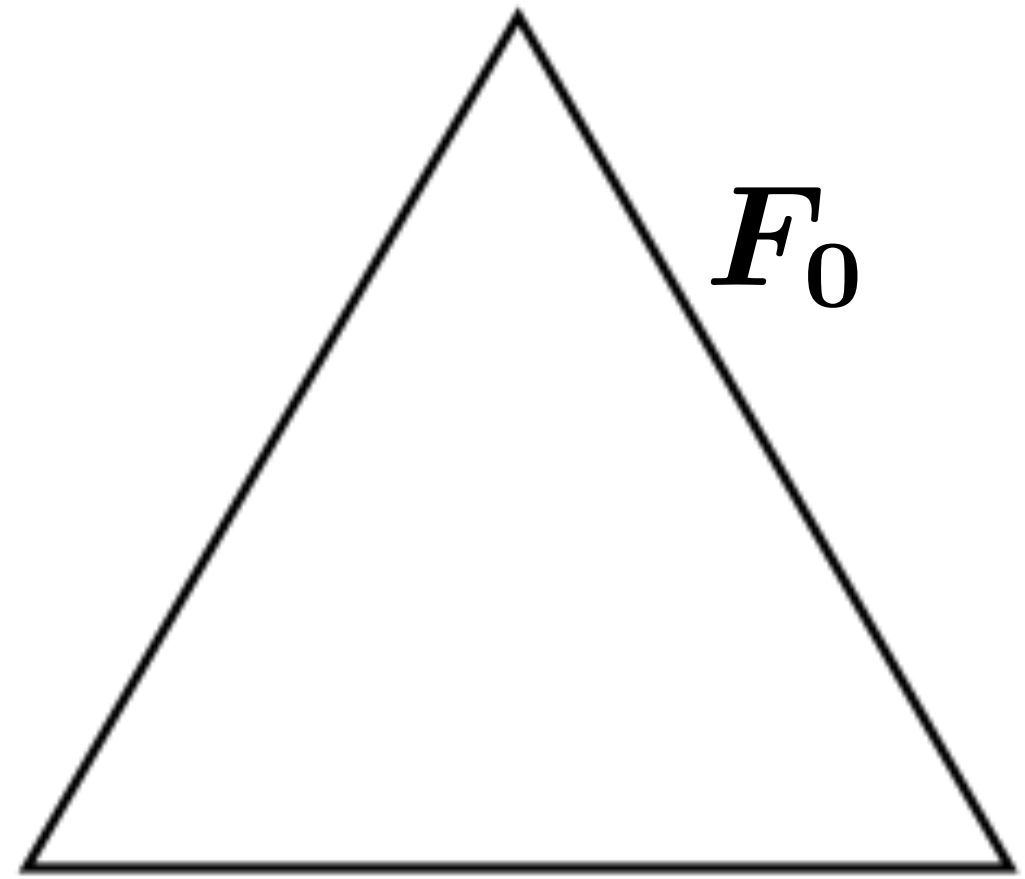


Il fiocco di Koch è il "limite" di queste "curve"...

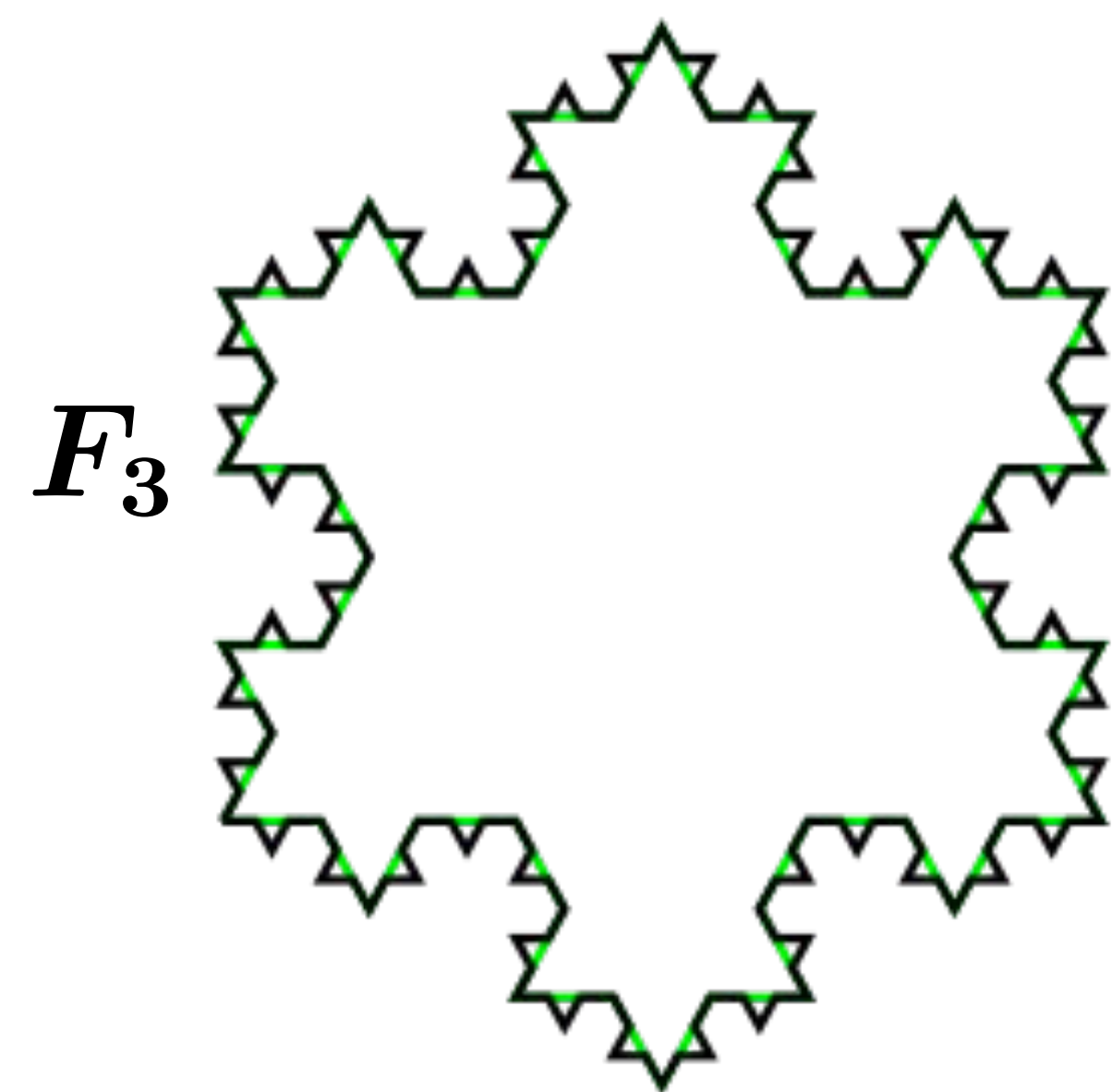
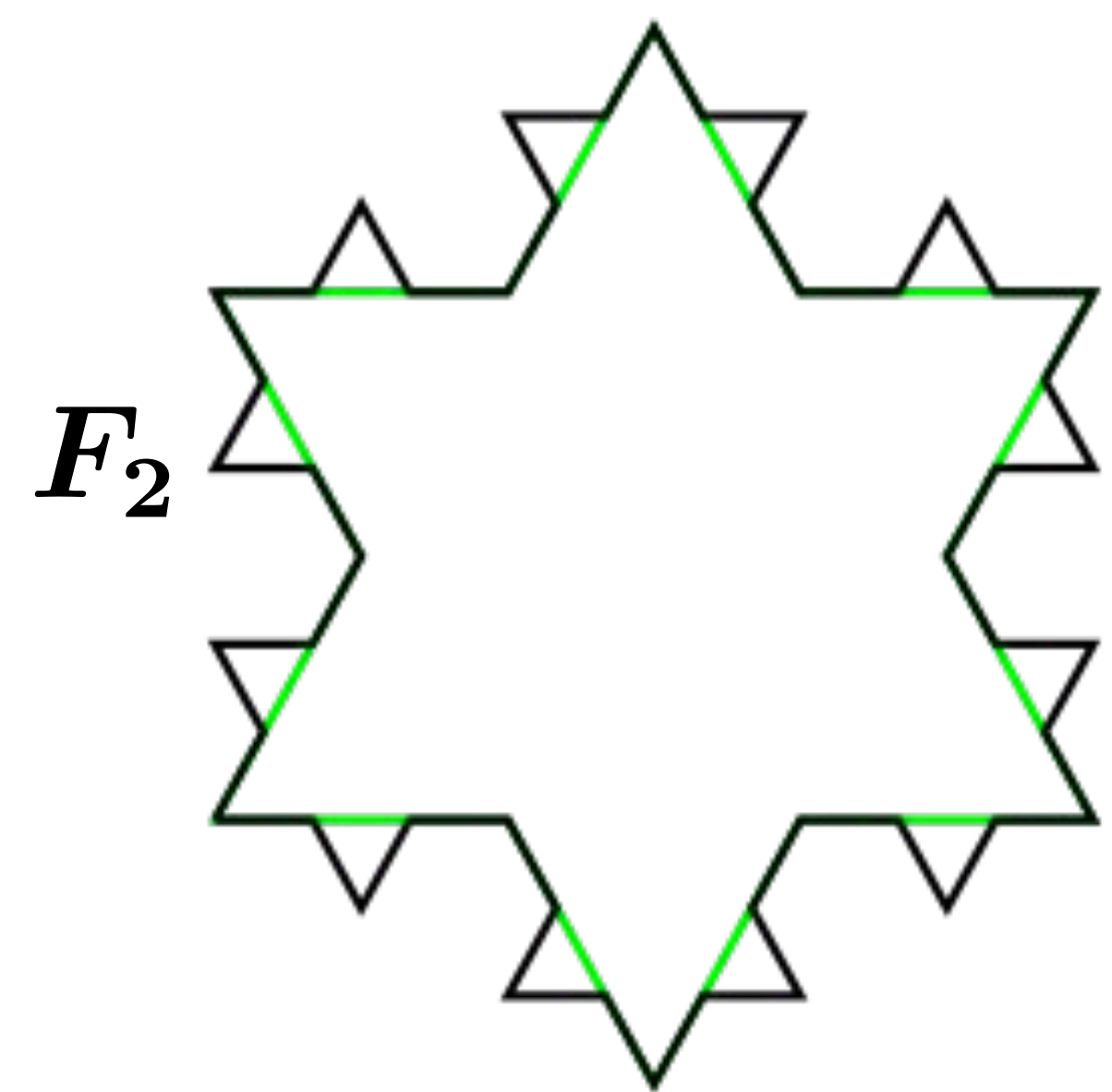


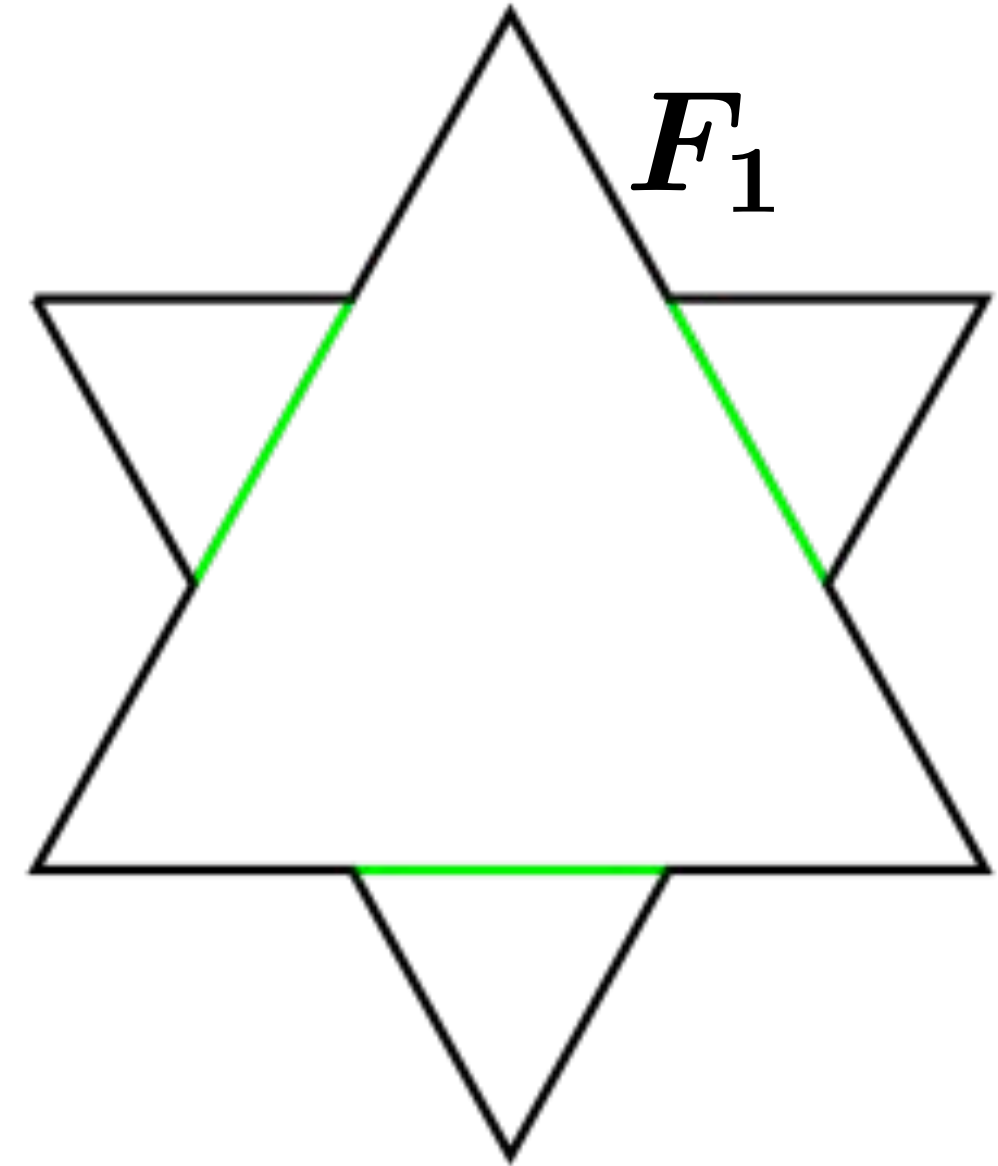
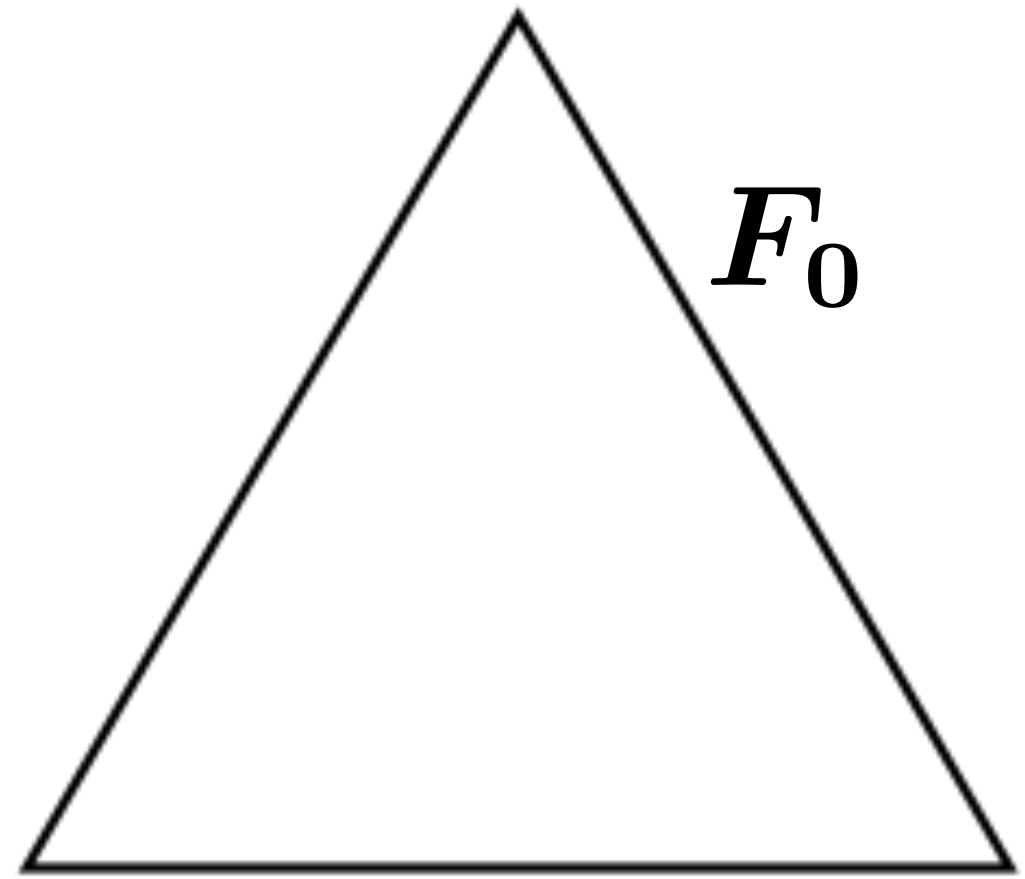
Il fiocco di Koch è il "limite" di queste "curve"...



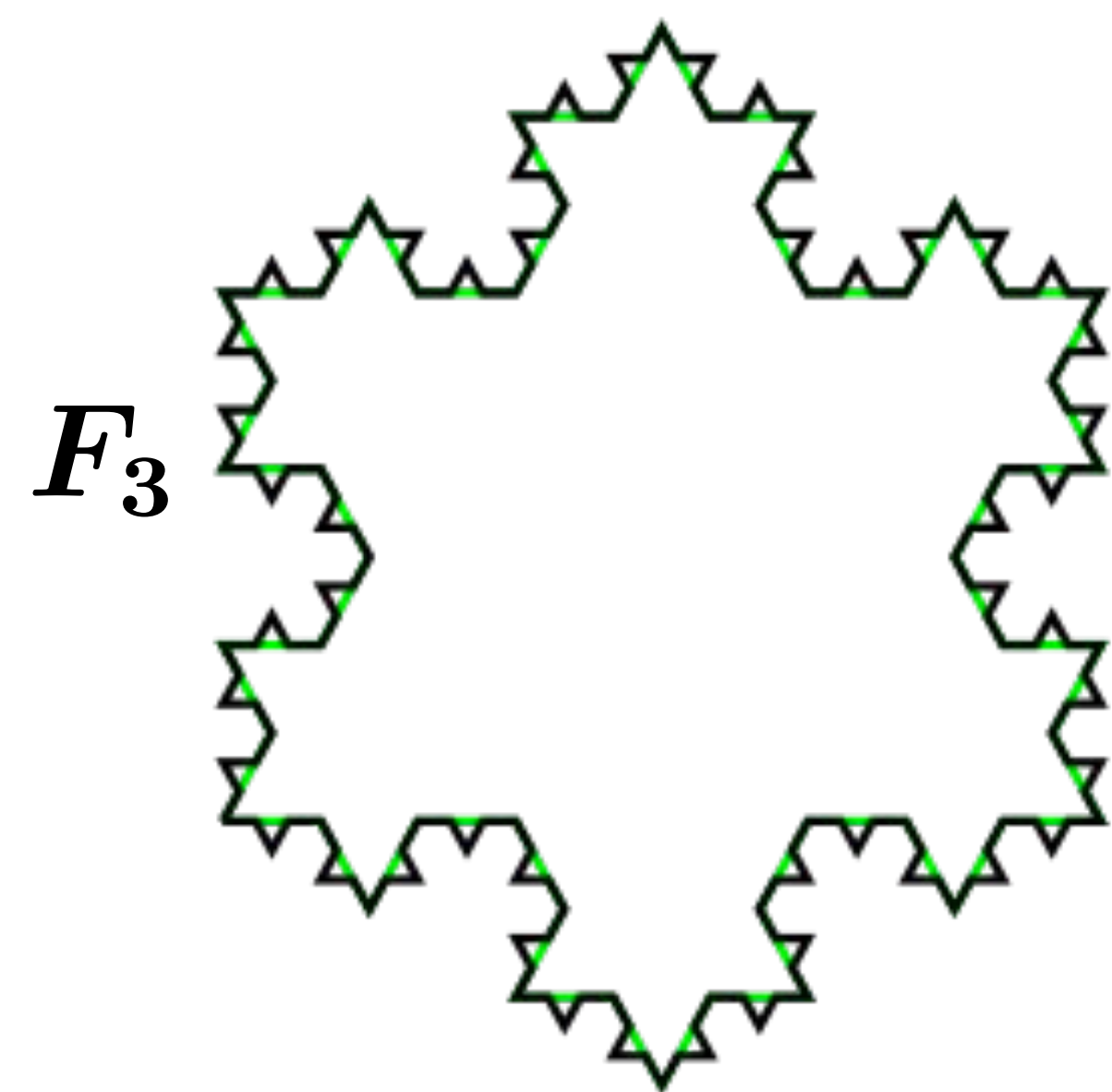
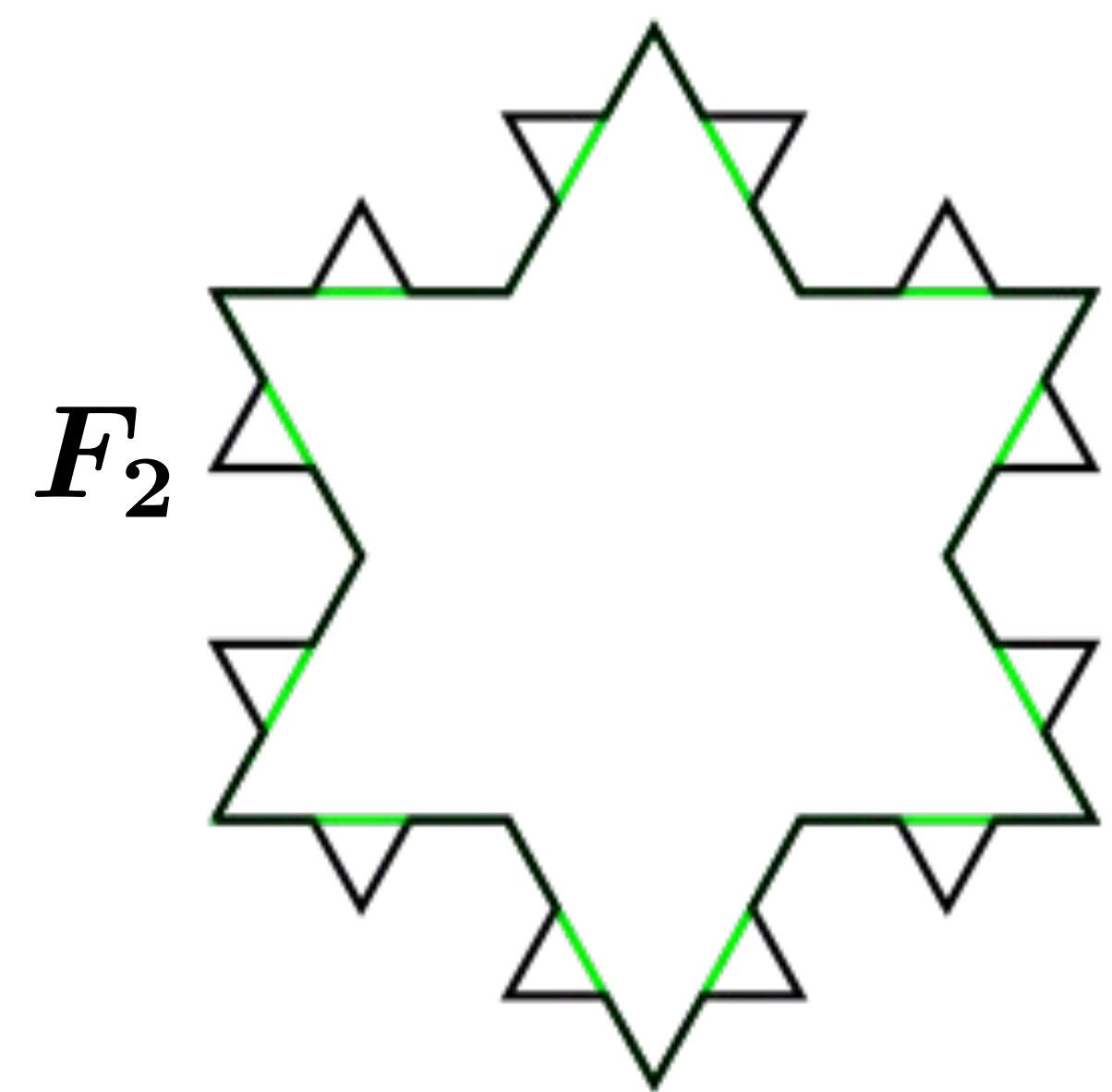


Il fiocco di Koch è il "limite" di queste "curve"...





Il fiocco di Koch è il "limite" di queste "curve"...



Perimetro del fiocco di Koch

Perimetro del fiocco di Koch

$p_n :=$ perimetro di F_n

Perimetro del fiocco di Koch

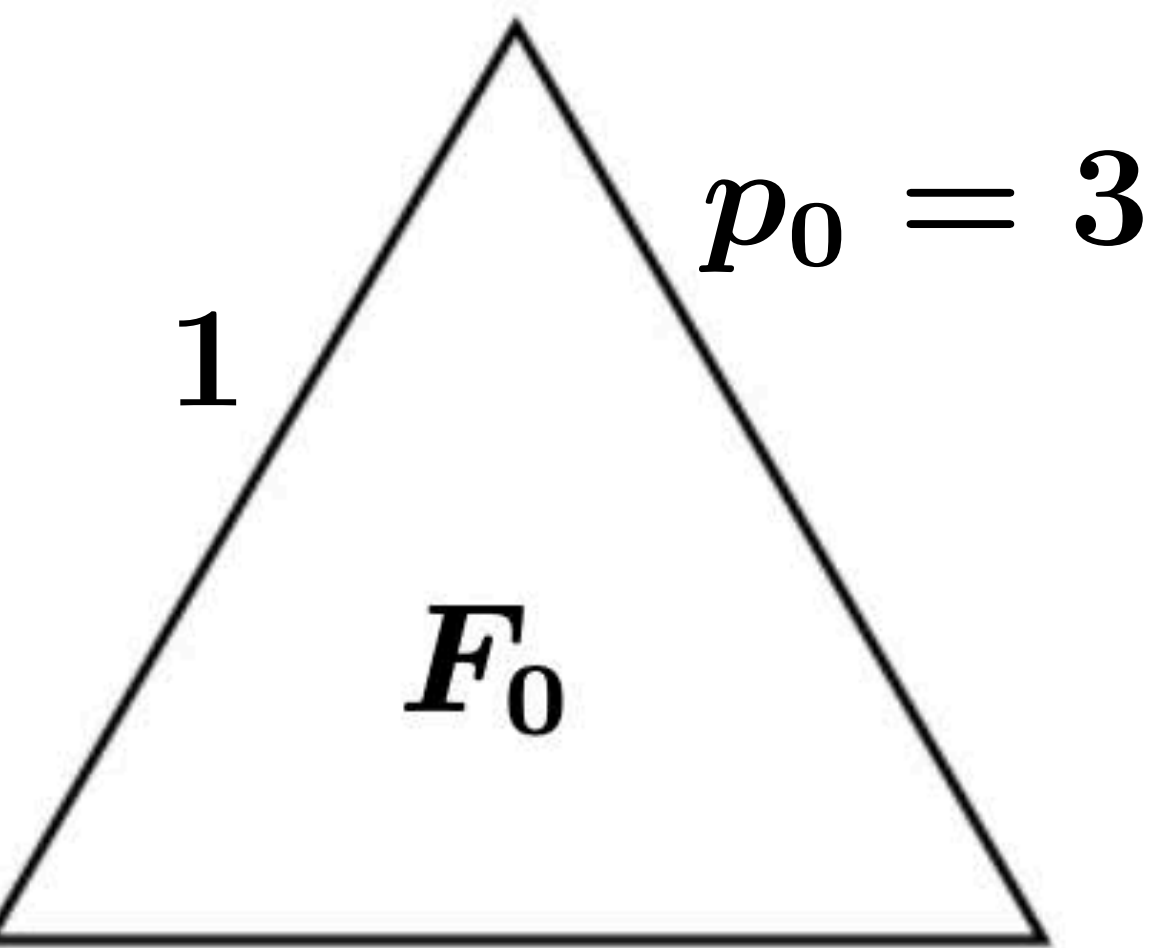
$p_n :=$ perimetro di F_n

Ricavare p_{n+1} in funzione di p_n

Perimetro del fiocco di Koch

$p_n :=$ perimetro di F_n

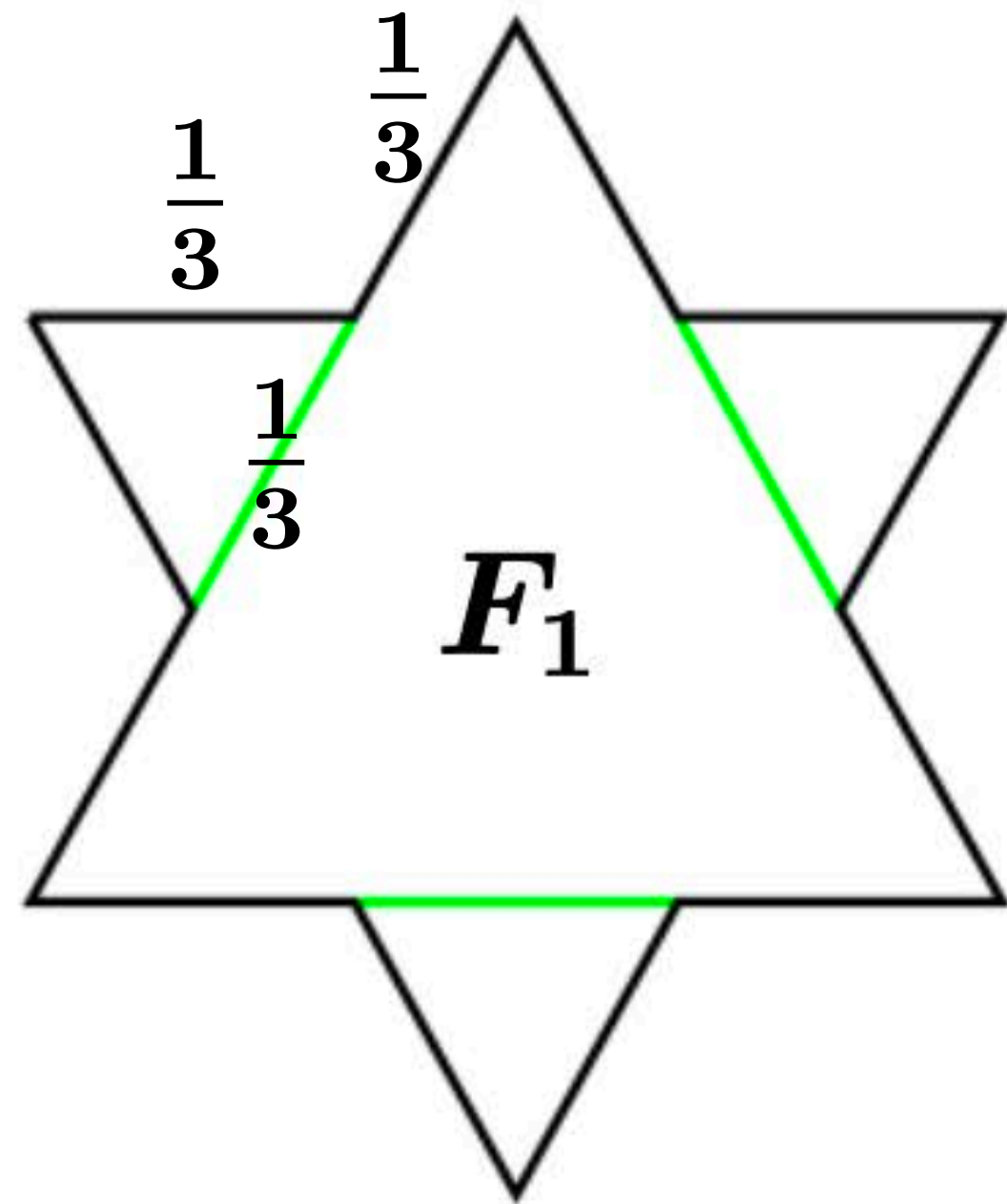
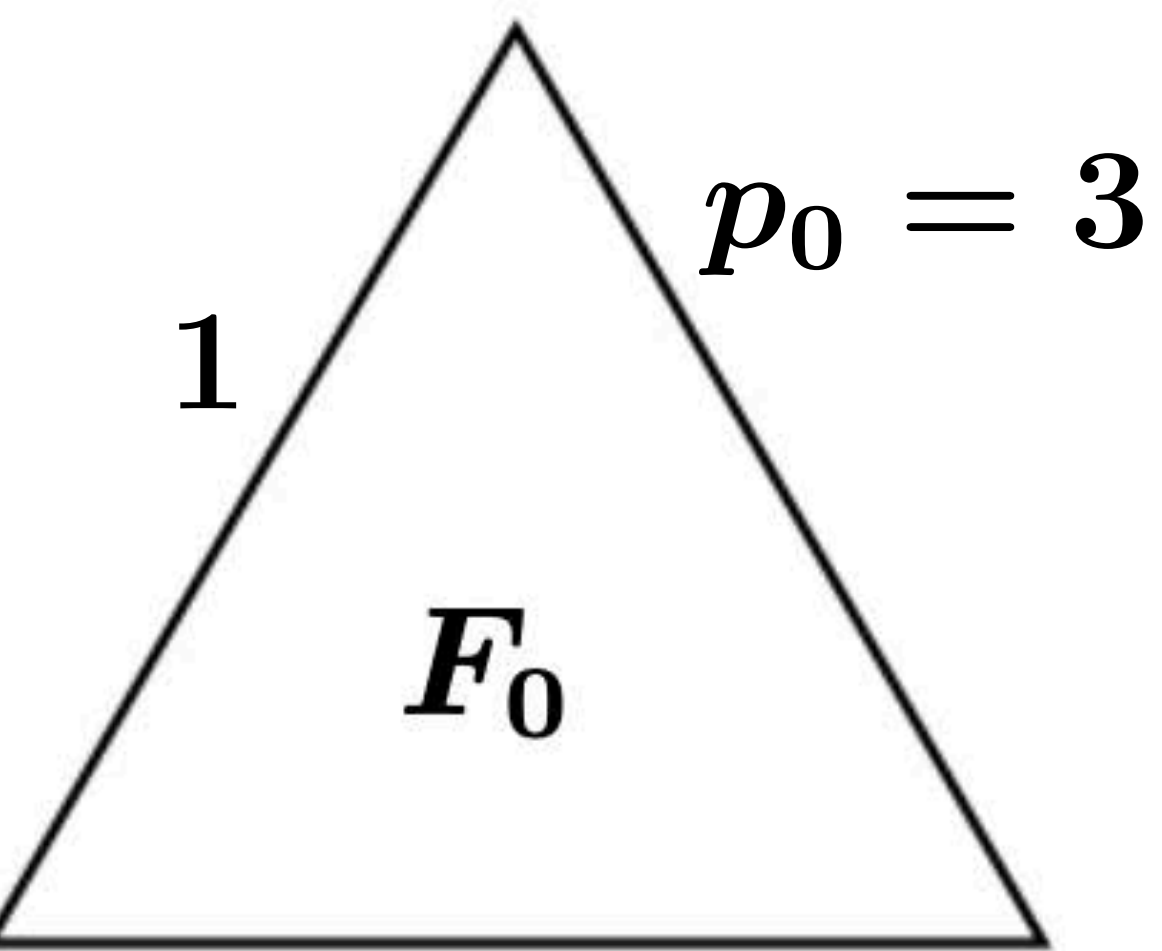
Ricavare p_{n+1} in funzione di p_n



Perimetro del fiocco di Koch

$p_n :=$ perimetro di F_n

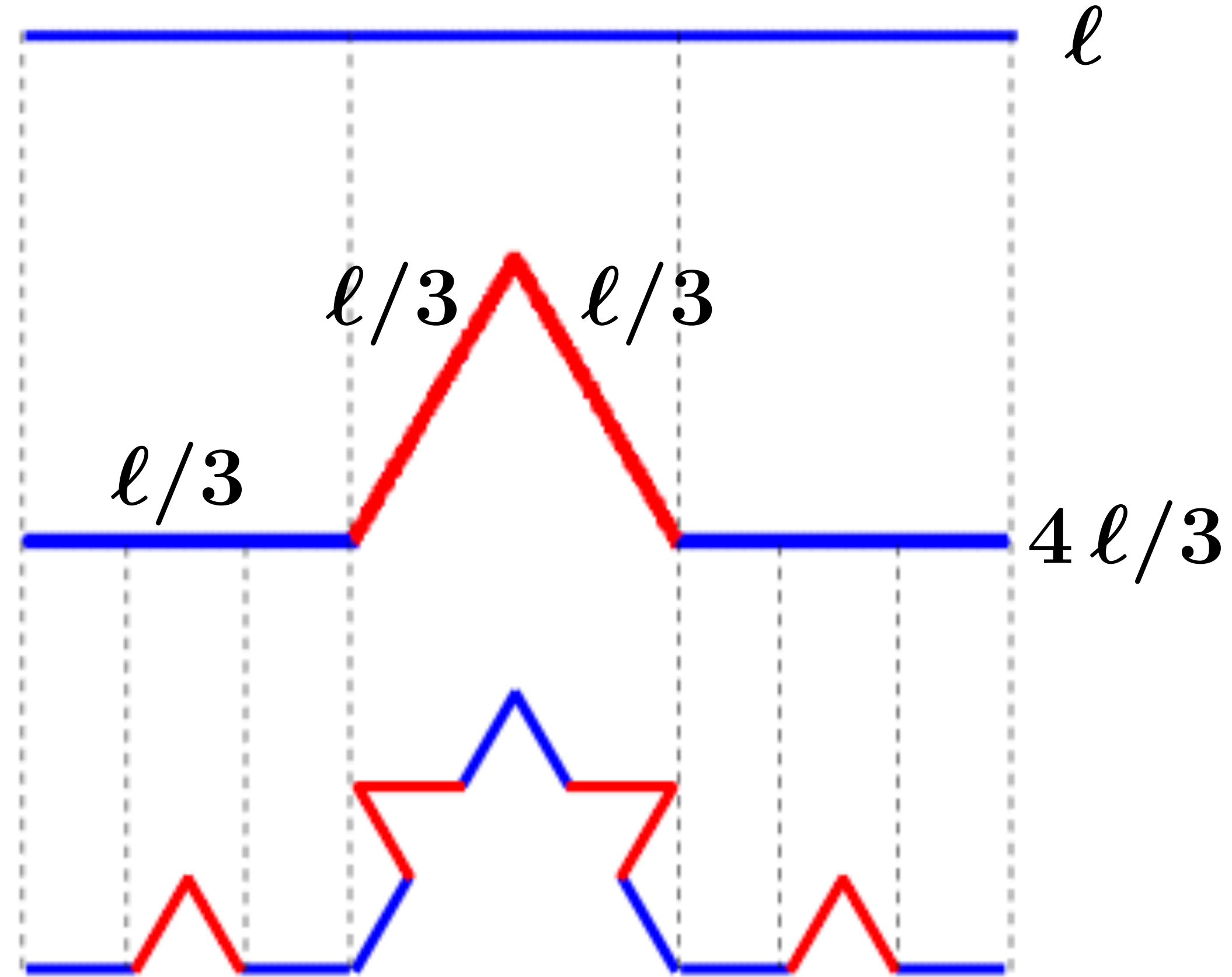
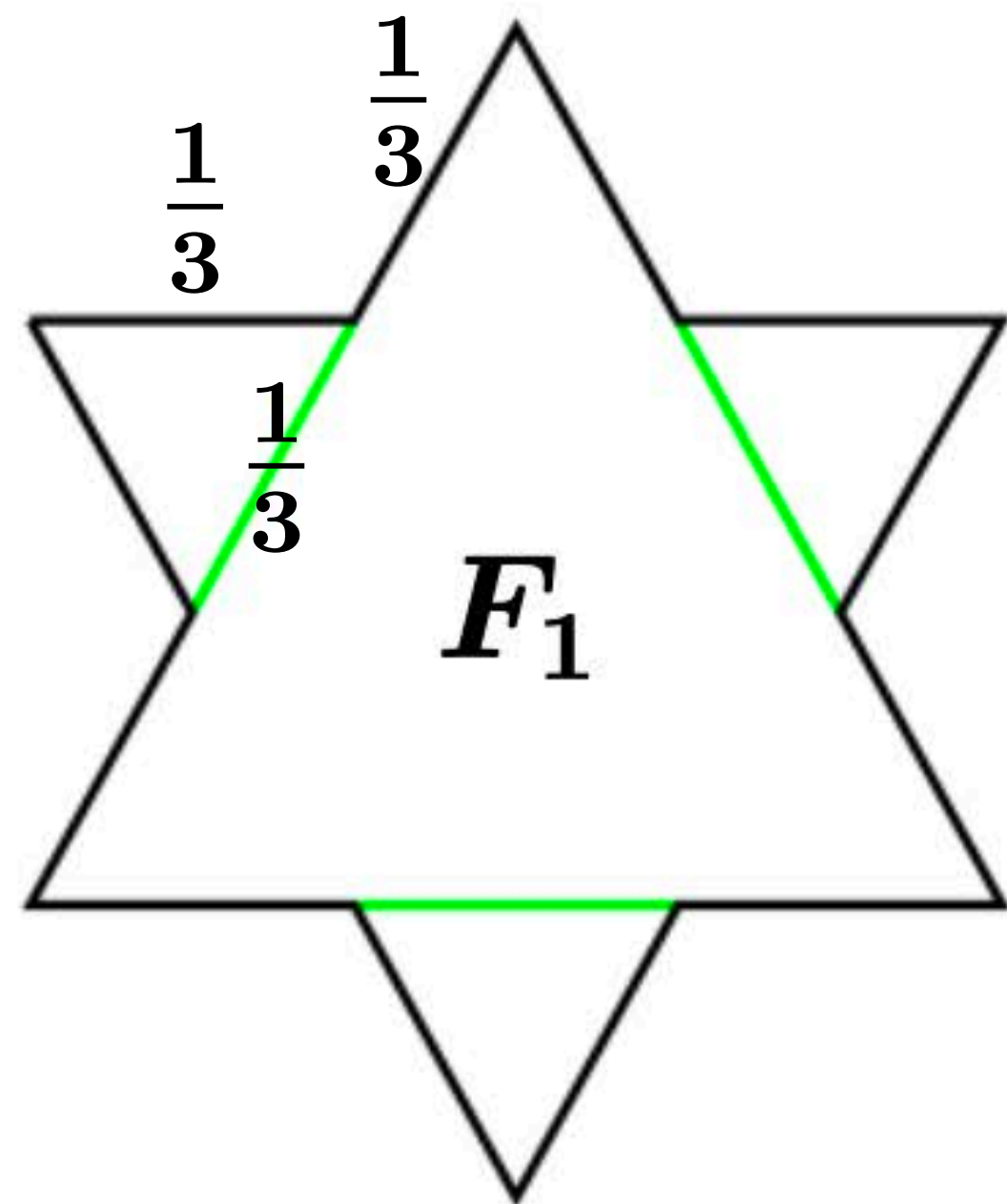
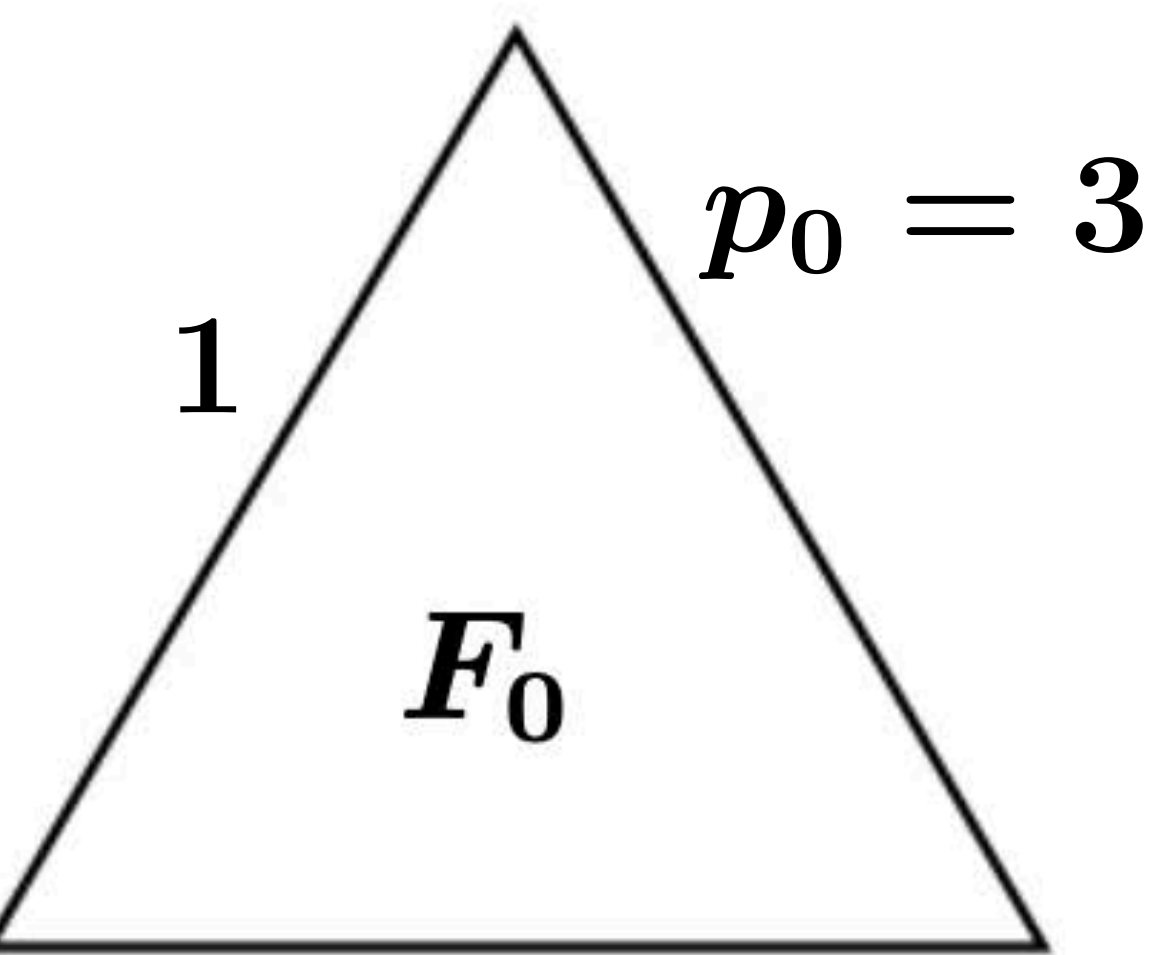
Ricavare p_{n+1} in funzione di p_n



Perimetro del fiocco di Koch

$p_n :=$ perimetro di F_n

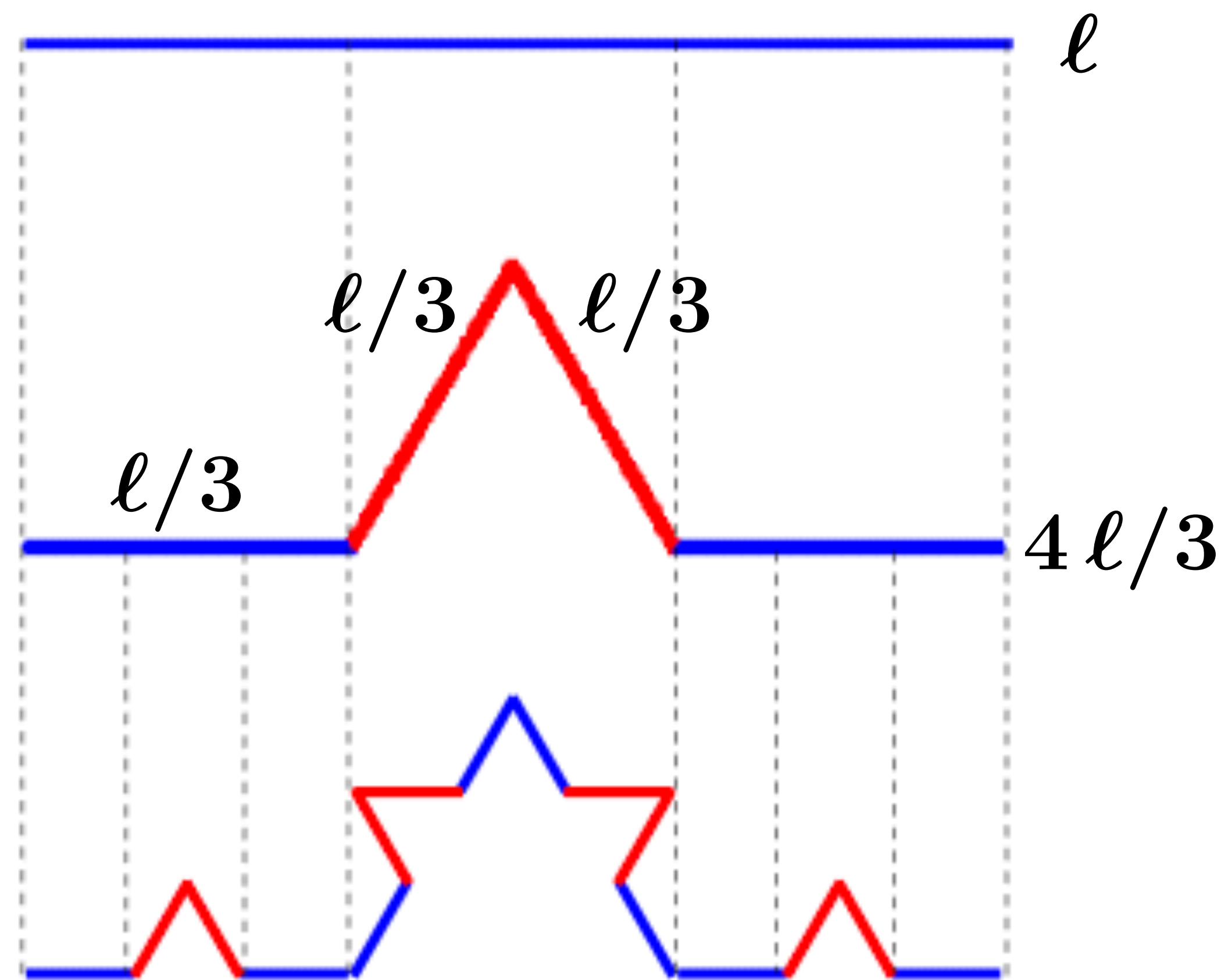
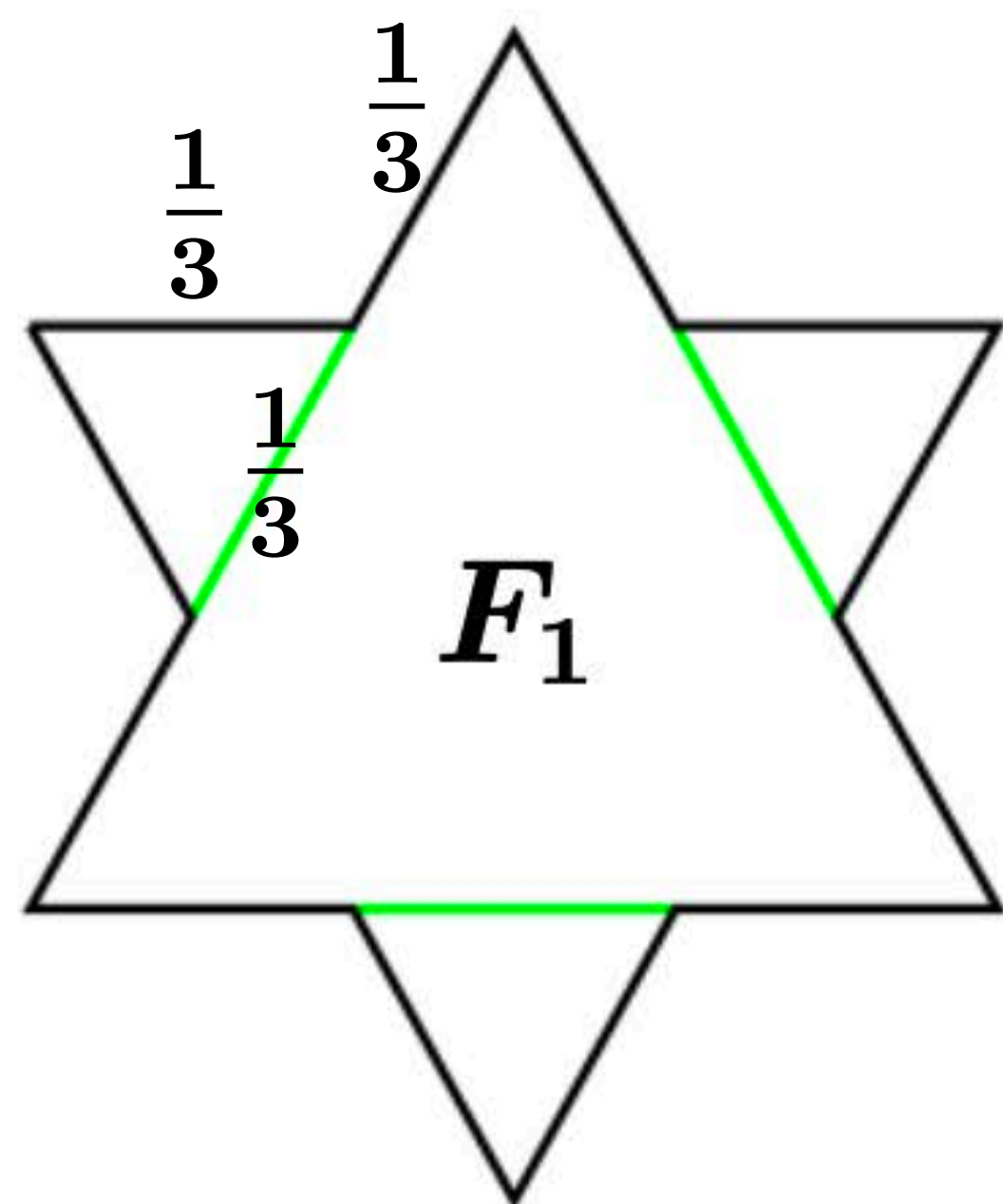
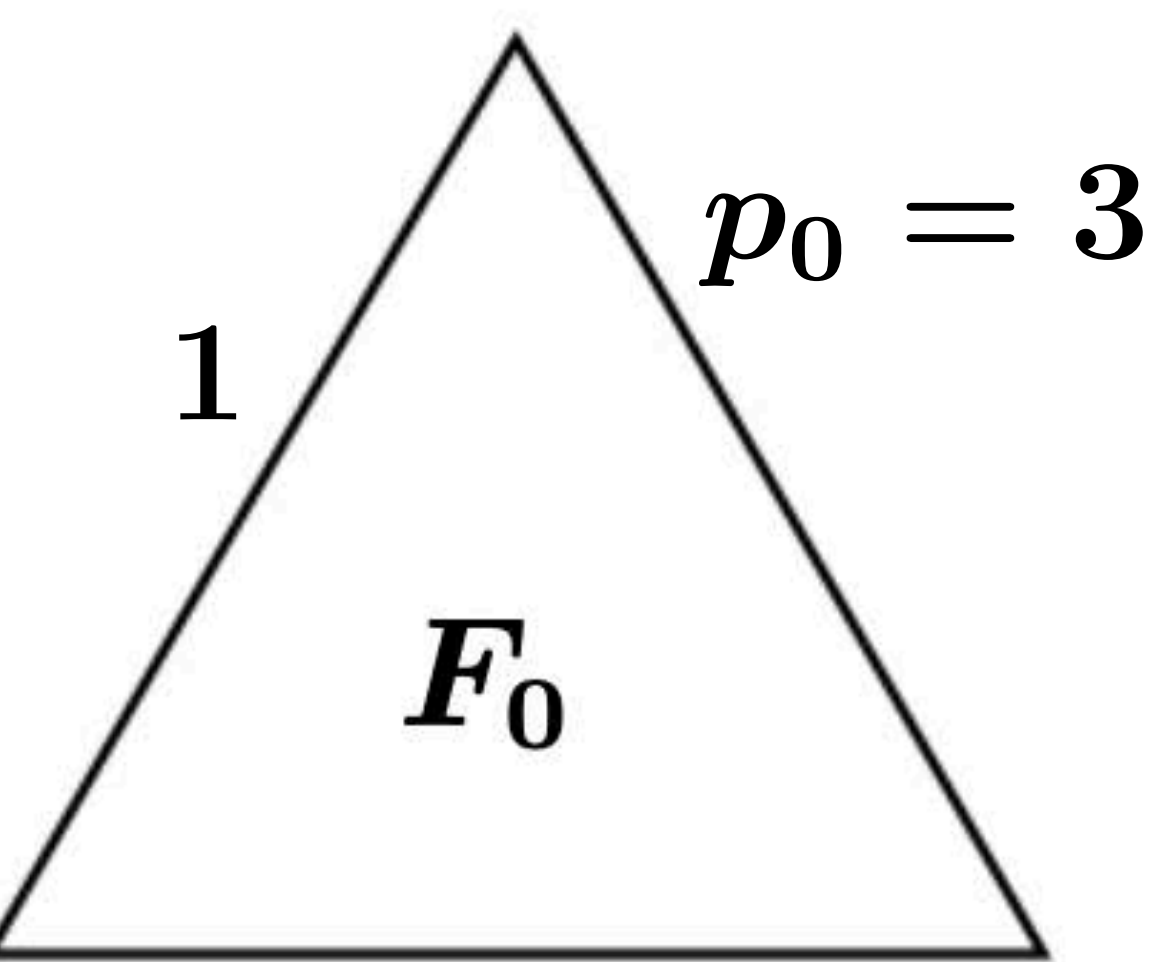
Ricavare p_{n+1} in funzione di p_n



Perimetro del fiocco di Koch

$p_n :=$ perimetro di F_n

Ricavare p_{n+1} in funzione di p_n

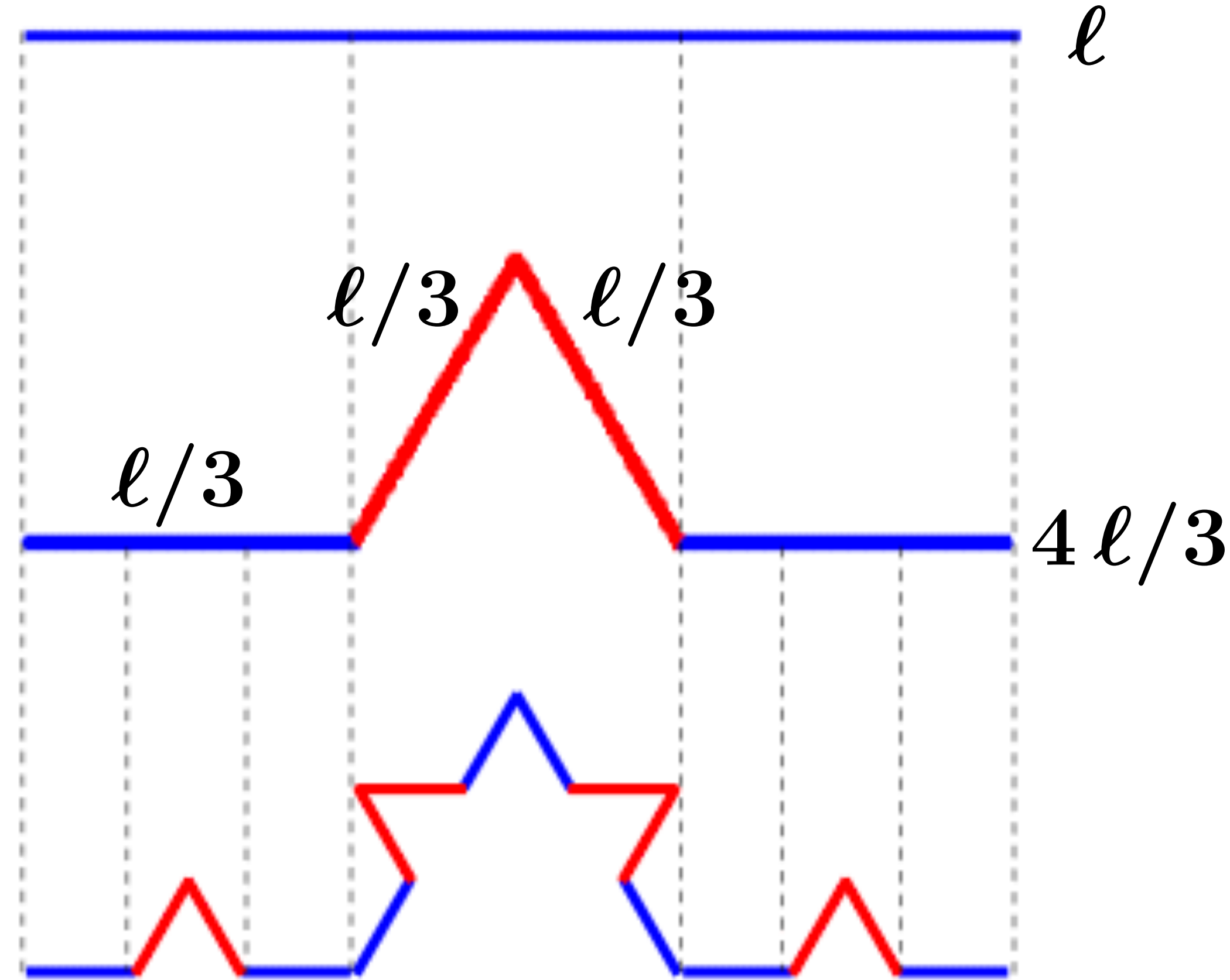
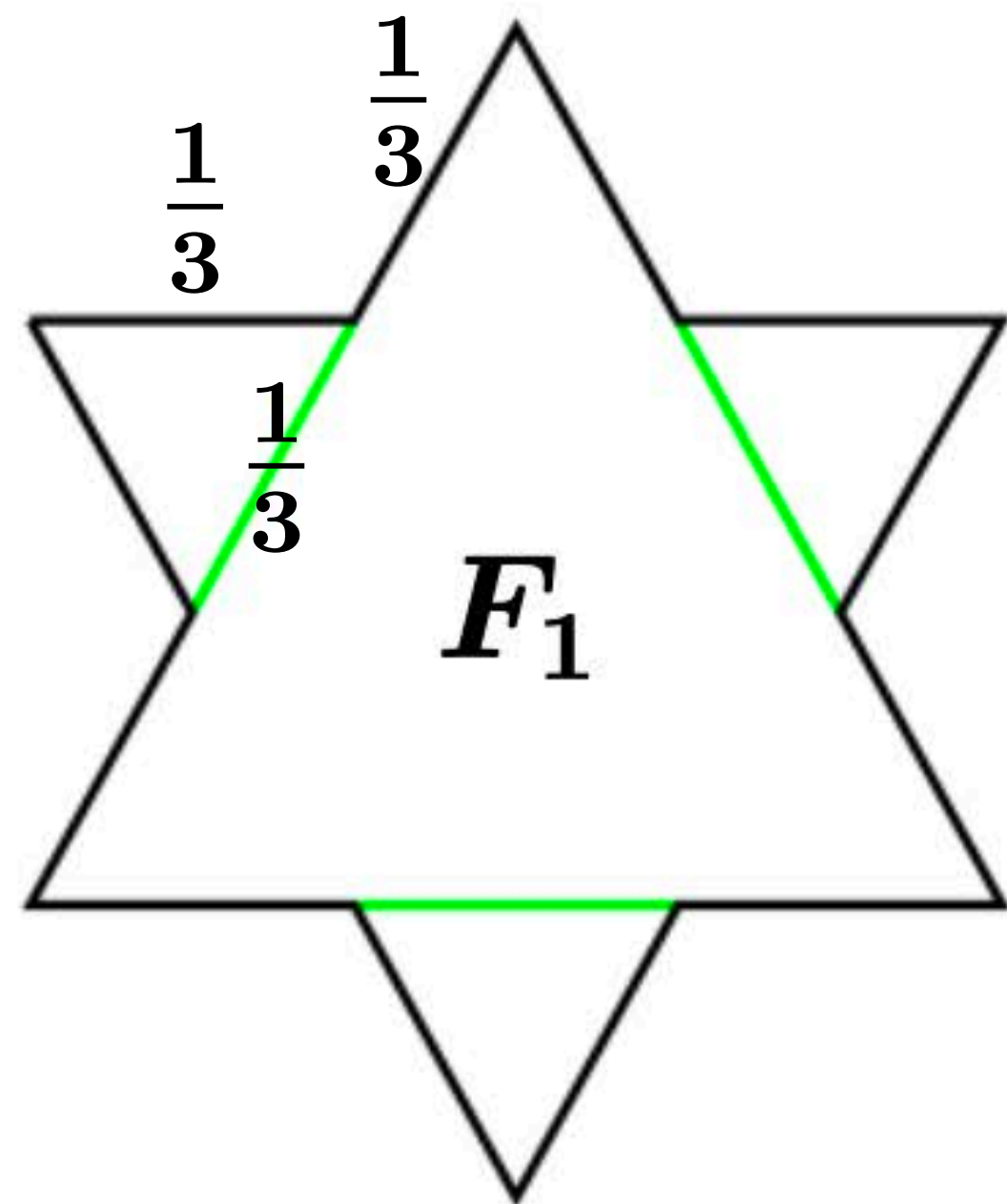
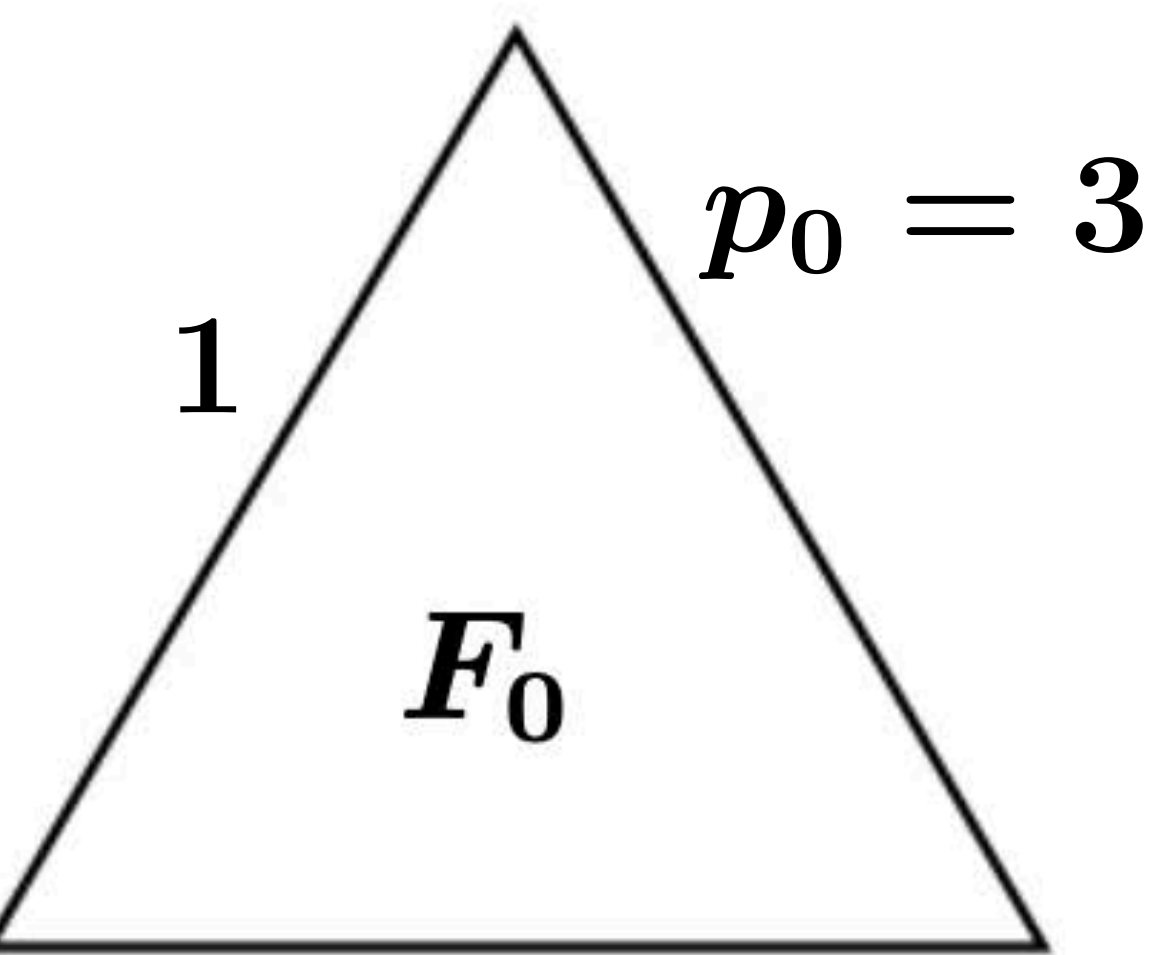


a) Ogni segmento del bordo di lunghezza ℓ di F_n viene diviso in 3 pezzi

Perimetro del fiocco di Koch

$p_n :=$ perimetro di F_n

Ricavare p_{n+1} in funzione di p_n

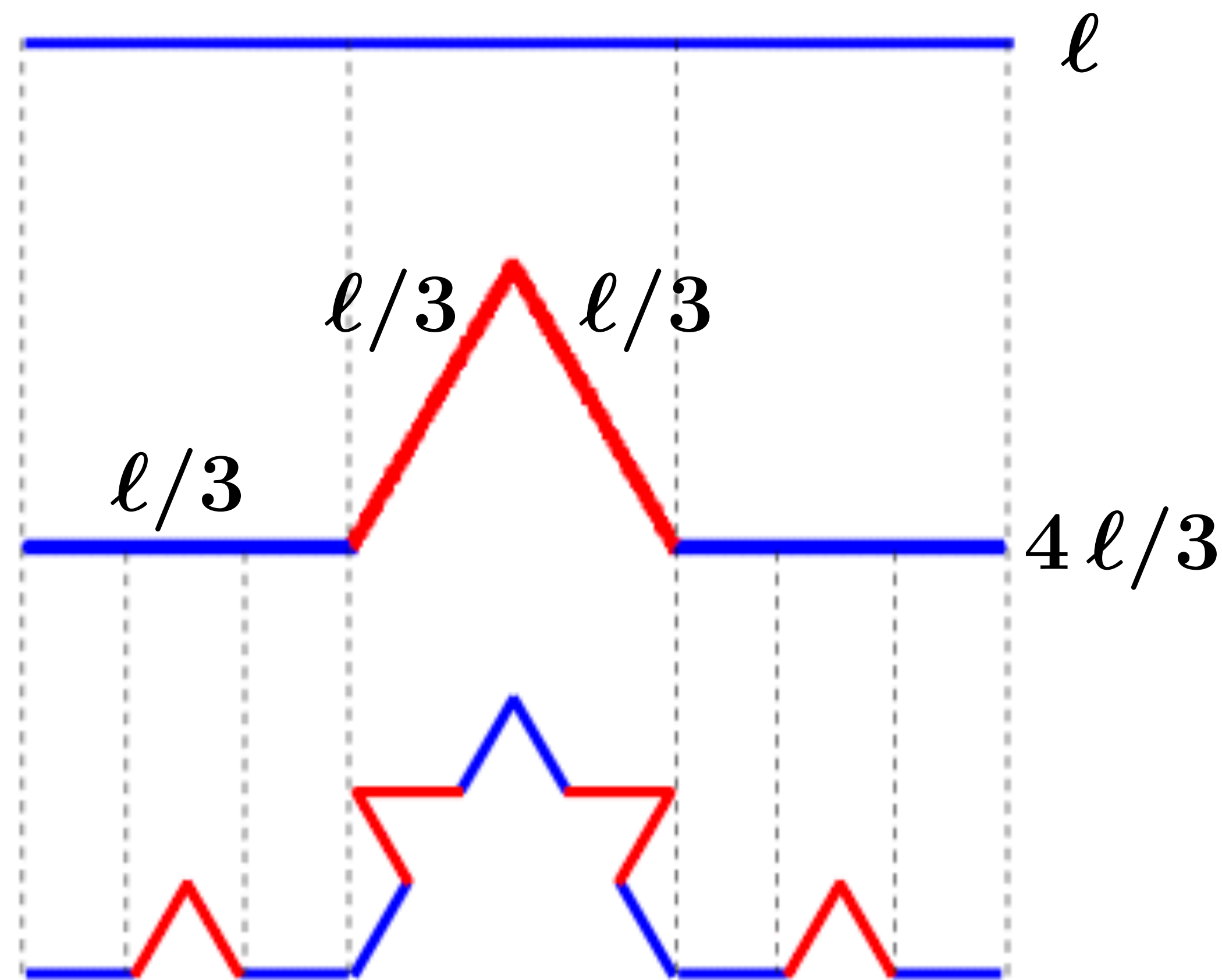
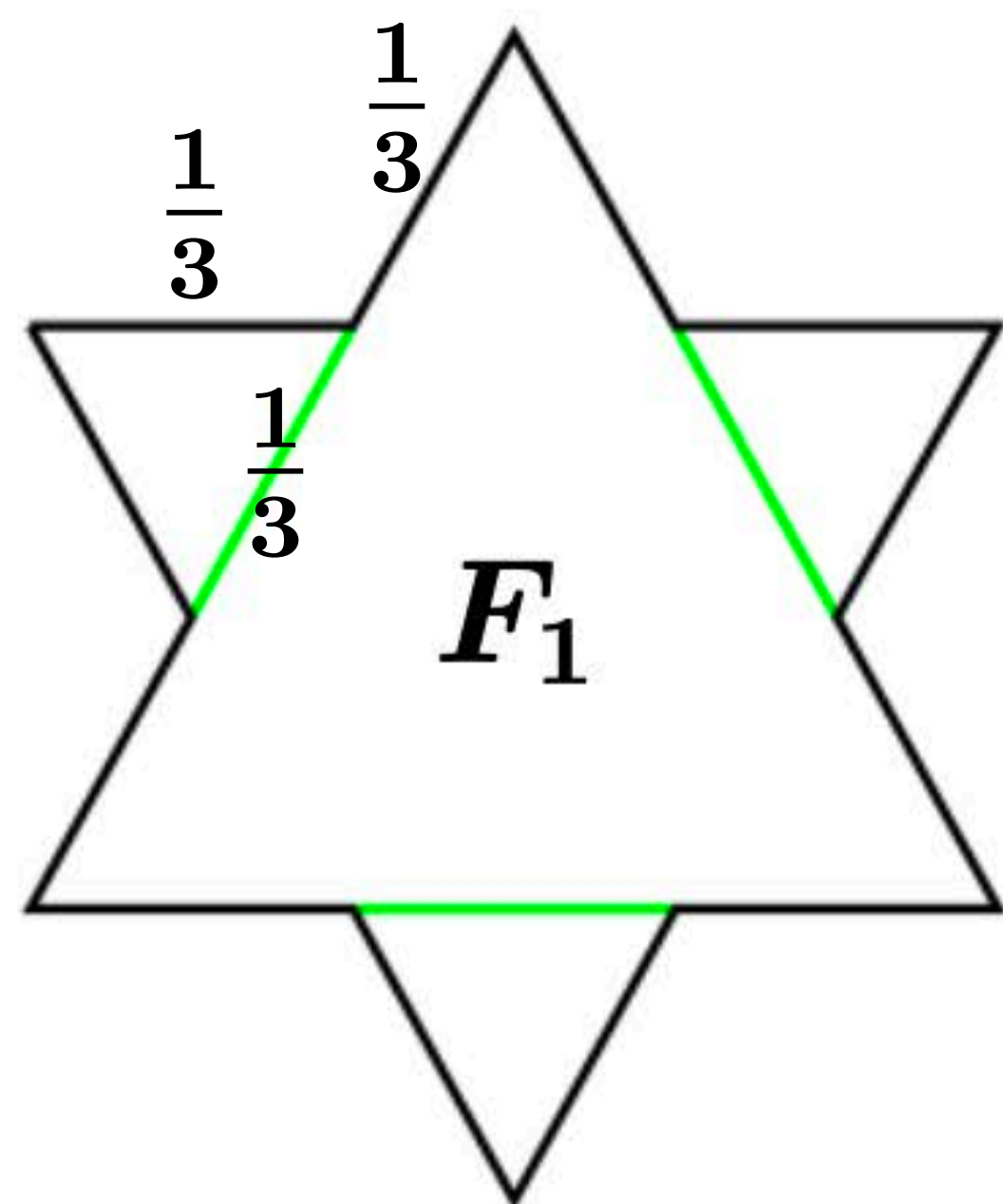
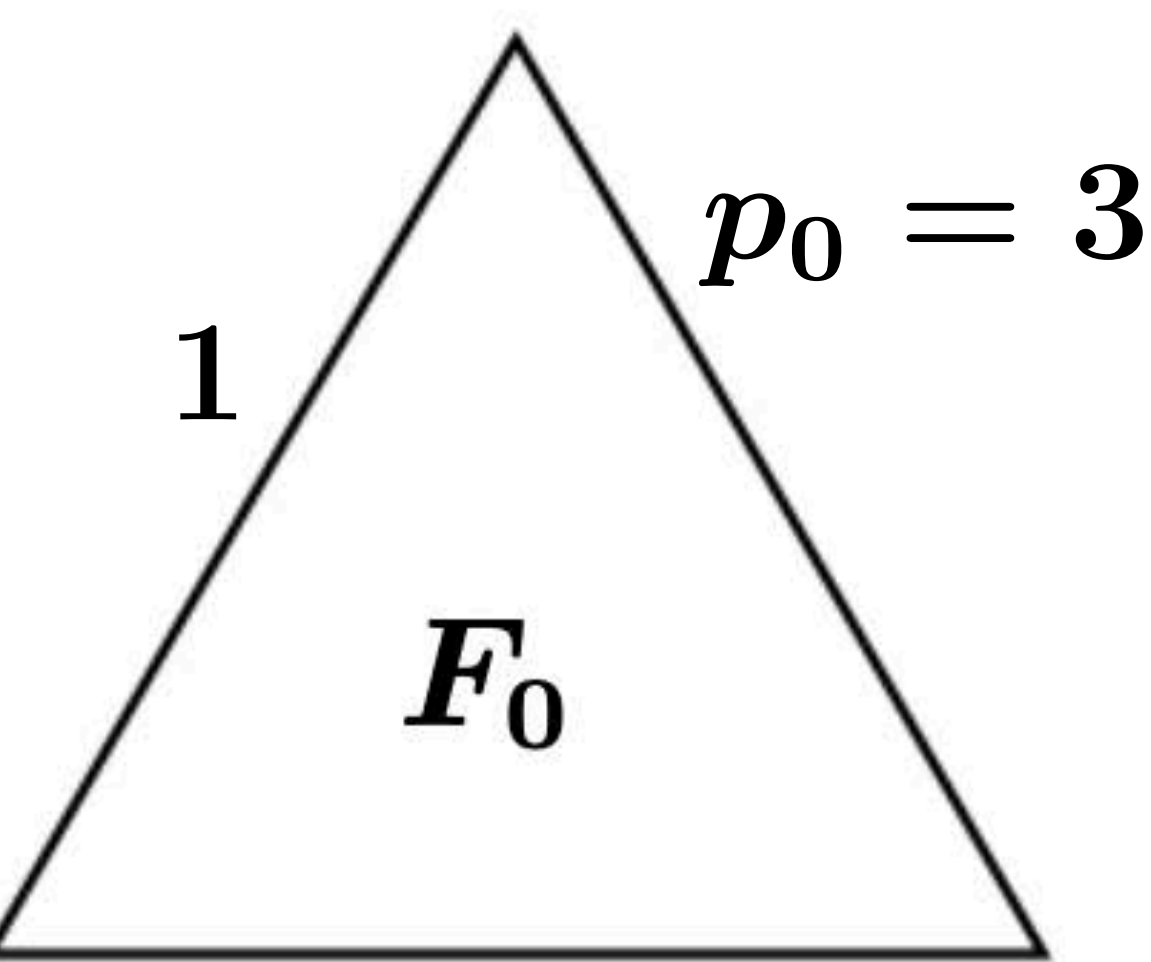


- Ogni segmento del bordo di lunghezza l di F_n viene diviso in 3 pezzi
- In corrispondenza di ogni lato di F_n di lunghezza l , F_{n+1} ha 4 lati di lunghezza $l/3$

Perimetro del fiocco di Koch

$p_n :=$ perimetro di F_n

Ricavare p_{n+1} in funzione di p_n



- Ogni segmento del bordo di lunghezza l di F_n viene diviso in 3 pezzi
- In corrispondenza di ogni lato di F_n di lunghezza l , F_{n+1} ha 4 lati di lunghezza $l/3$ $p_{n+1} = \frac{4}{3}p_n$

Perimetro del fiocco di Koch

$$\begin{cases} p_{n+1} = \frac{4}{3}p_n \\ p_0 = 3 \end{cases}$$

Perimetro del fiocco di Koch

$$\begin{cases} p_{n+1} = \frac{4}{3}p_n \\ p_0 = 3 \end{cases}$$

$$p_1 = \frac{4}{3}3$$

Perimetro del fiocco di Koch

$$\begin{cases} p_{n+1} = \frac{4}{3}p_n \\ p_0 = 3 \end{cases}$$

$$p_1 = \frac{4}{3}3$$

$$p_2 = \frac{4}{3}p_1 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 3$$

Perimetro del fiocco di Koch

$$\begin{cases} p_{n+1} = \frac{4}{3}p_n \\ p_0 = 3 \end{cases}$$

$$p_1 = \frac{4}{3}3$$

$$p_2 = \frac{4}{3}p_1 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 3$$

$$p_3 = \frac{4}{3}p_2 = \left(\frac{4}{3}\right)^3 3$$

Perimetro del fiocco di Koch

$$\begin{cases} p_{n+1} = \frac{4}{3}p_n \\ p_0 = 3 \end{cases}$$

$$p_1 = \frac{4}{3}3$$

$$p_2 = \frac{4}{3}p_1 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 3$$

$$p_3 = \frac{4}{3}p_2 = \left(\frac{4}{3}\right)^3 3$$

.....

$$p_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n 3$$

Perimetro del fiocco di Koch

$$\begin{cases} p_{n+1} = \frac{4}{3}p_n \\ p_0 = 3 \end{cases}$$

$$p_1 = \frac{4}{3}3$$

$$p_2 = \frac{4}{3}p_1 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 3$$

$$p_3 = \frac{4}{3}p_2 = \left(\frac{4}{3}\right)^3 3$$

.....

$$p_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n 3 \longrightarrow +\infty \text{ per } n \rightarrow +\infty$$

Perimetro del fiocco di Koch

$$\begin{cases} p_{n+1} = \frac{4}{3}p_n \\ p_0 = 3 \end{cases}$$

$$p_1 = \frac{4}{3}3$$

$$p_2 = \frac{4}{3}p_1 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 3$$

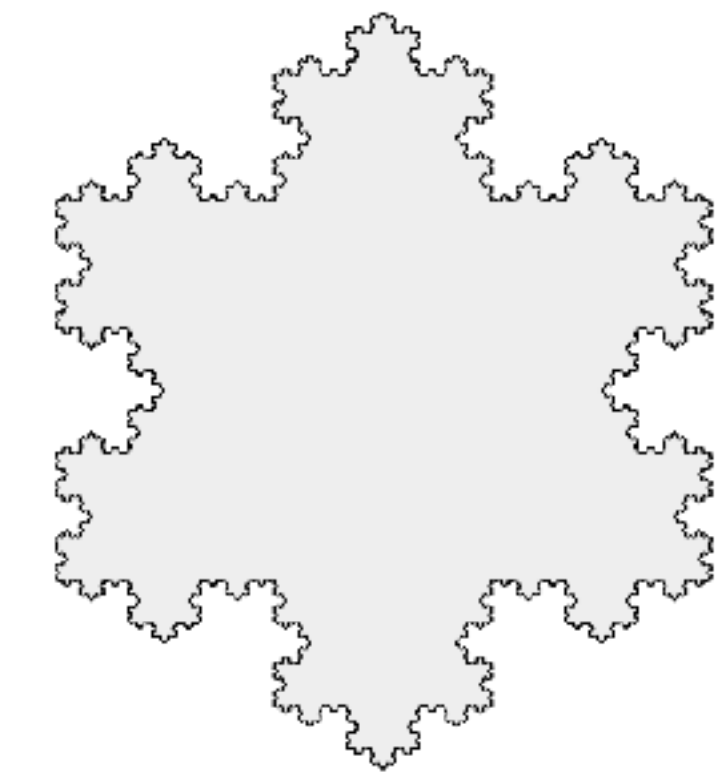
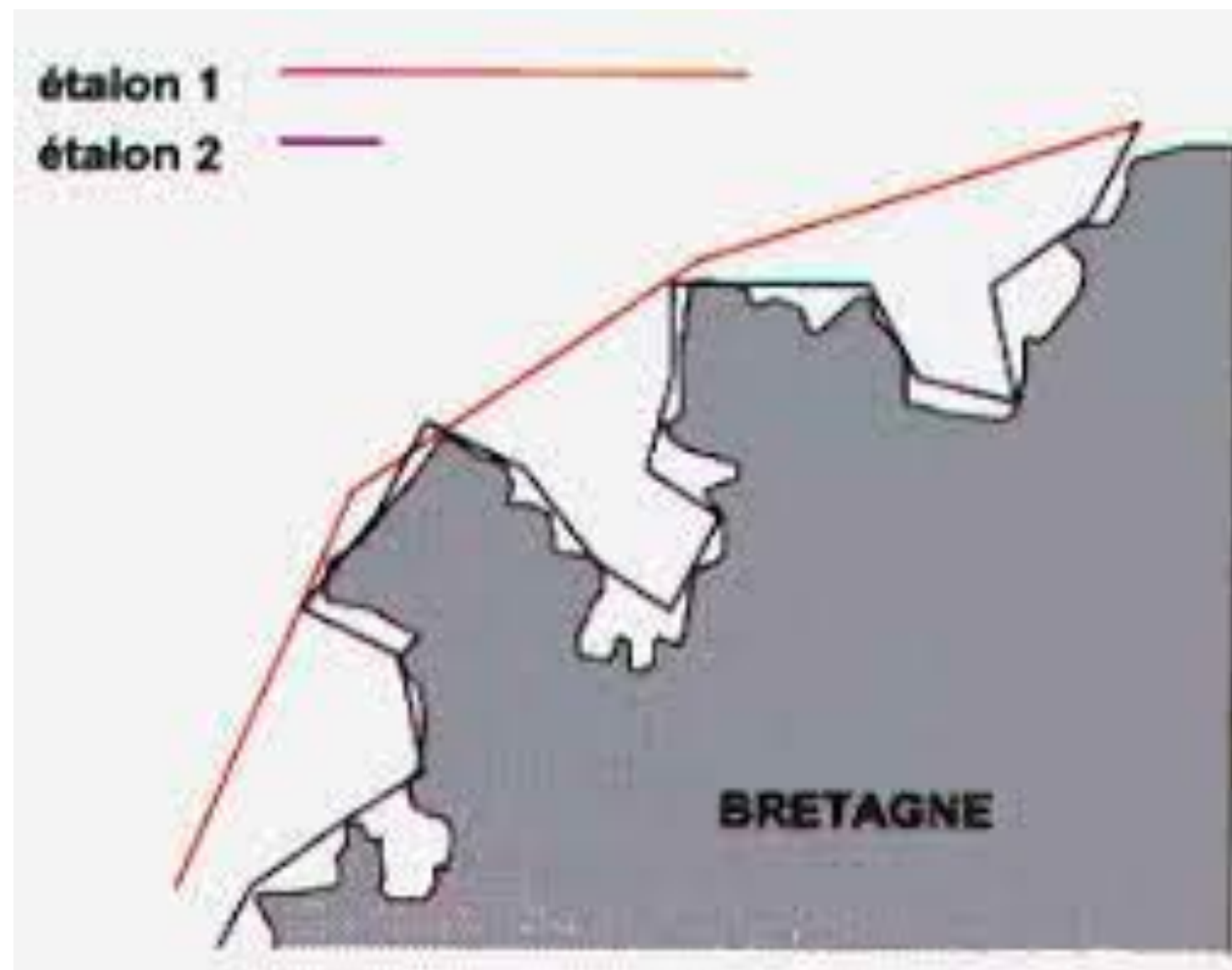
$$p_3 = \frac{4}{3}p_2 = \left(\frac{4}{3}\right)^3 3$$

.....

$$p_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n 3 \longrightarrow +\infty \text{ per } n \rightarrow +\infty$$

Il perimetro **1-dimensionale** della curva di Koch è infinito

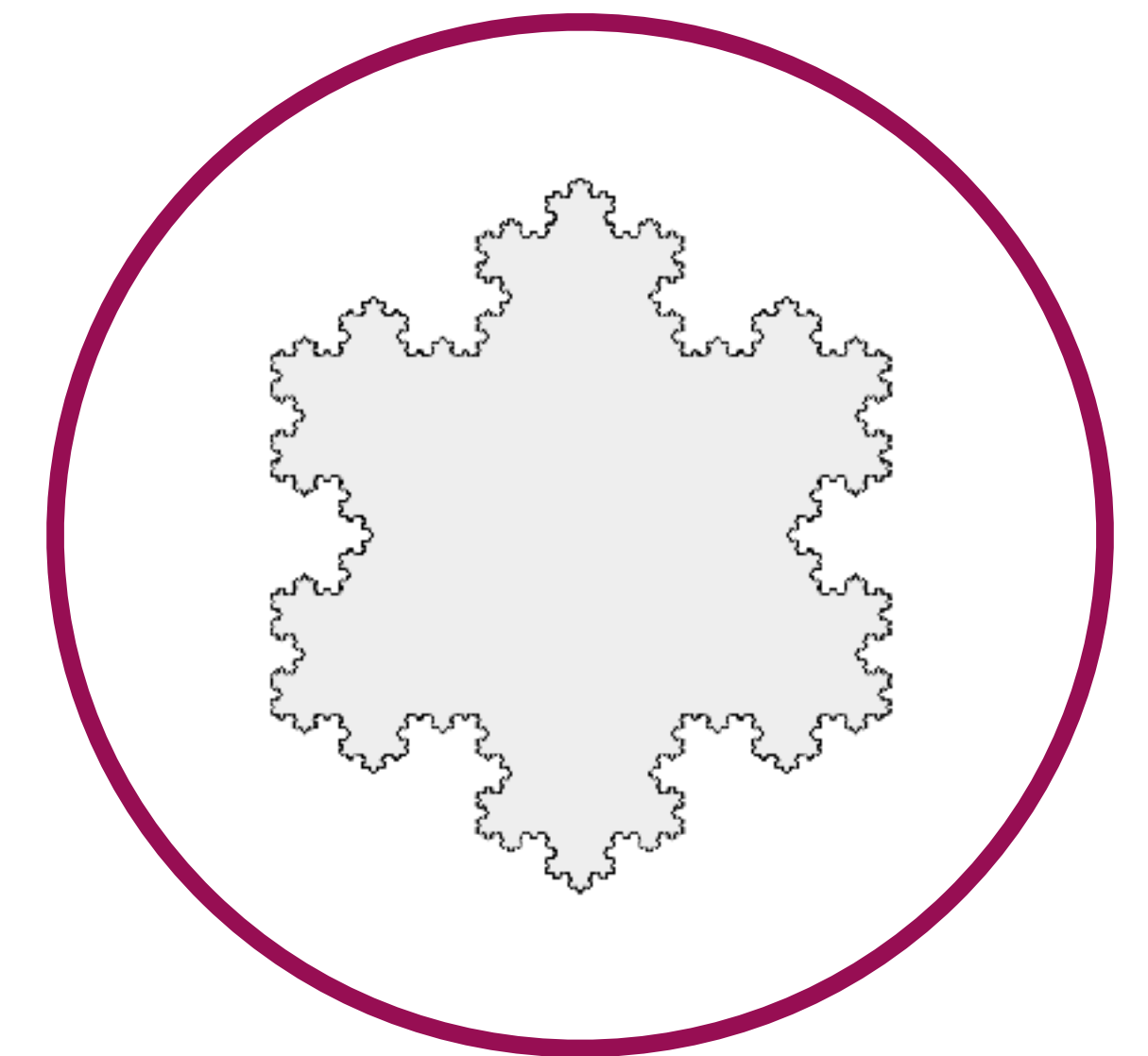
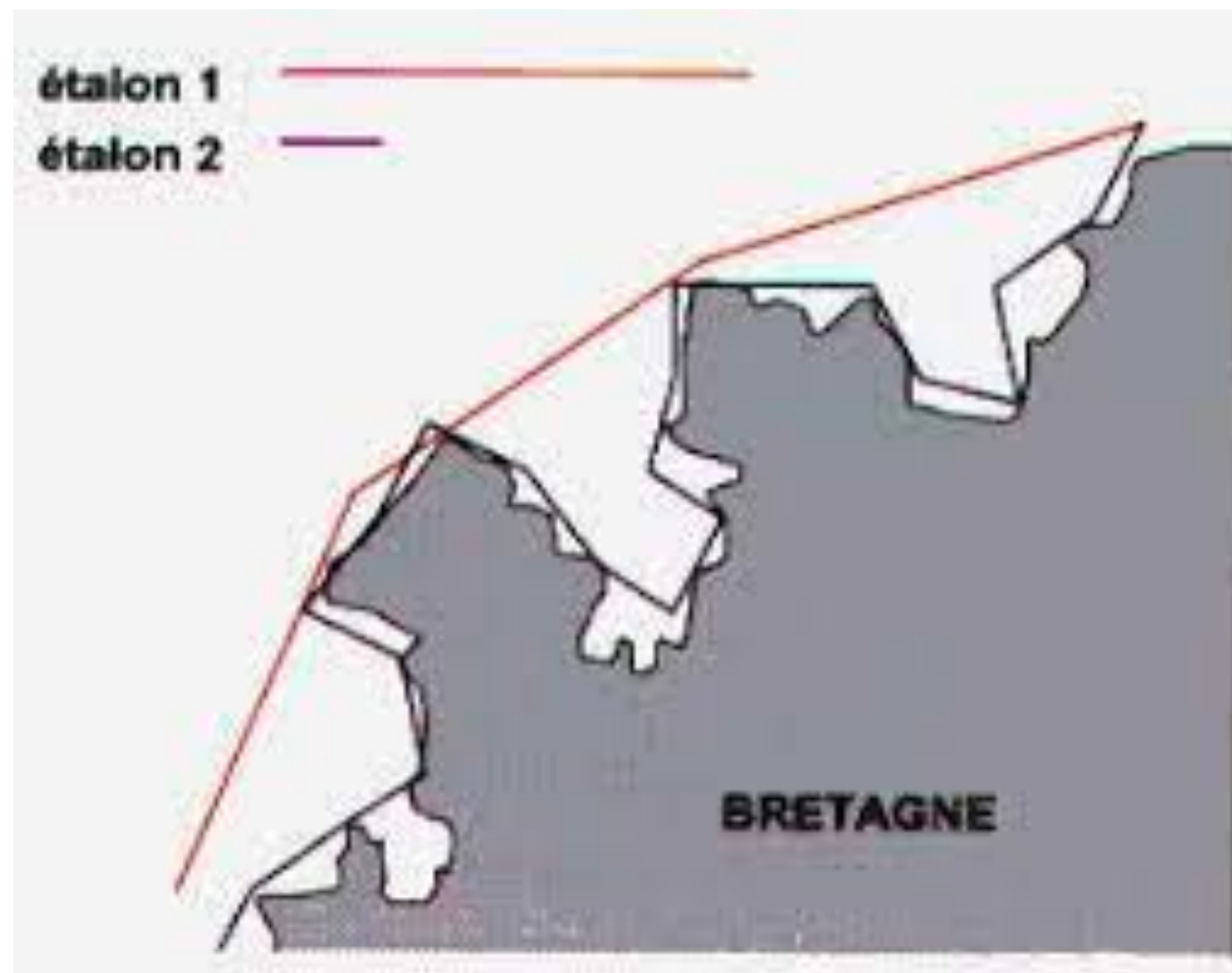
Quant'è lunga la costa della Bretagne? Lunghezza infinita?



Quant'è lunga la costa della Bretagne? Lunghezza infinita?



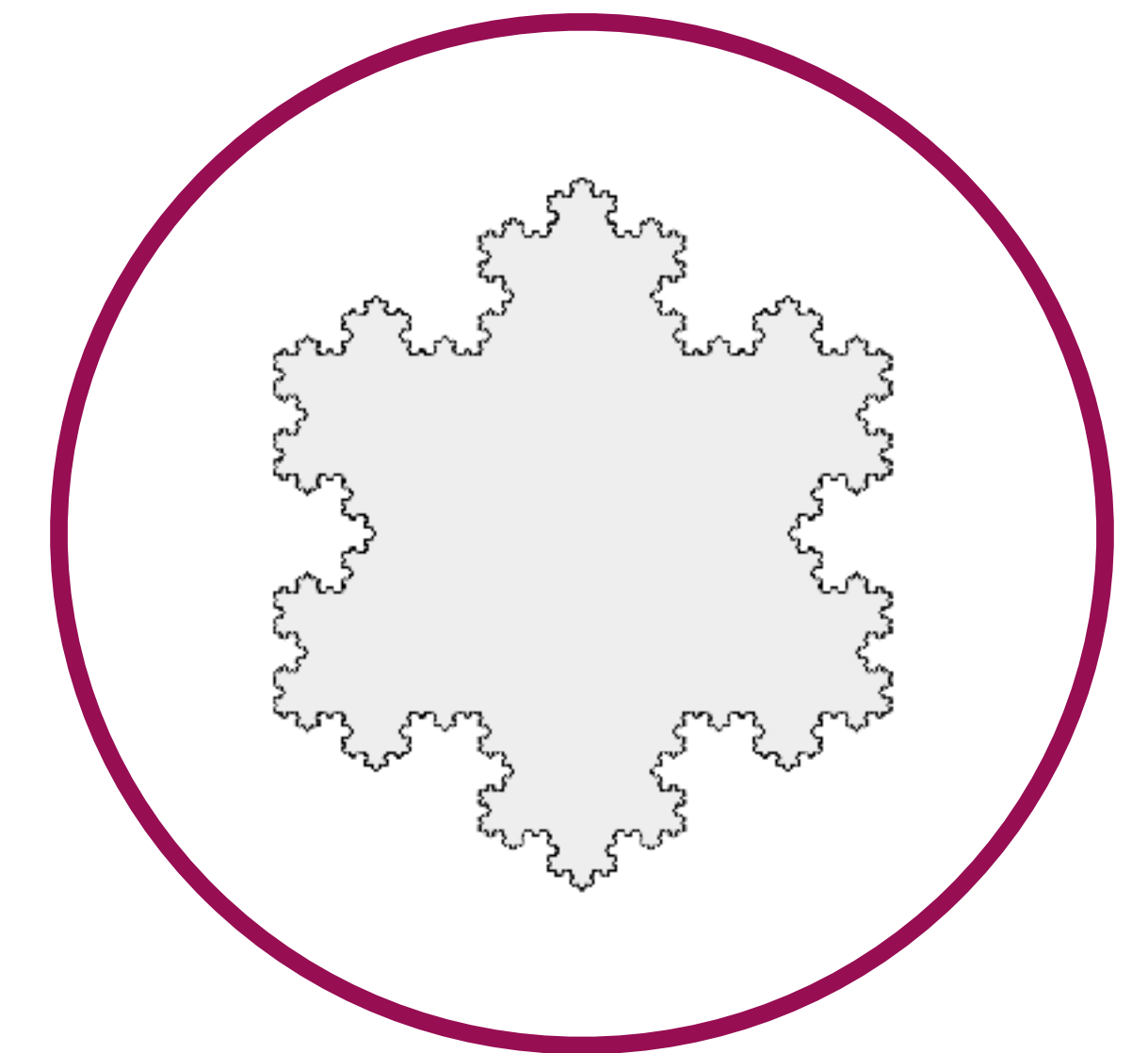
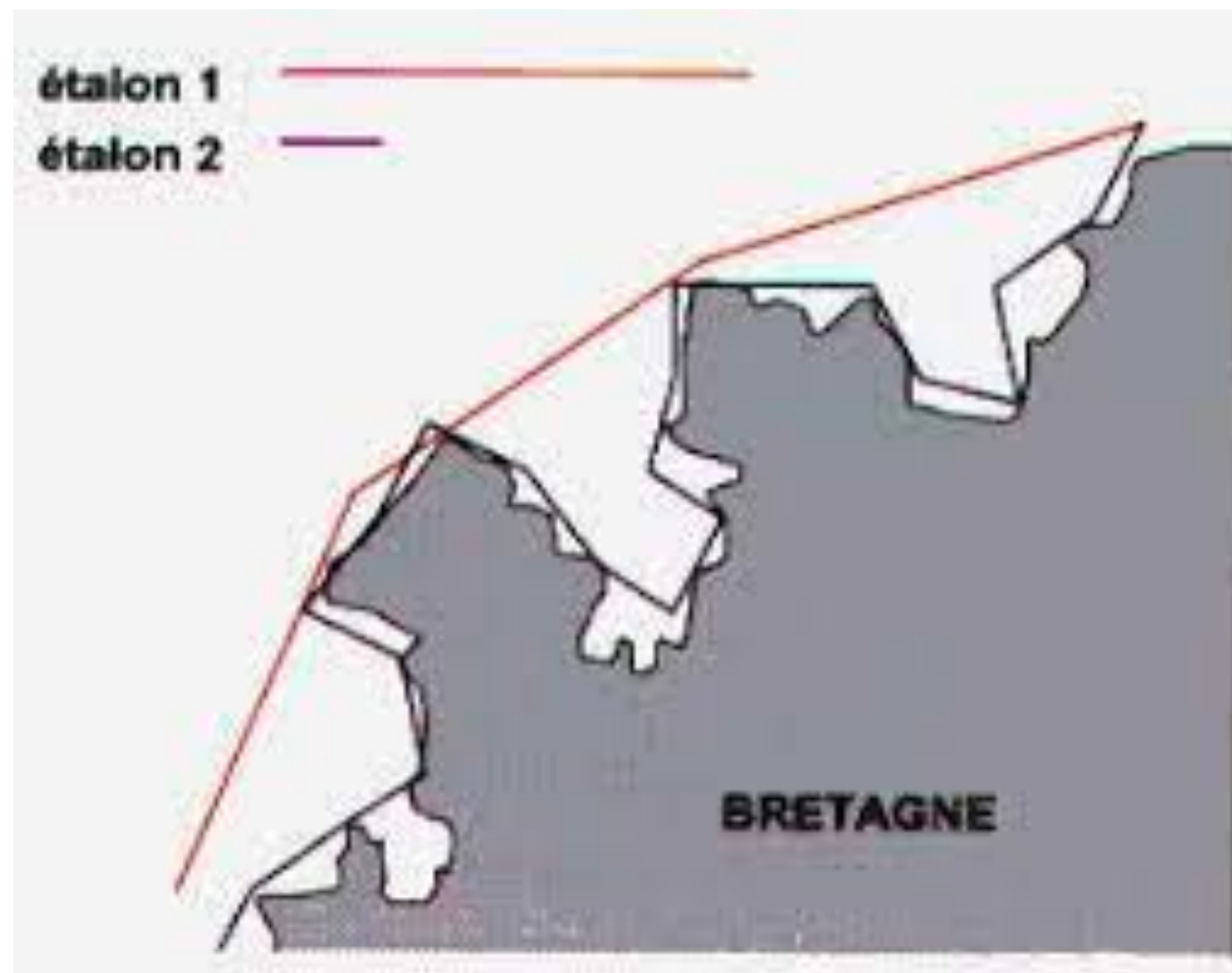
Come la Bretagne, il dominio racchiuso dalla curva di Koch ha area finita: infatti essa è racchiusa da un disco!



Quant'è lunga la costa della Bretagne? Lunghezza infinita?

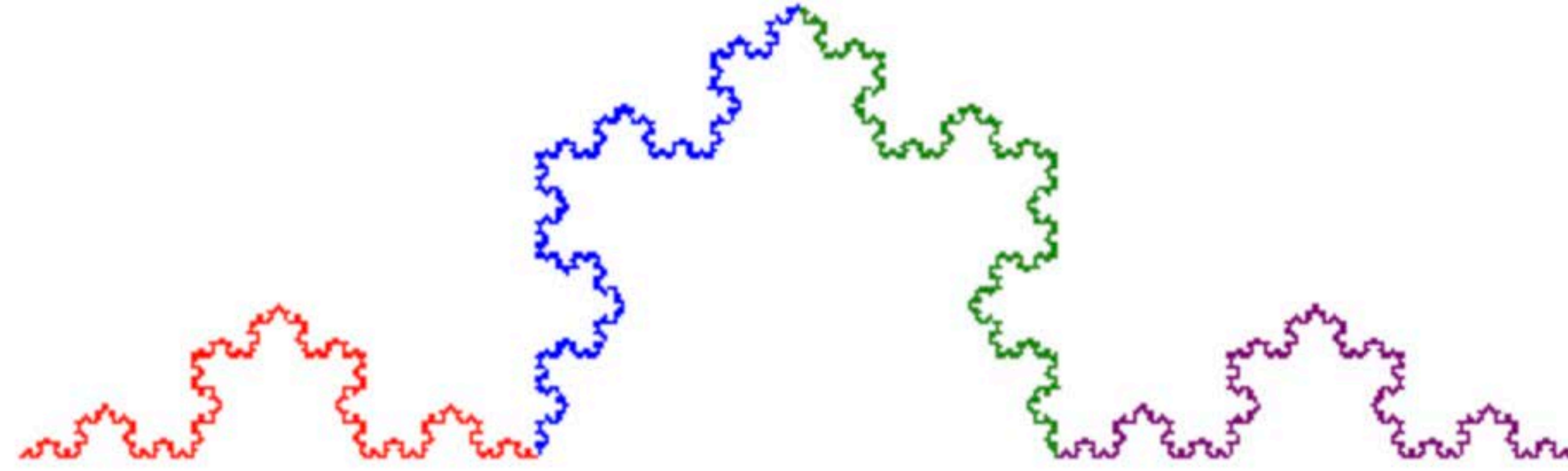


Come la Bretagne, il dominio racchiuso dalla curva di Koch ha area finita: infatti essa è racchiusa da un disco!

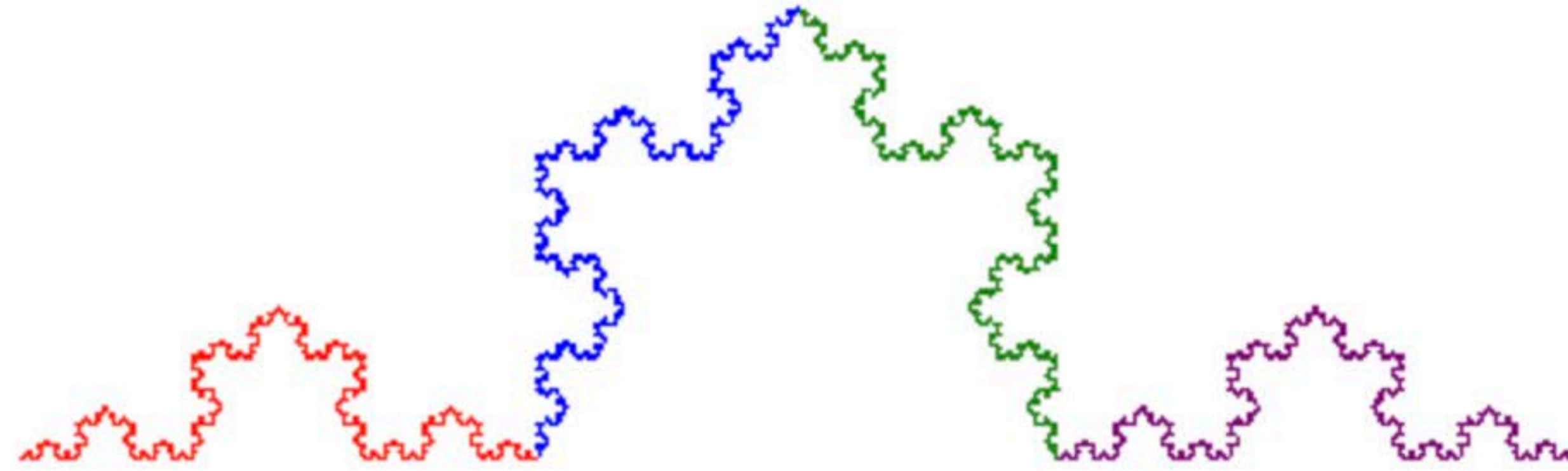


L'area della curva di Koch vale 0

Dimensione del fiocco di Koch ?

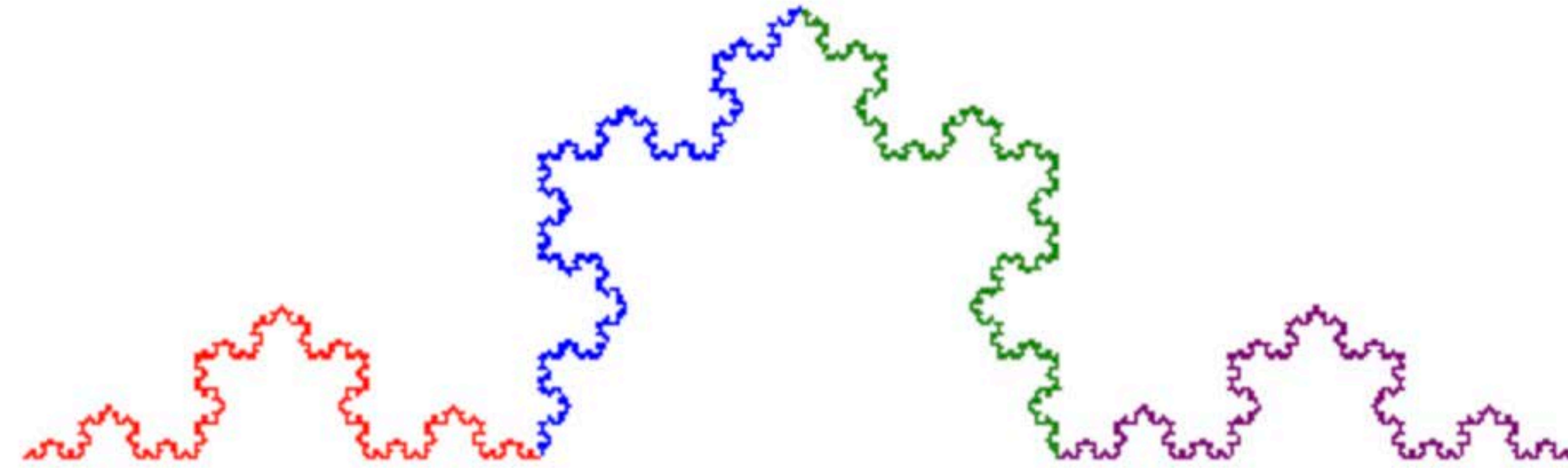


Dimensione del fiocco di Koch ?



1) La lente che misura le lunghezze dei segmenti ($\text{dim}=1$) la vede infinita

Dimensione del fiocco di Koch ?



- 1) La lente che misura le lunghezze dei segmenti ($\text{dim}=1$) la vede infinita
- 2) La lente che misura le aree dei rettangolo ($\text{dim}=2$) la vede nulla

Come funziona la misura in dimensione $d = 0, 1, 2$?

Come funziona la misura in dimensione $d = 0, 1, 2$?

λ_0 : misura 0-dimensionale (che conta i punti): $\lambda_0(\{A_1, \dots, A_n\}) = n$.

Come funziona la misura in dimensione $d = 0, 1, 2$?

λ_0 : misura 0-dimensionale (che conta i punti): $\lambda_0(\{A_1, \dots, A_n\}) = n$.

λ_1 : misura 1-dimensionale $\lambda_1([a, b]) = b - a$

Come funziona la misura in dimensione $d = 0, 1, 2$?

λ_0 : misura 0-dimensionale (che conta i punti): $\lambda_0(\{A_1, \dots, A_n\}) = n$.

λ_1 : misura 1-dimensionale $\lambda_1([a, b]) = b - a$

λ_2 : misura 2-dimensionale (area) $\lambda_2(A) = \text{Area di } A \subset \mathbb{R}^2$

Come funziona la misura in dimensione $d = 0, 1, 2$?

λ_0 : misura 0-dimensionale (che conta i punti): $\lambda_0(\{A_1, \dots, A_n\}) = n$.

λ_1 : misura 1-dimensionale $\lambda_1([a, b]) = b - a$

λ_2 : misura 2-dimensionale (area) $\lambda_2(A) = \text{Area di } A \subset \mathbb{R}^2$

Proprietà ($d = 0, 1$ o 2)

Come funziona la misura in dimensione $d = 0, 1, 2$?

λ_0 : misura 0-dimensionale (che conta i punti): $\lambda_0(\{A_1, \dots, A_n\}) = n$.

λ_1 : misura 1-dimensionale $\lambda_1([a, b]) = b - a$

λ_2 : misura 2-dimensionale (area) $\lambda_2(A) = \text{Area di } A \subset \mathbb{R}^2$

Proprietà ($d = 0, 1$ o 2)

1) Se A, B sono disgiunti allora $\lambda_d(A \cup B) = \lambda_d(A) + \lambda_d(B)$



Come funziona la misura in dimensione $d = 0, 1, 2$?

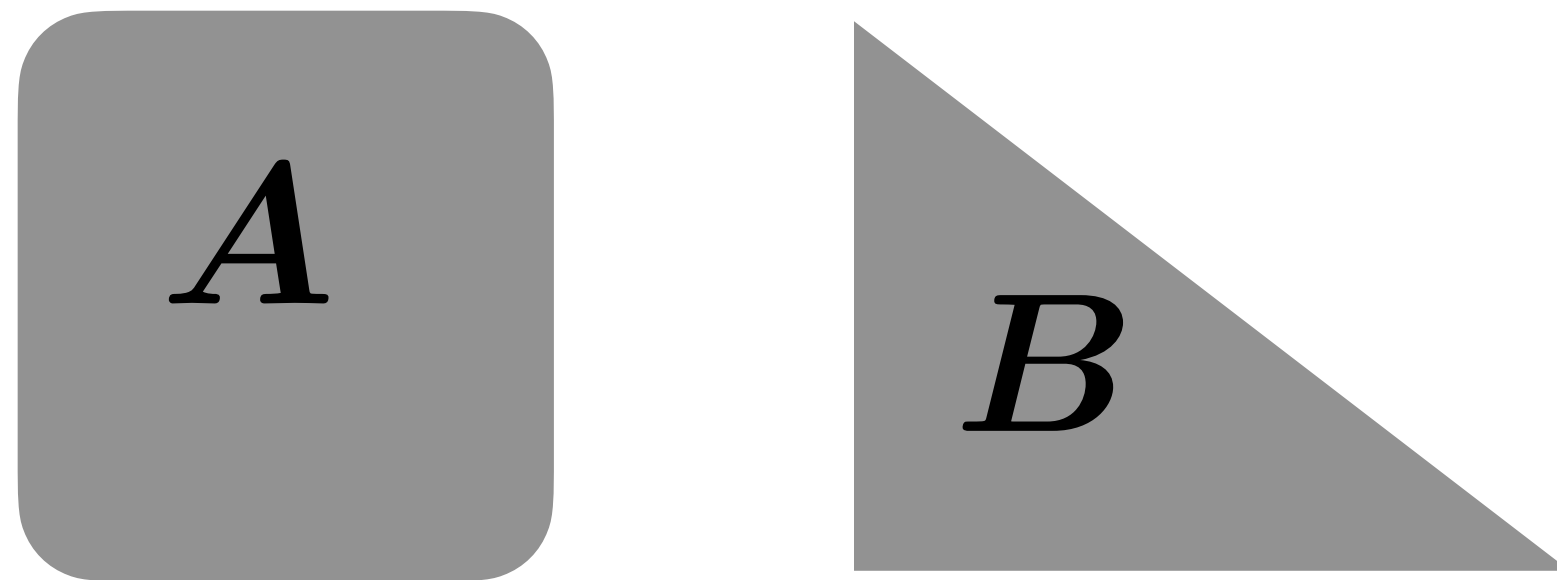
λ_0 : misura 0-dimensionale (che conta i punti): $\lambda_0(\{A_1, \dots, A_n\}) = n$.

λ_1 : misura 1-dimensionale $\lambda_1([a, b]) = b - a$

λ_2 : misura 2-dimensionale (area) $\lambda_2(A) = \text{Area di } A \subset \mathbb{R}^2$

Proprietà ($d = 0, 1$ o 2)

1) Se A, B sono disgiunti allora $\lambda_d(A \cup B) = \lambda_d(A) + \lambda_d(B)$



2) Se f è isometria allora $\lambda_d(f(A)) = \lambda_d(A)$

Come funziona la misura in dimensione $d = 0, 1, 2$?

λ_0 : misura 0-dimensionale (che conta i punti): $\lambda_0(\{A_1, \dots, A_n\}) = n$.

λ_1 : misura 1-dimensionale $\lambda_1([a, b]) = b - a$

λ_2 : misura 2-dimensionale (area) $\lambda_2(A) = \text{Area di } A \subset \mathbb{R}^2$

Proprietà ($d = 0, 1$ o 2)

1) Se A, B sono disgiunti allora $\lambda_d(A \cup B) = \lambda_d(A) + \lambda_d(B)$



2) Se f è isometria allora $\lambda_d(f(A)) = \lambda_d(A)$

3) Se $a, b \in \mathbb{R}, b > 0$ allora $\lambda_d(a + bA) =$

Come funziona la misura in dimensione $d = 0, 1, 2$?

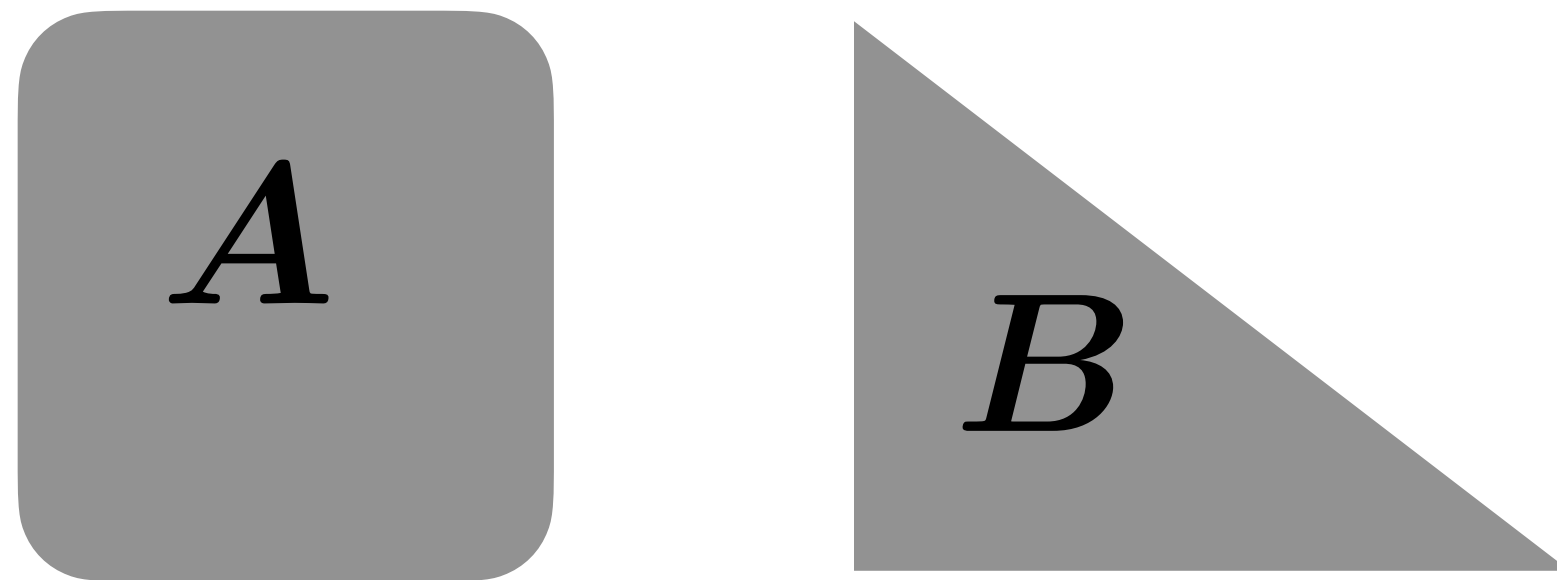
λ_0 : misura 0-dimensionale (che conta i punti): $\lambda_0(\{A_1, \dots, A_n\}) = n$.

λ_1 : misura 1-dimensionale $\lambda_1([a, b]) = b - a$

λ_2 : misura 2-dimensionale (area) $\lambda_2(A) = \text{Area di } A \subset \mathbb{R}^2$

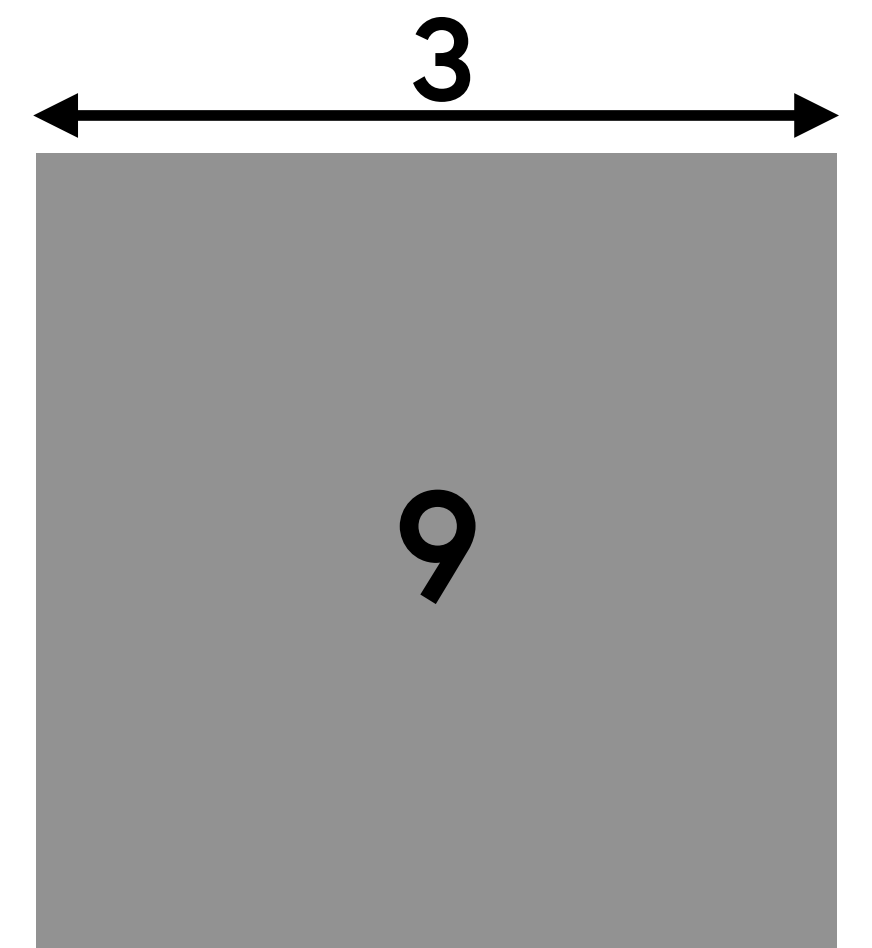
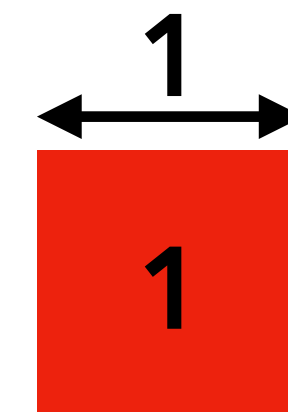
Proprietà ($d = 0, 1$ o 2)

1) Se A, B sono disgiunti allora $\lambda_d(A \cup B) = \lambda_d(A) + \lambda_d(B)$

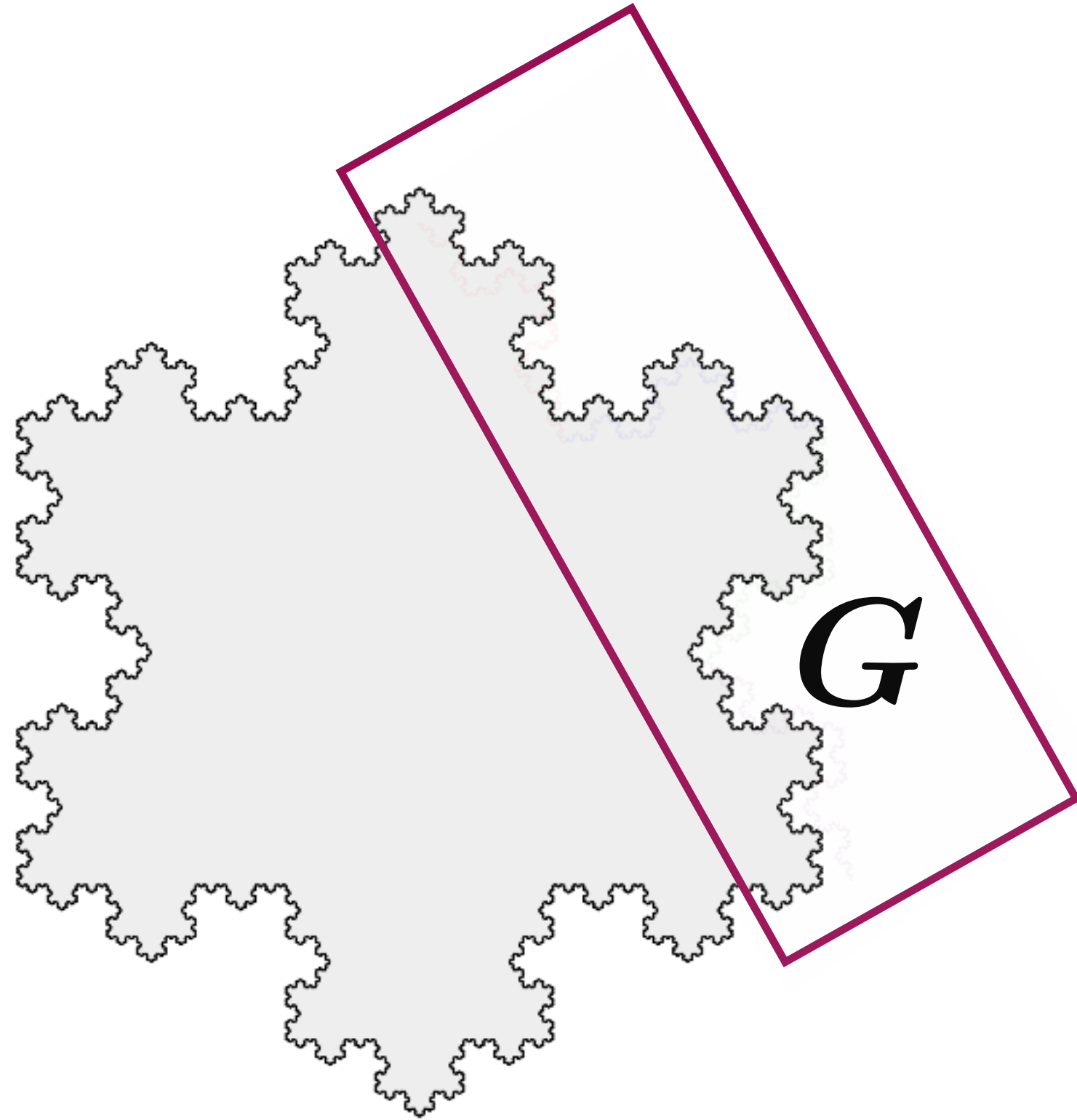


2) Se f è isometria allora $\lambda_d(f(A)) = \lambda_d(A)$

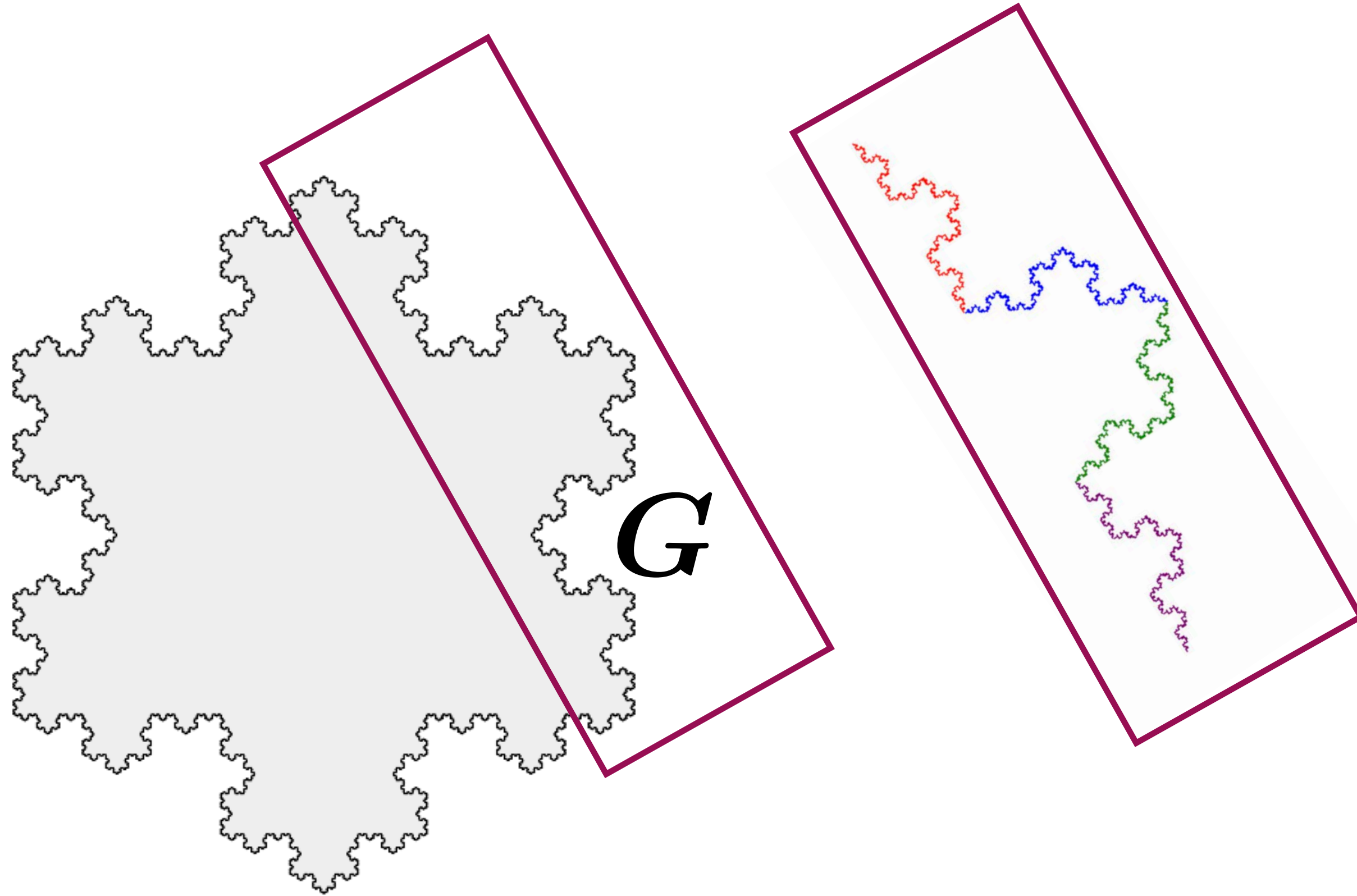
3) Se $a, b \in \mathbb{R}, b > 0$ allora $\lambda_d(a + bA) = b^d \lambda_d(A)$.



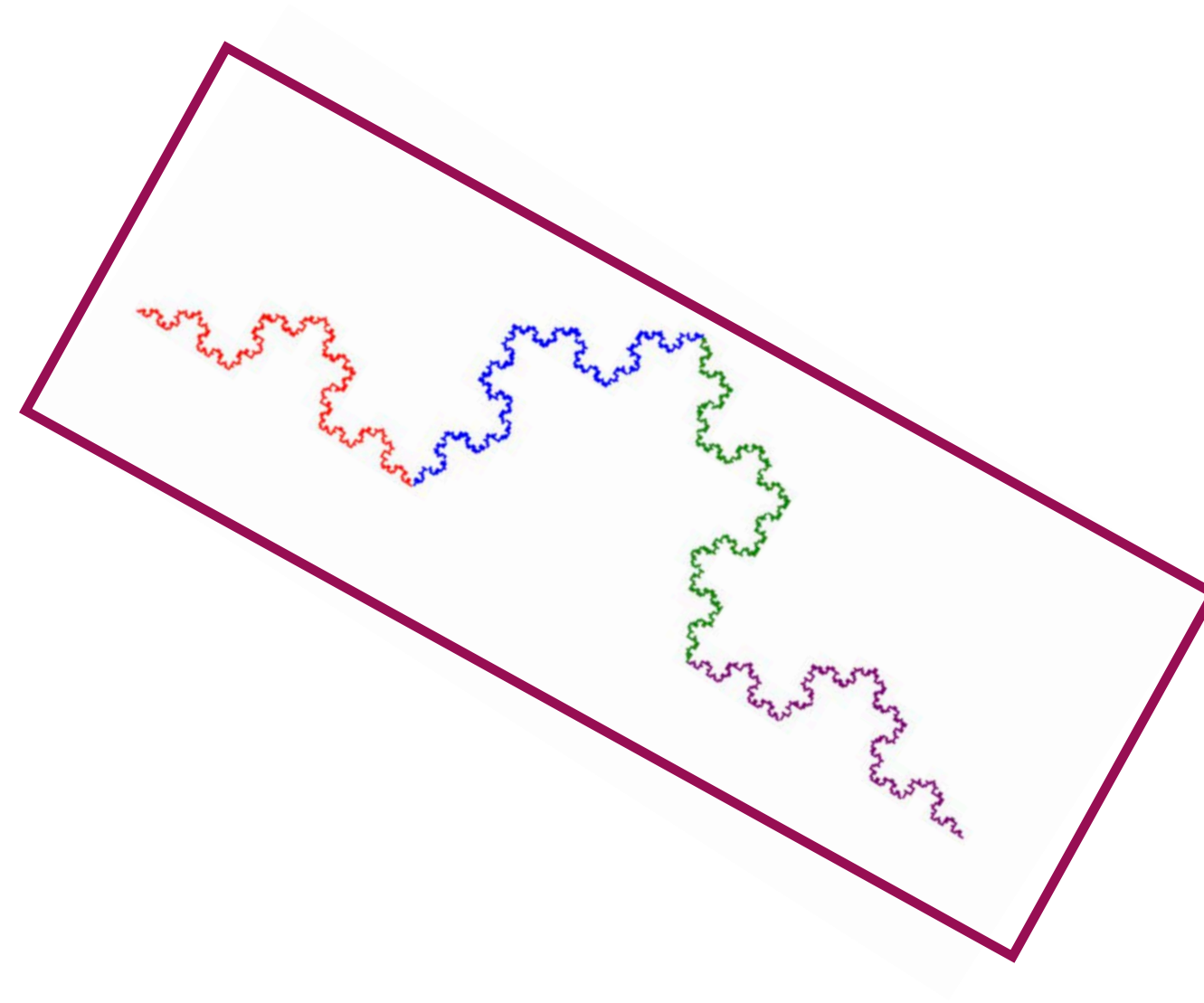
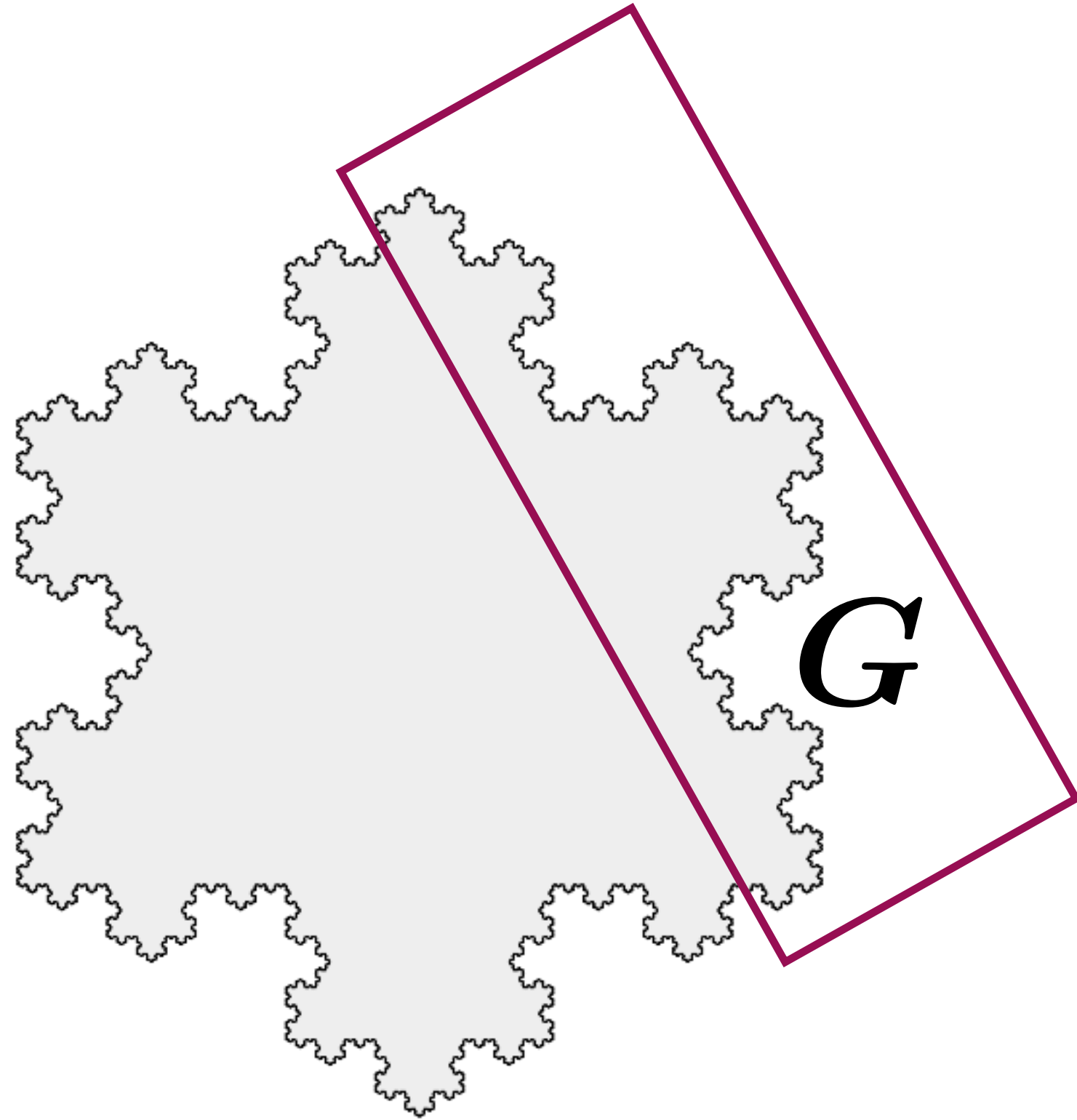
Dimensione del fiocco di Koch



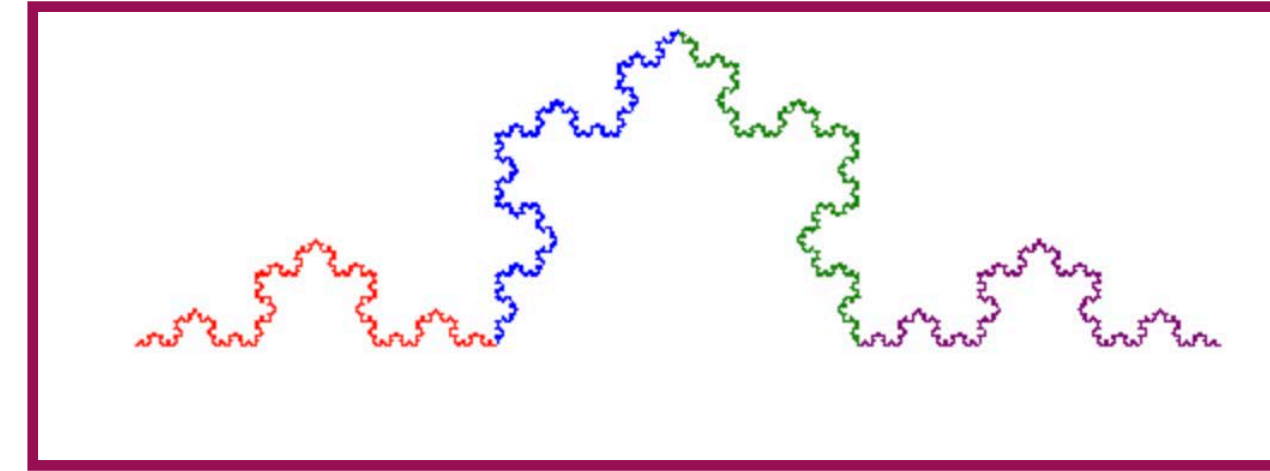
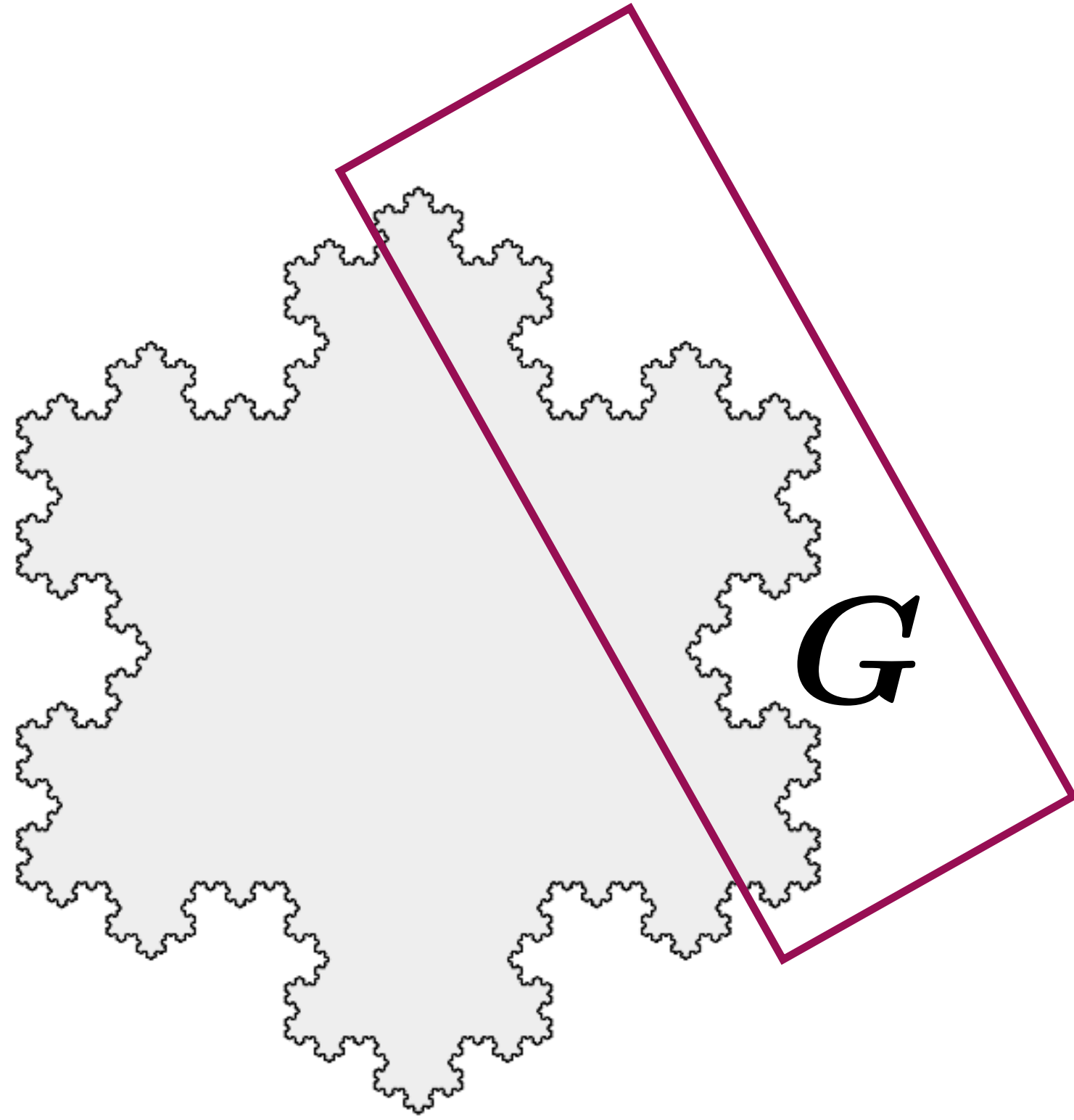
Dimensione del fiocco di Koch



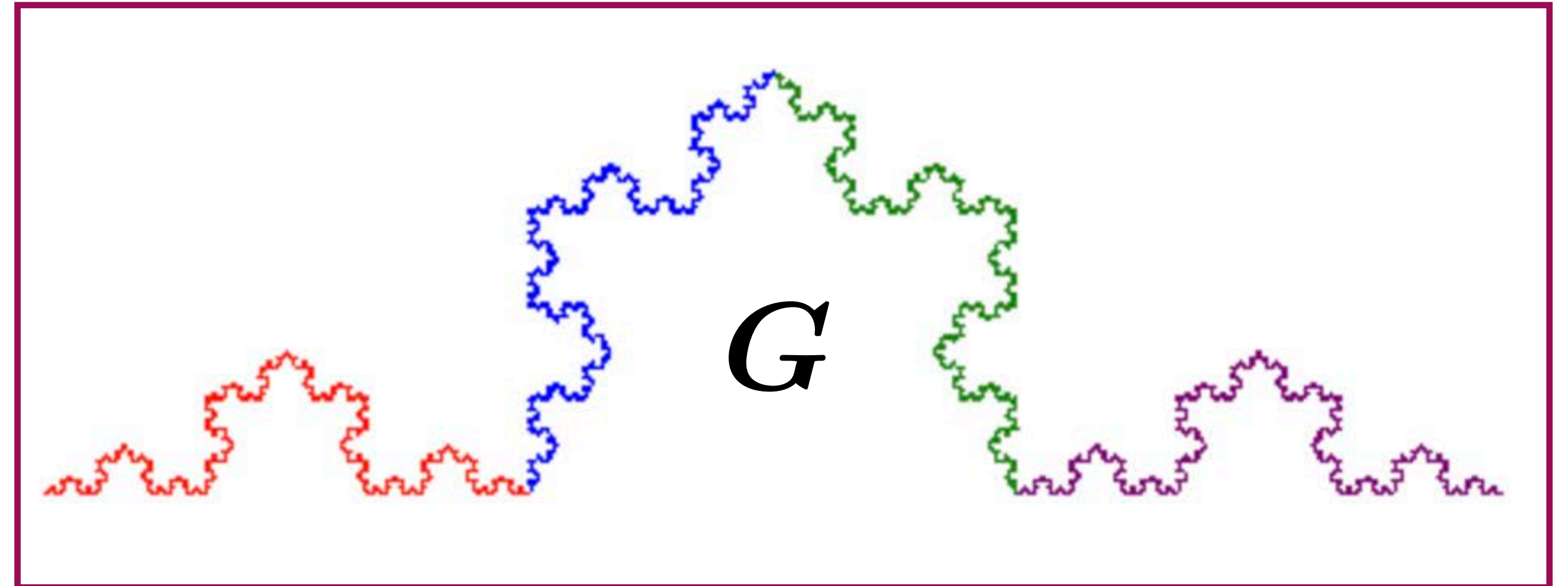
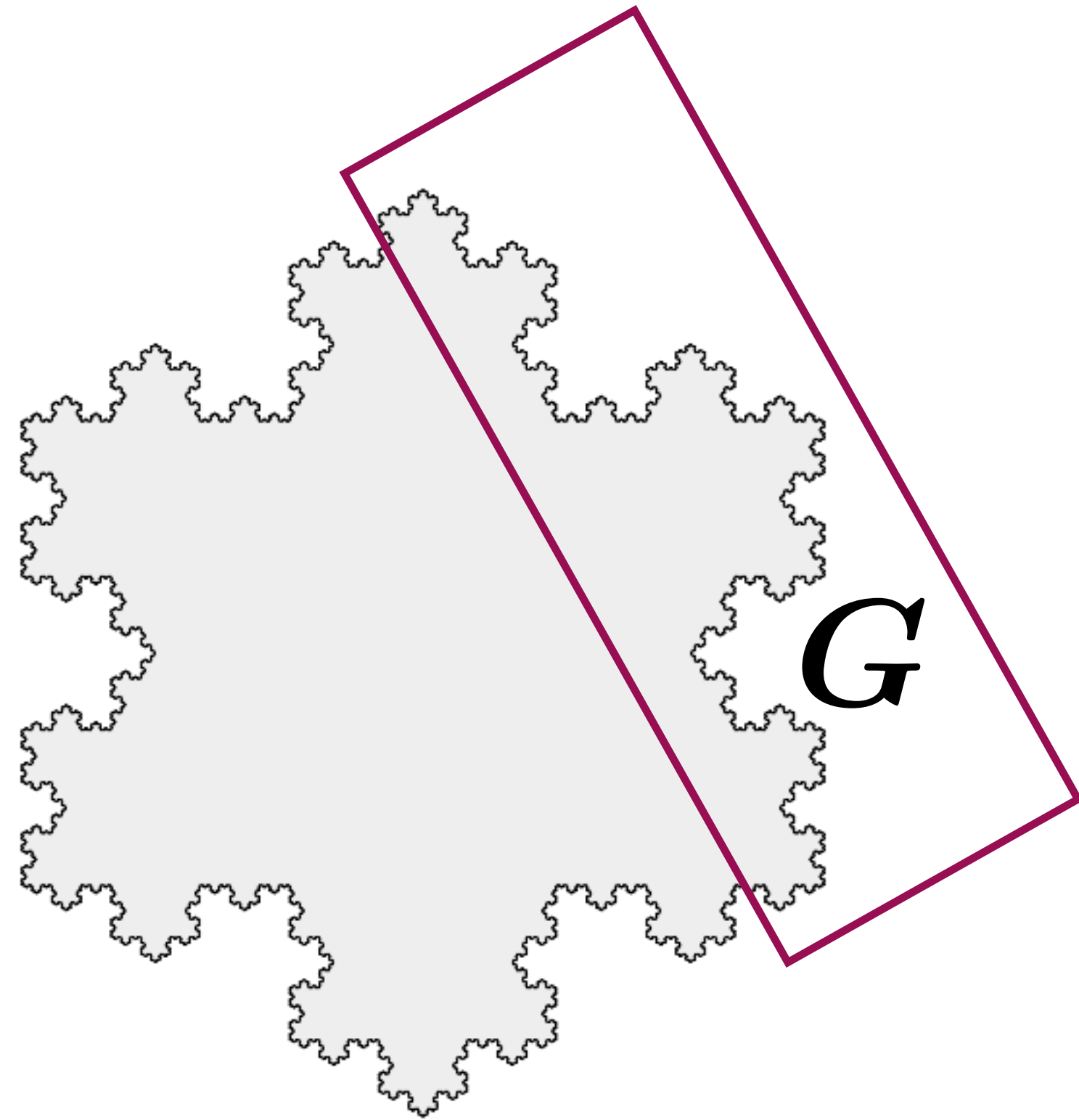
Dimensione del fiocco di Koch



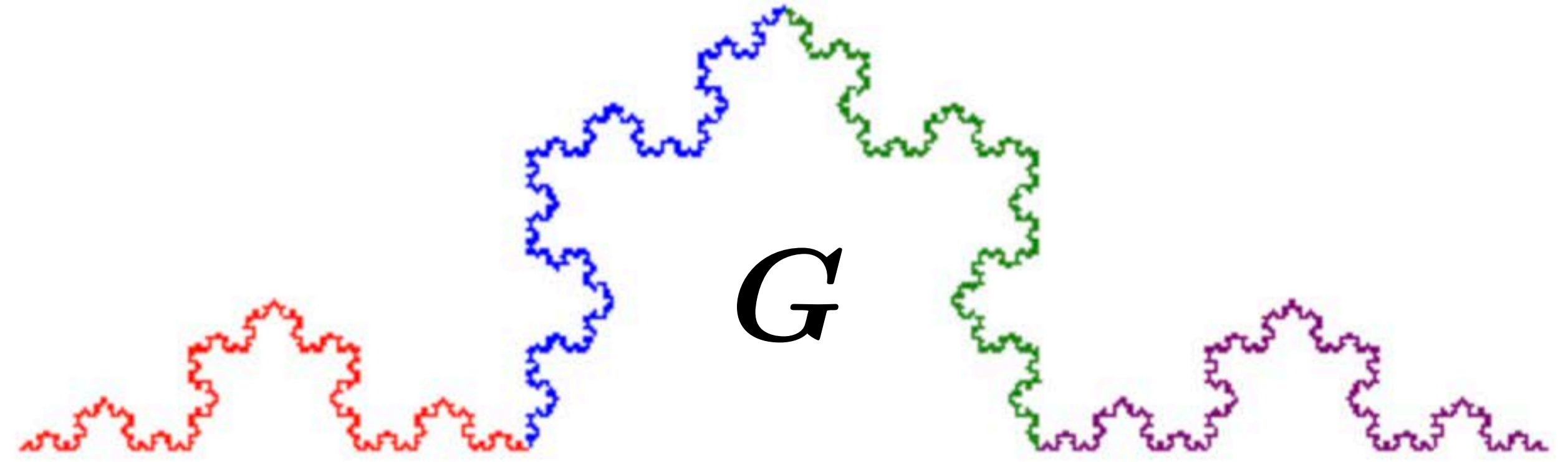
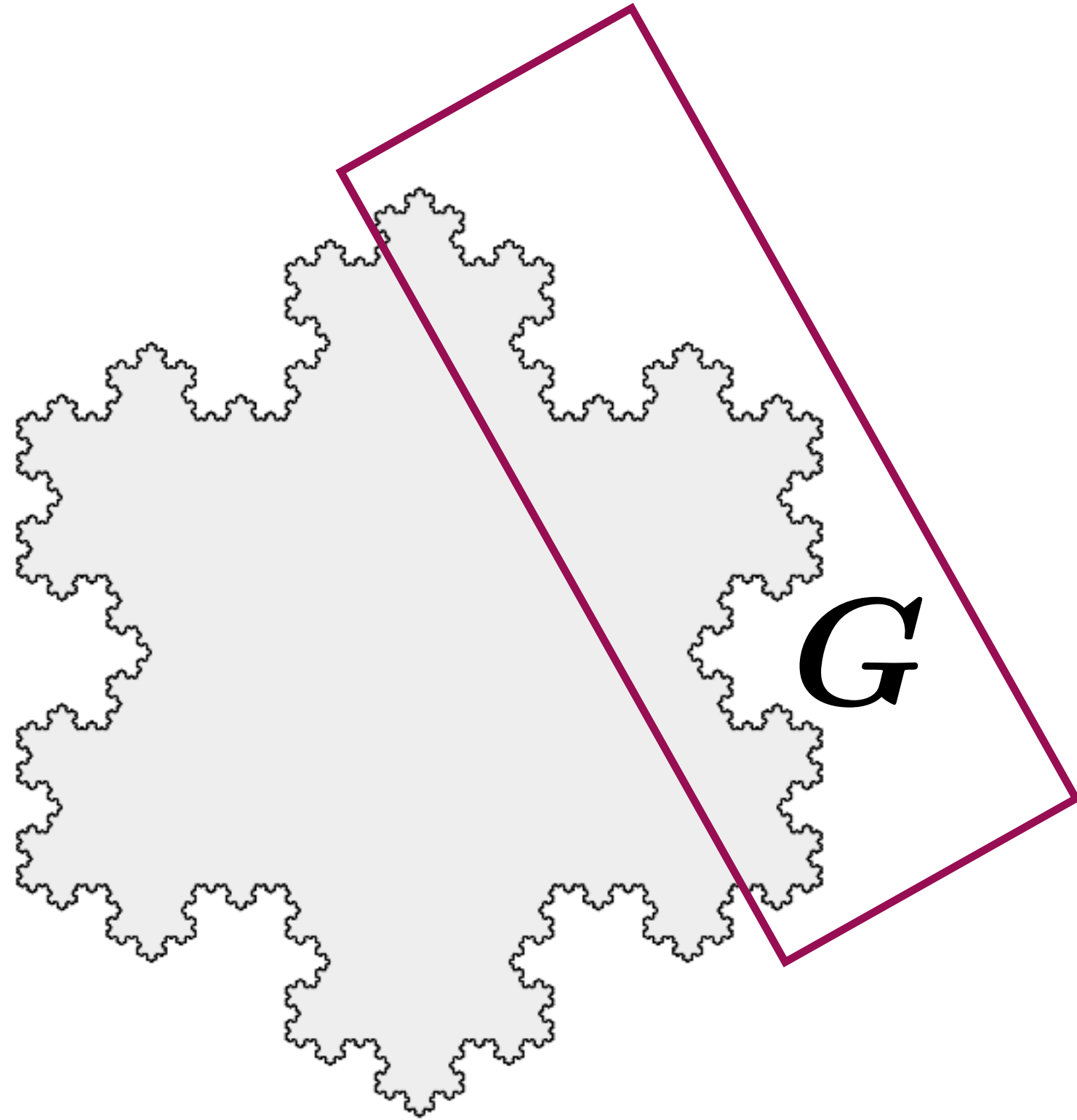
Dimensione del fiocco di Koch



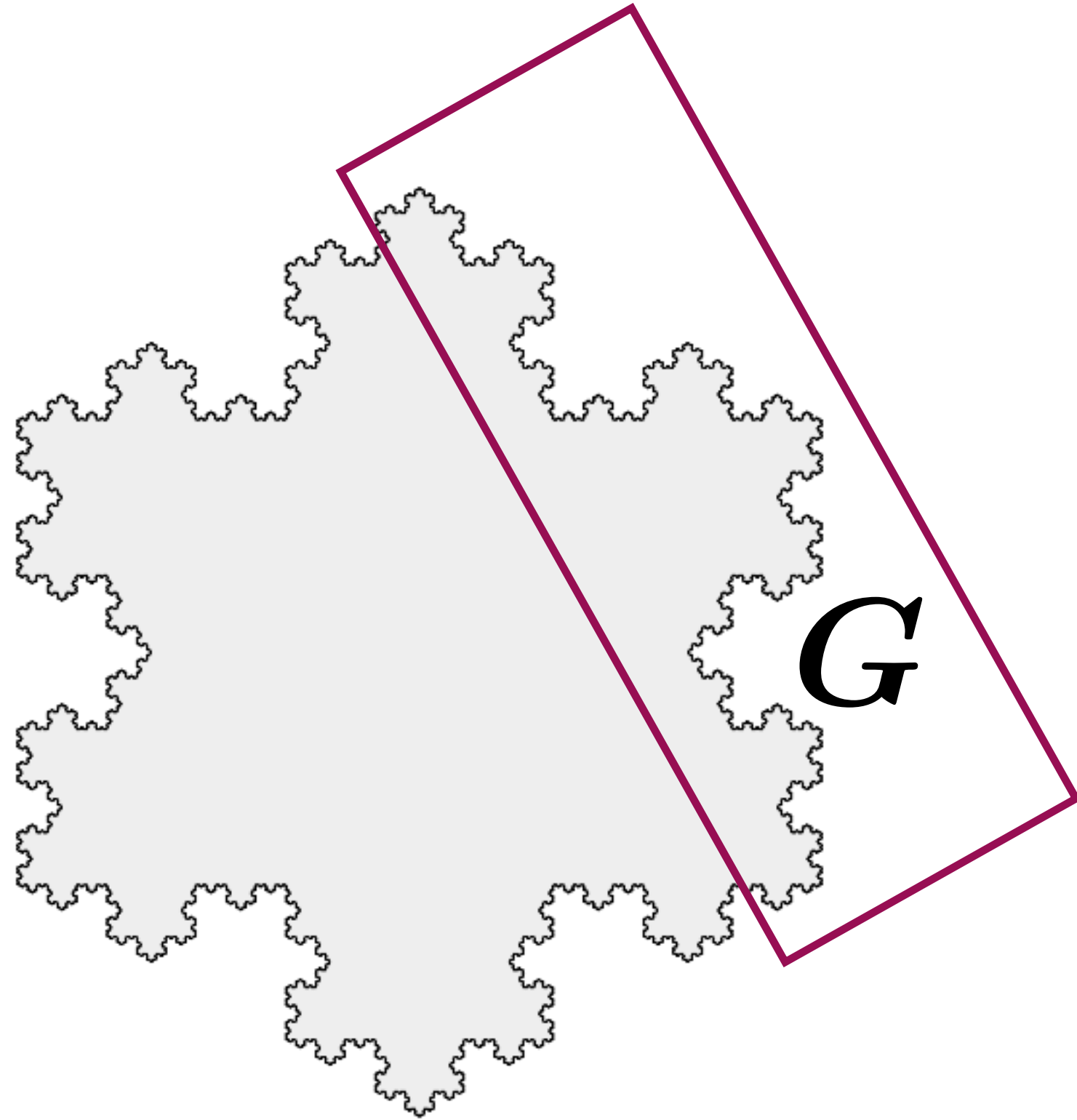
Dimensione del fiocco di Koch



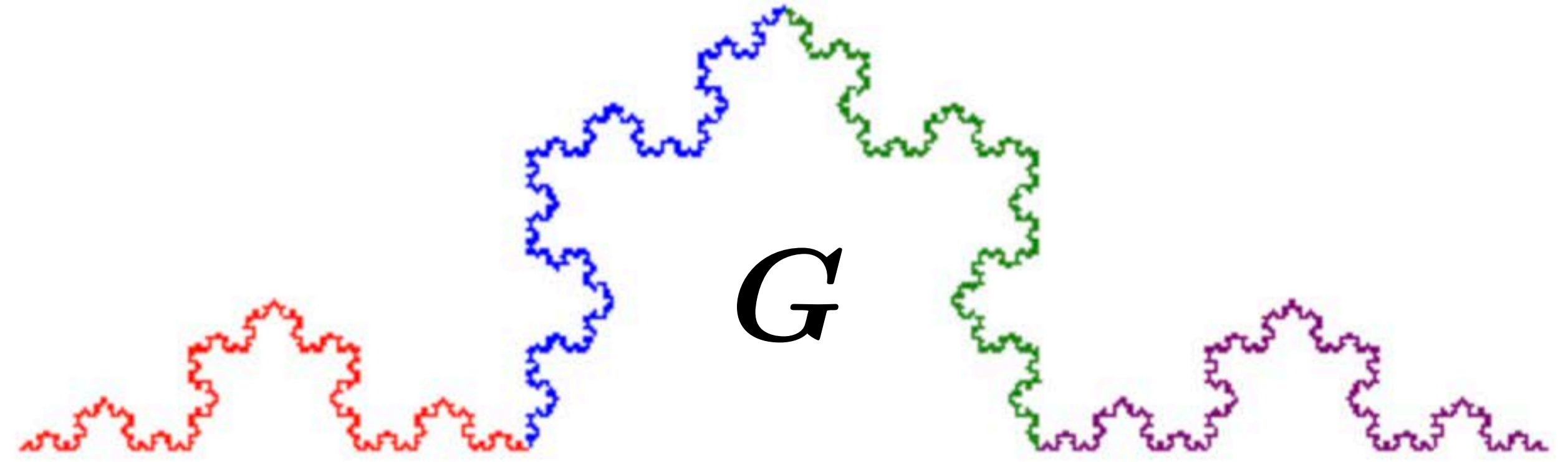
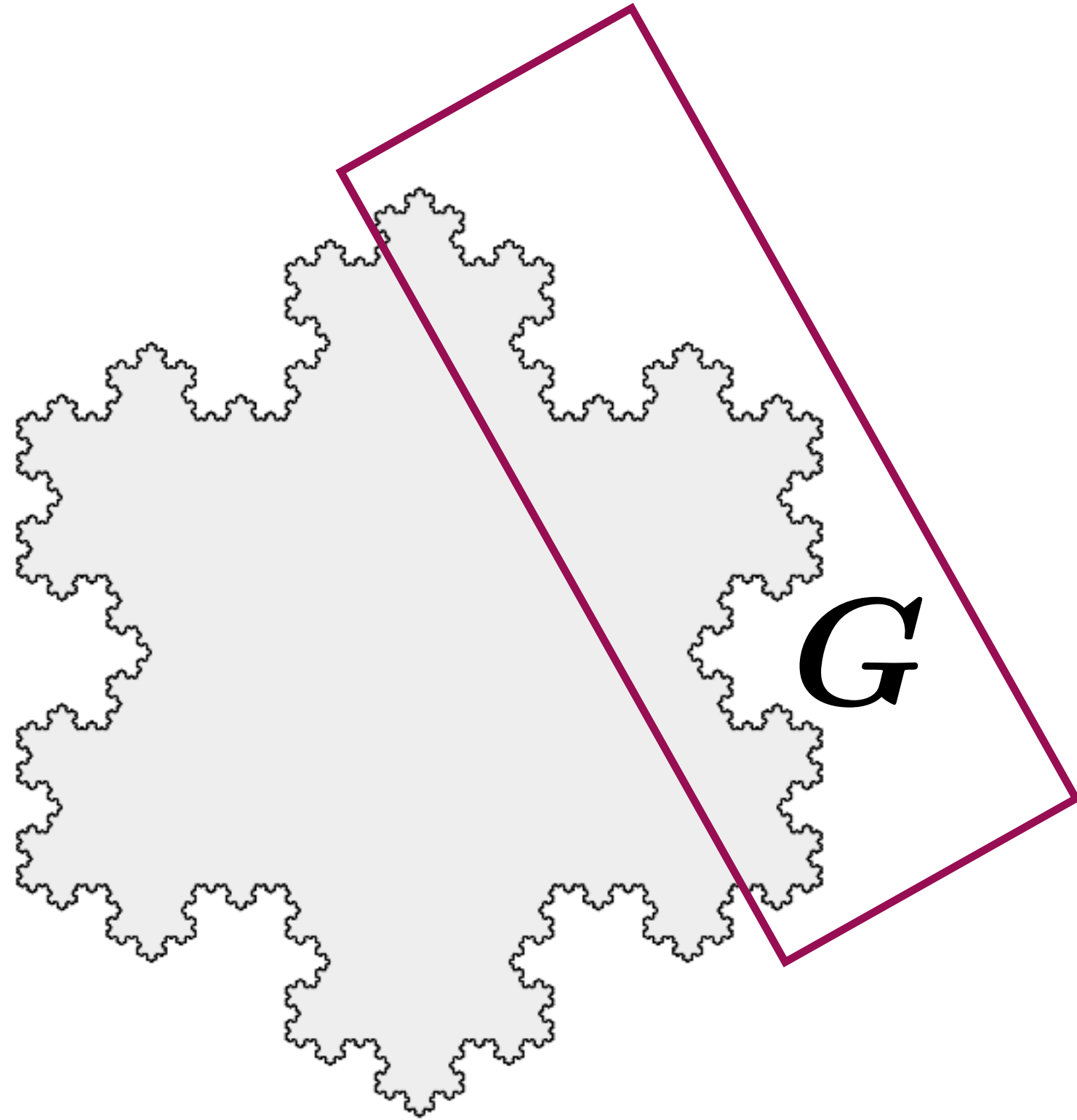
Dimensione del fiocco di Koch



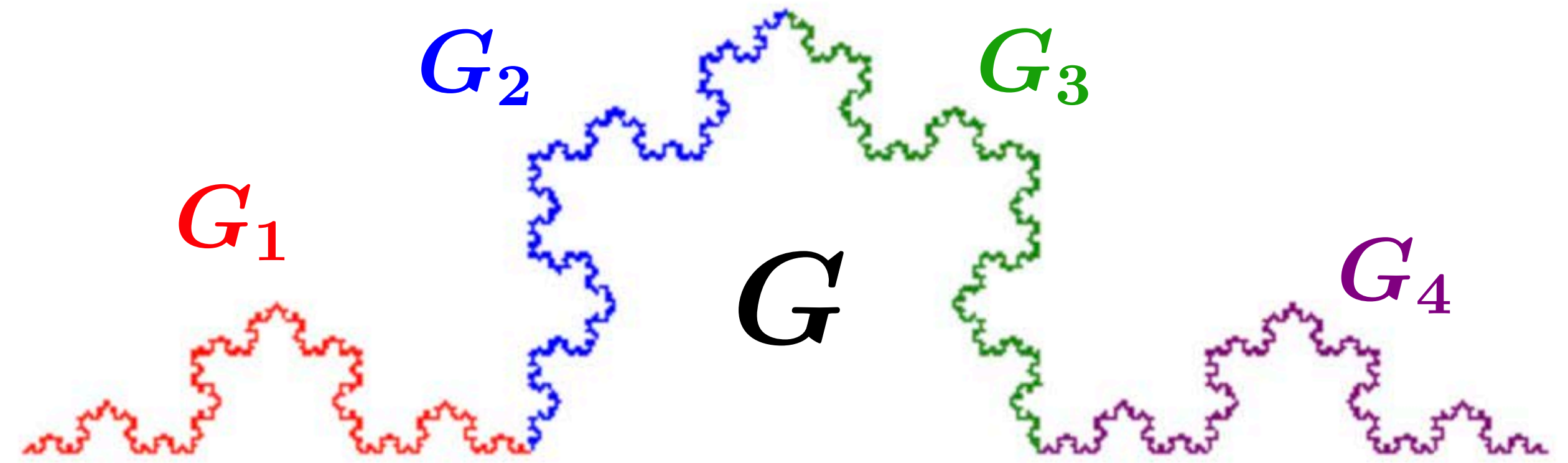
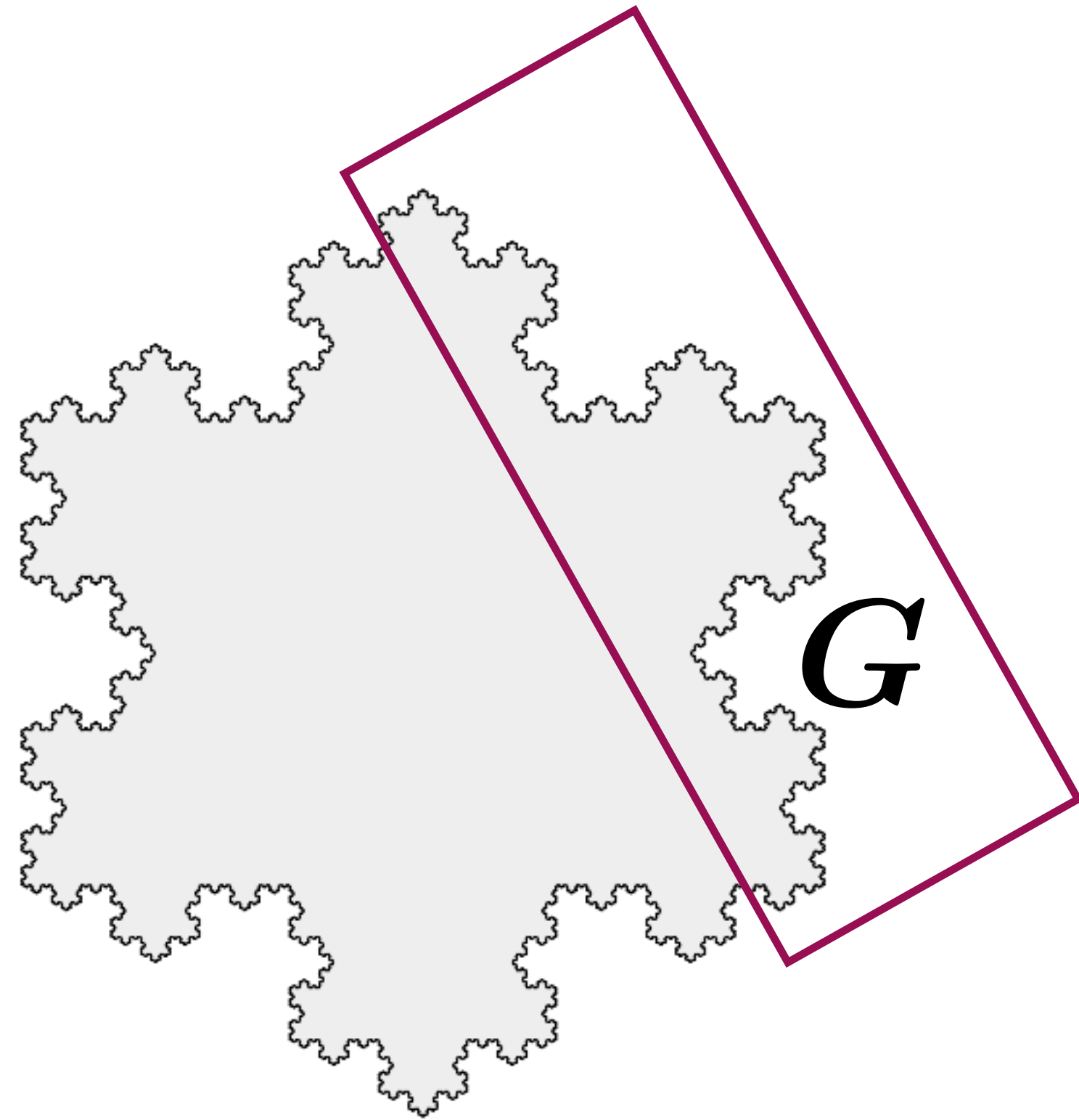
Dimensione del fiocco di Koch



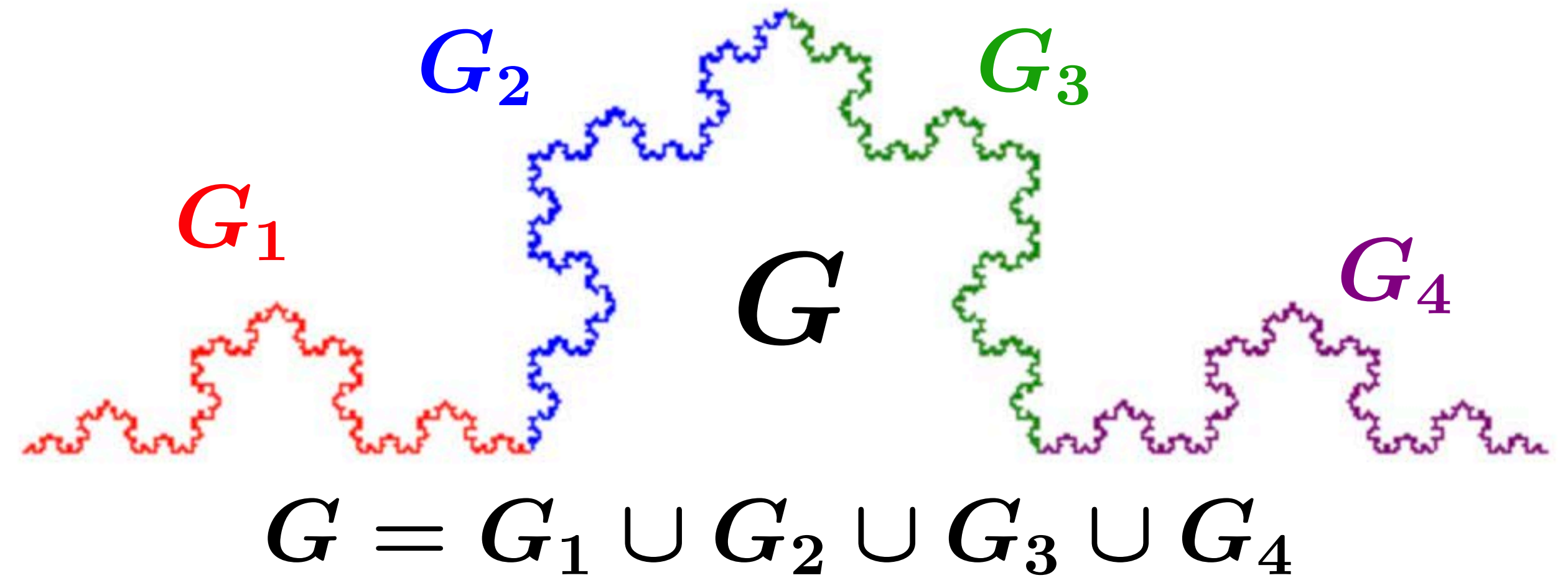
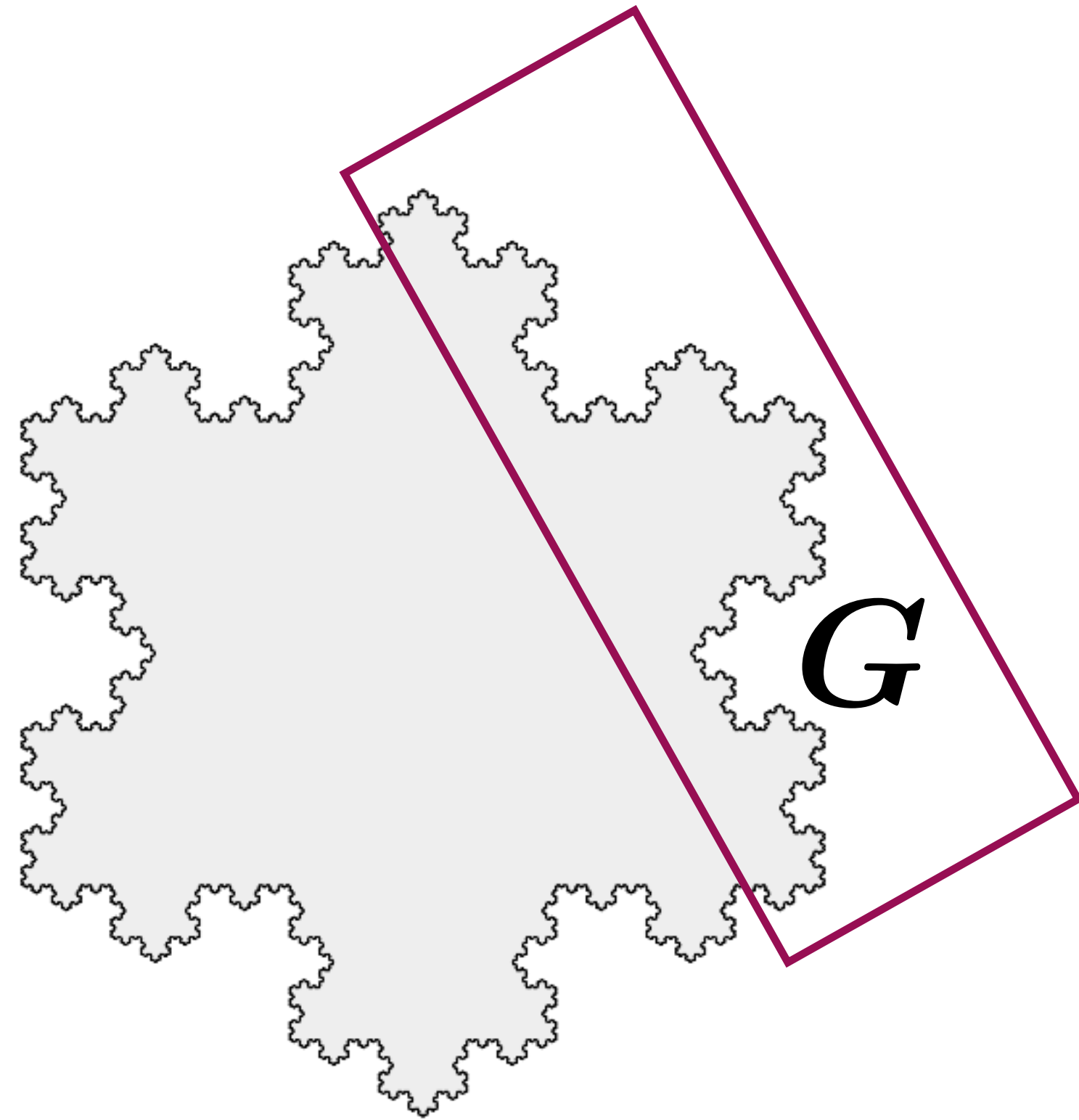
Dimensione del fiocco di Koch



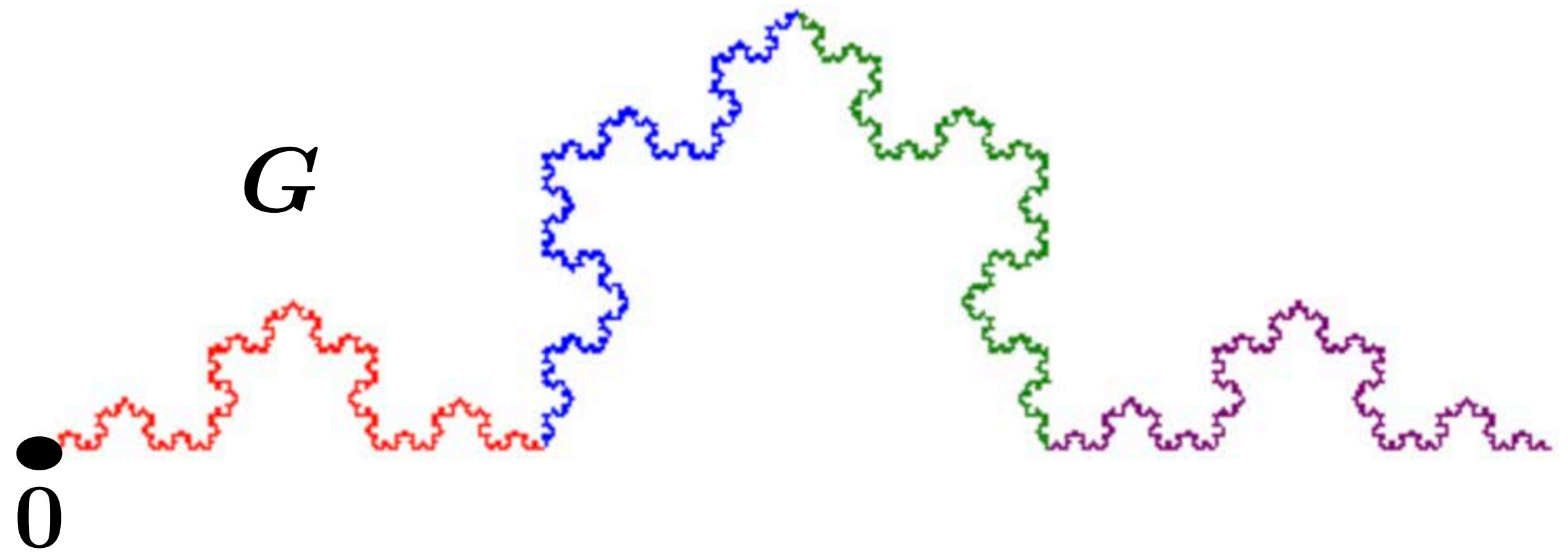
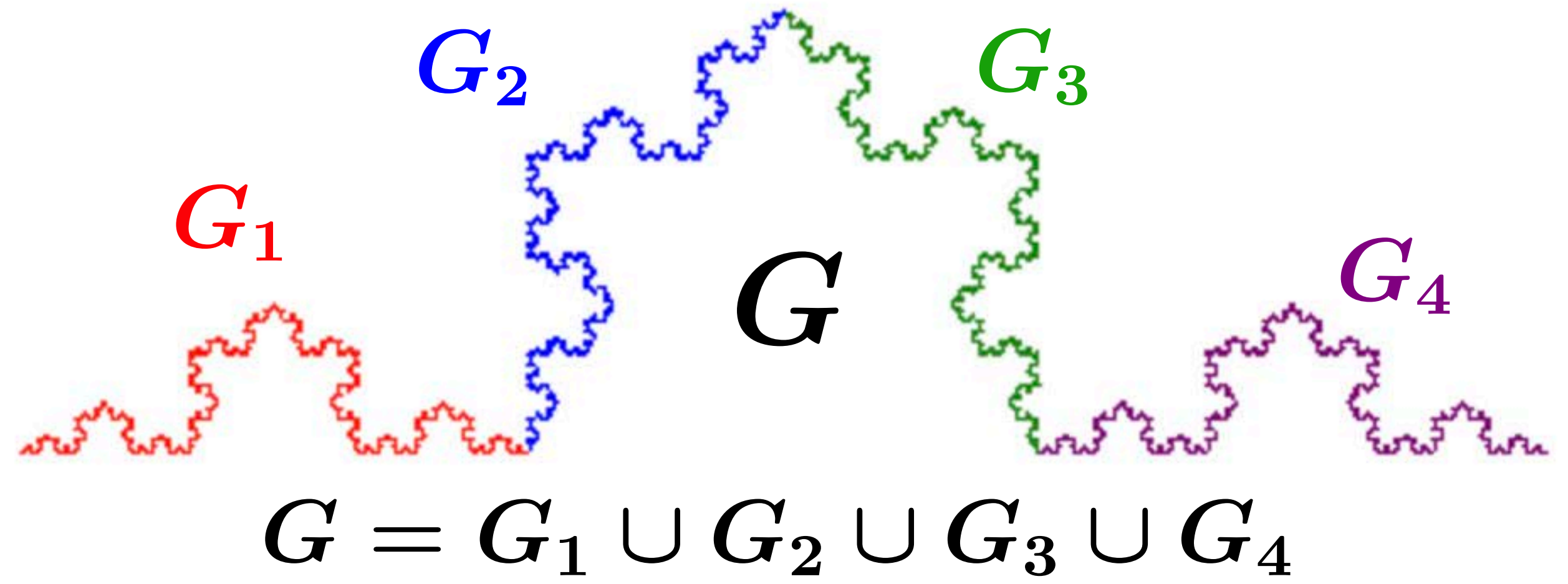
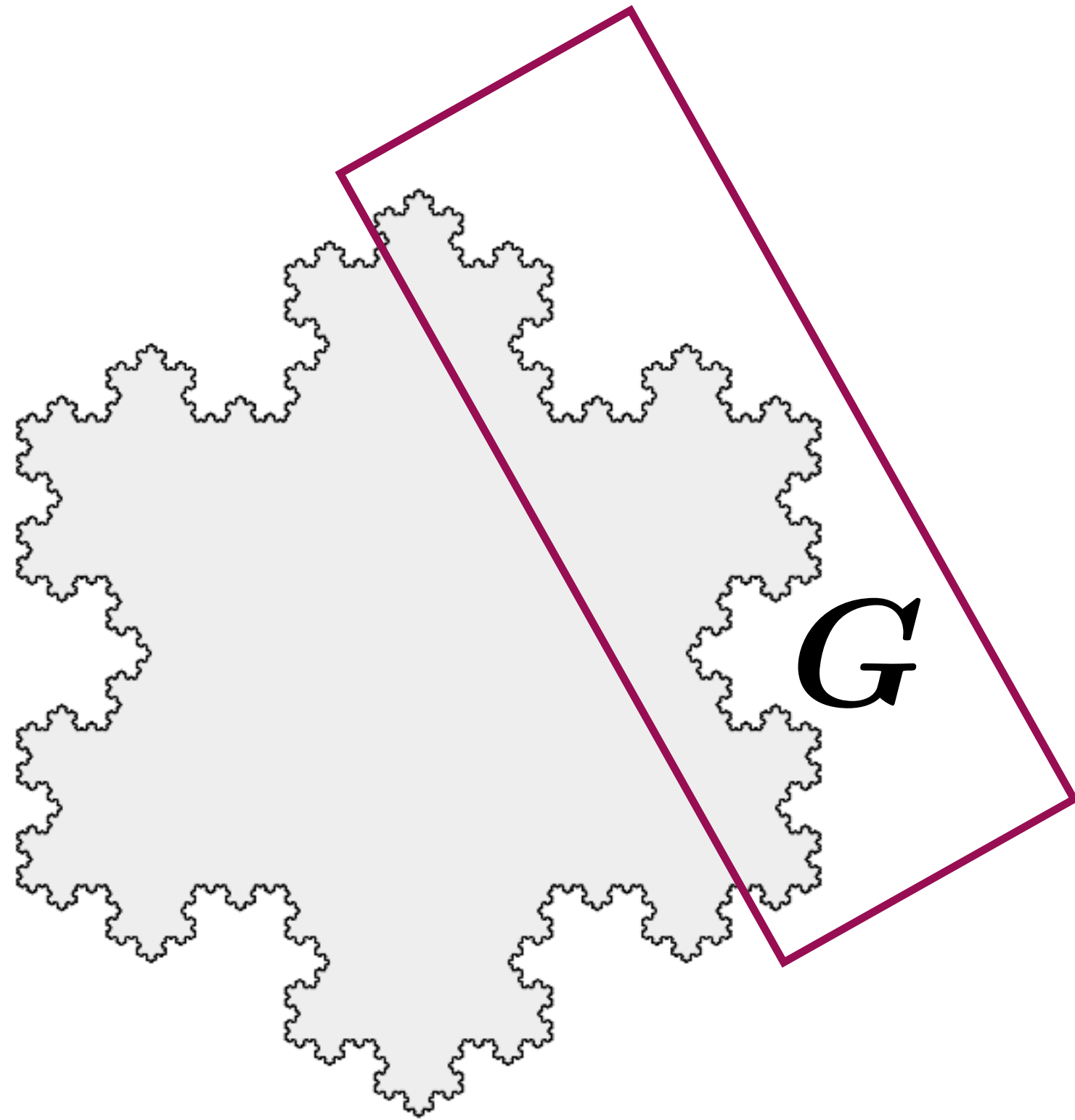
Dimensione del fiocco di Koch



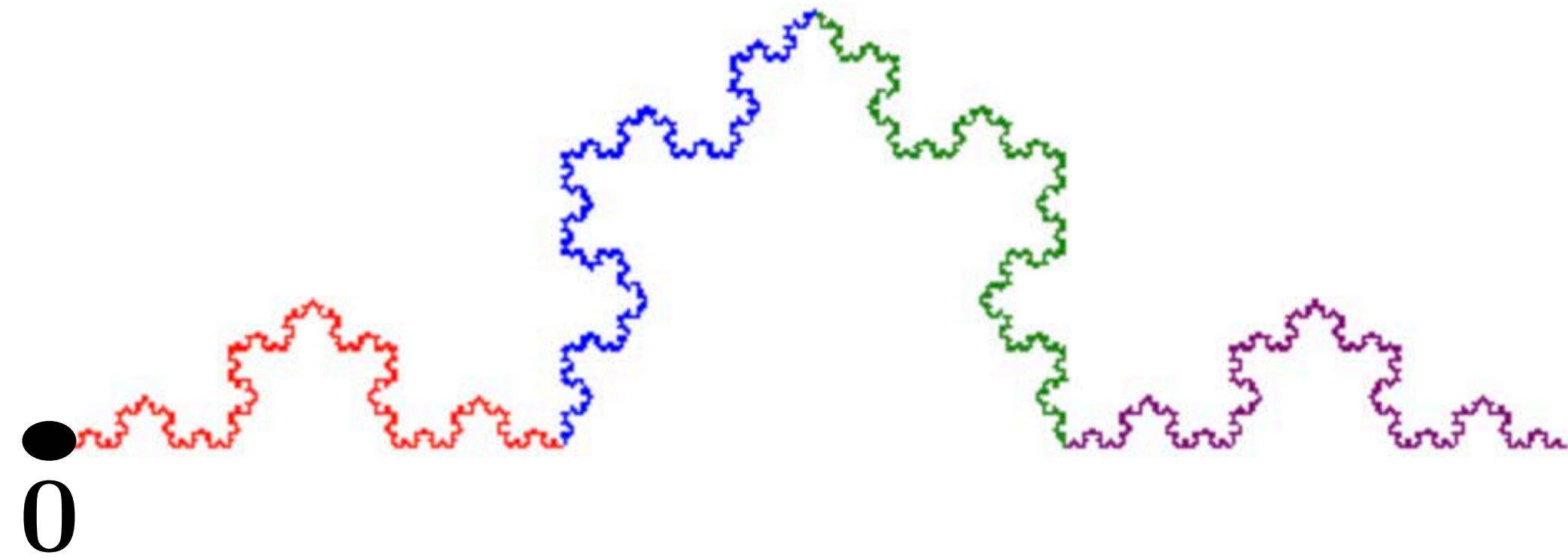
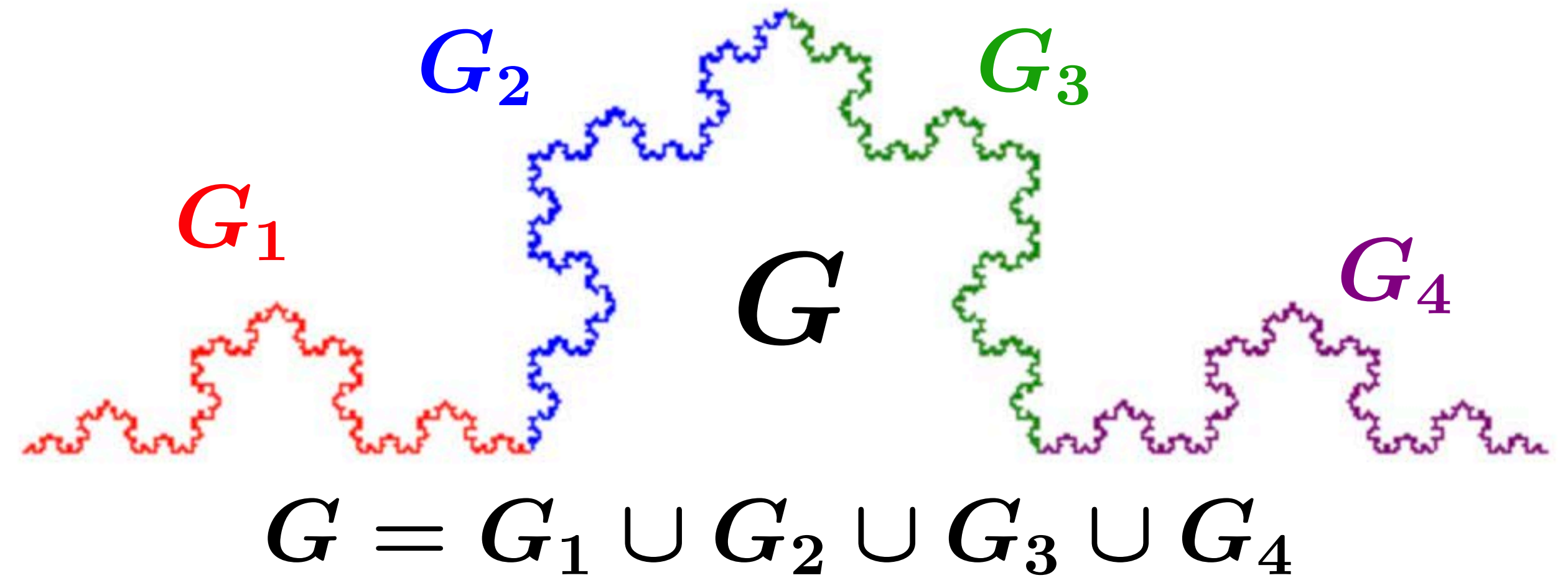
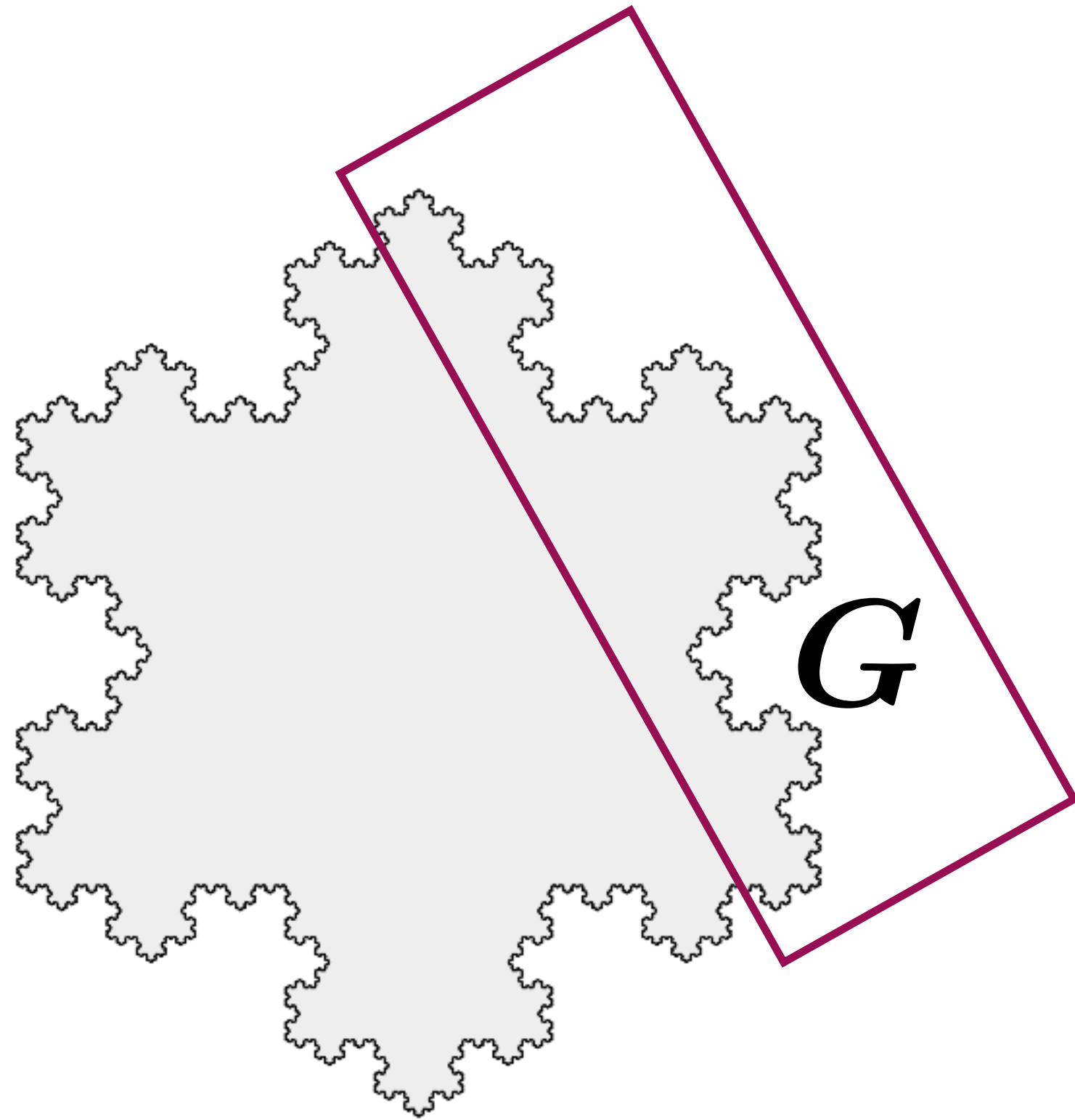
Dimensione del fiocco di Koch



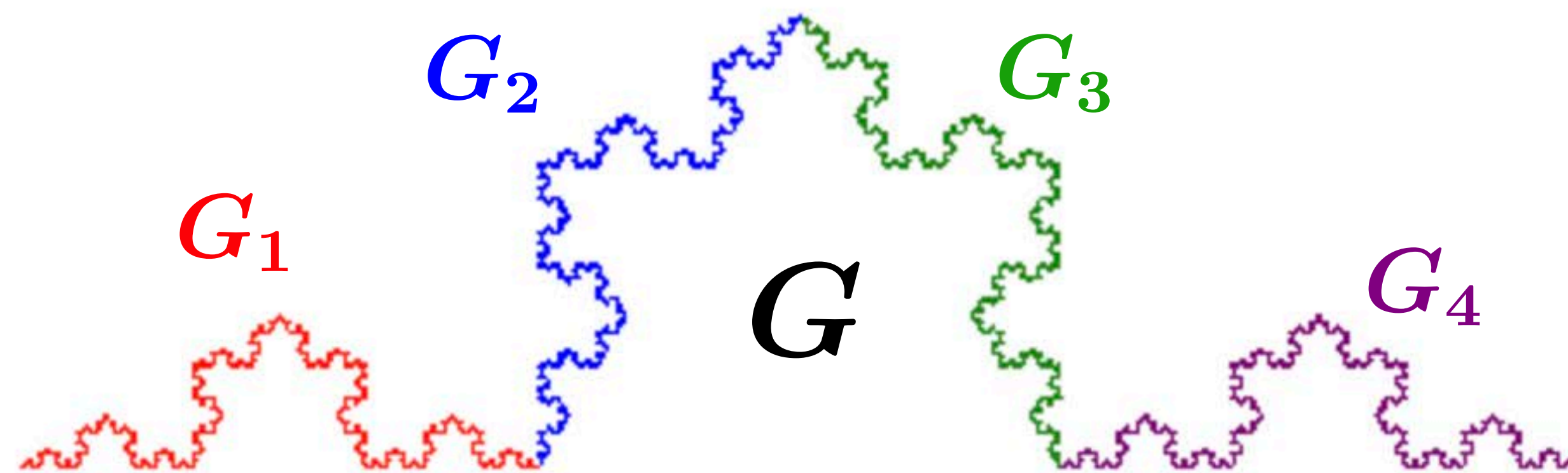
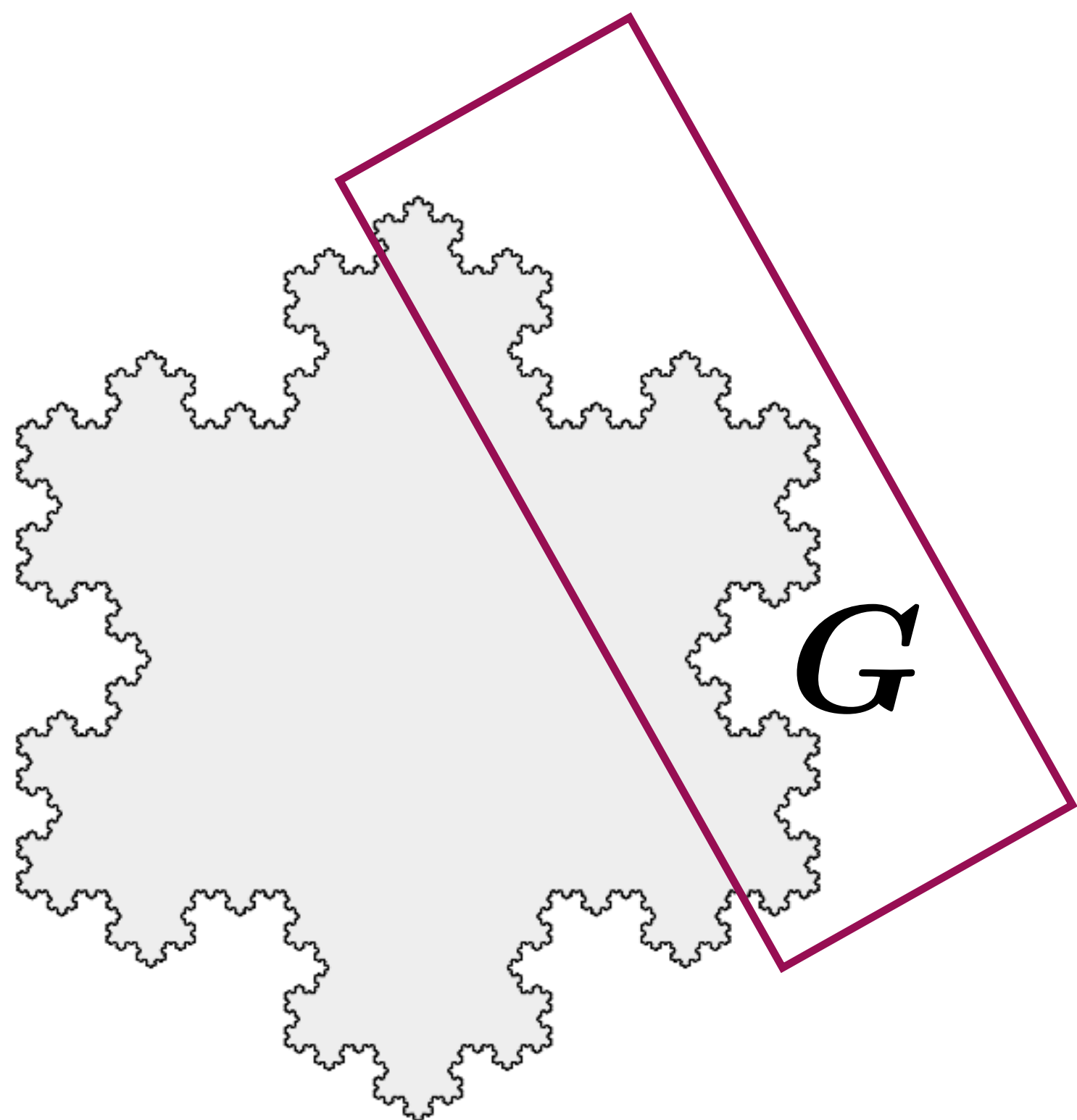
Dimensione del fiocco di Koch



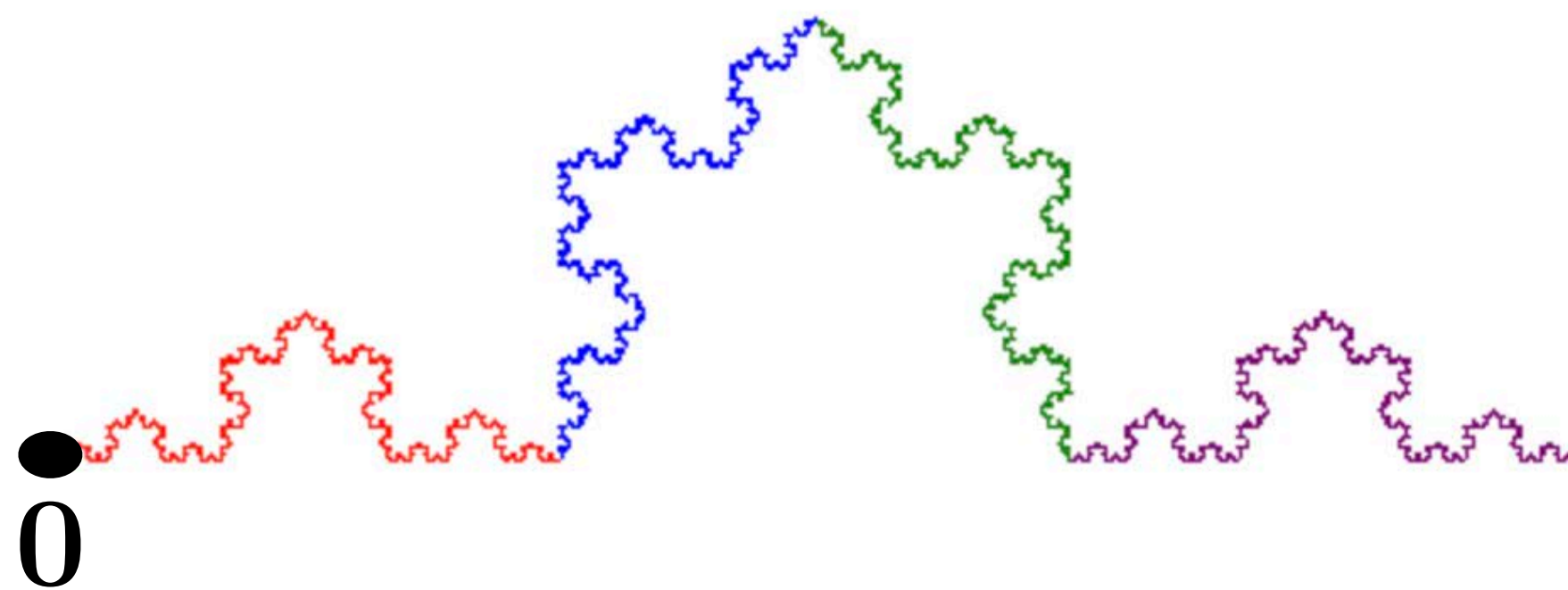
Dimensione del fiocco di Koch



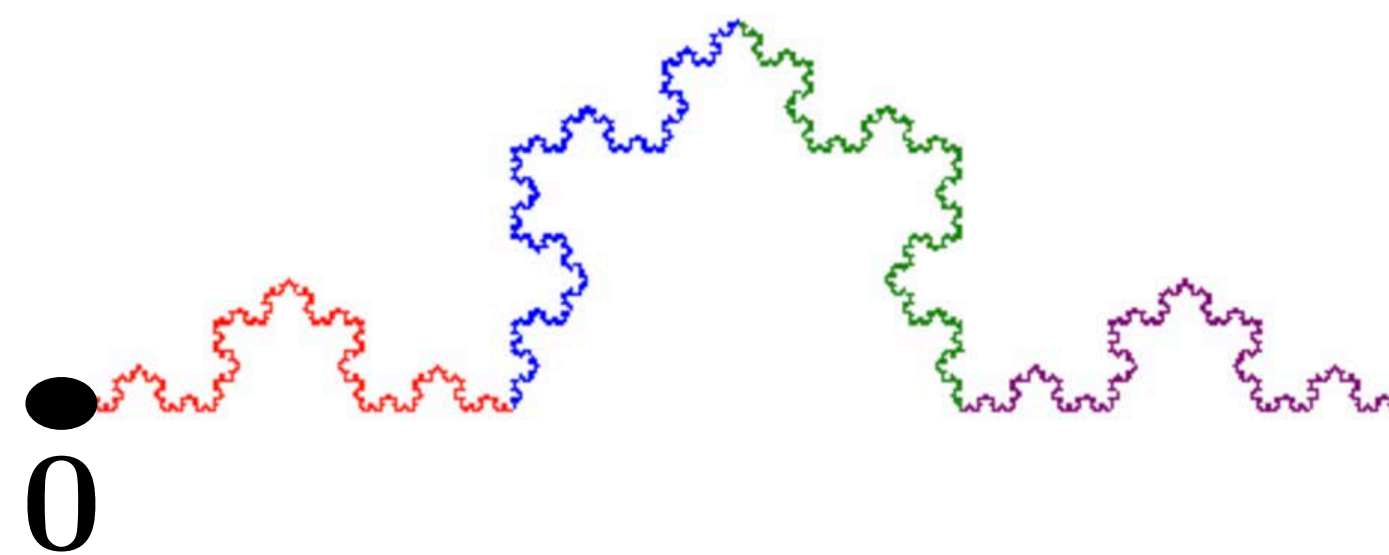
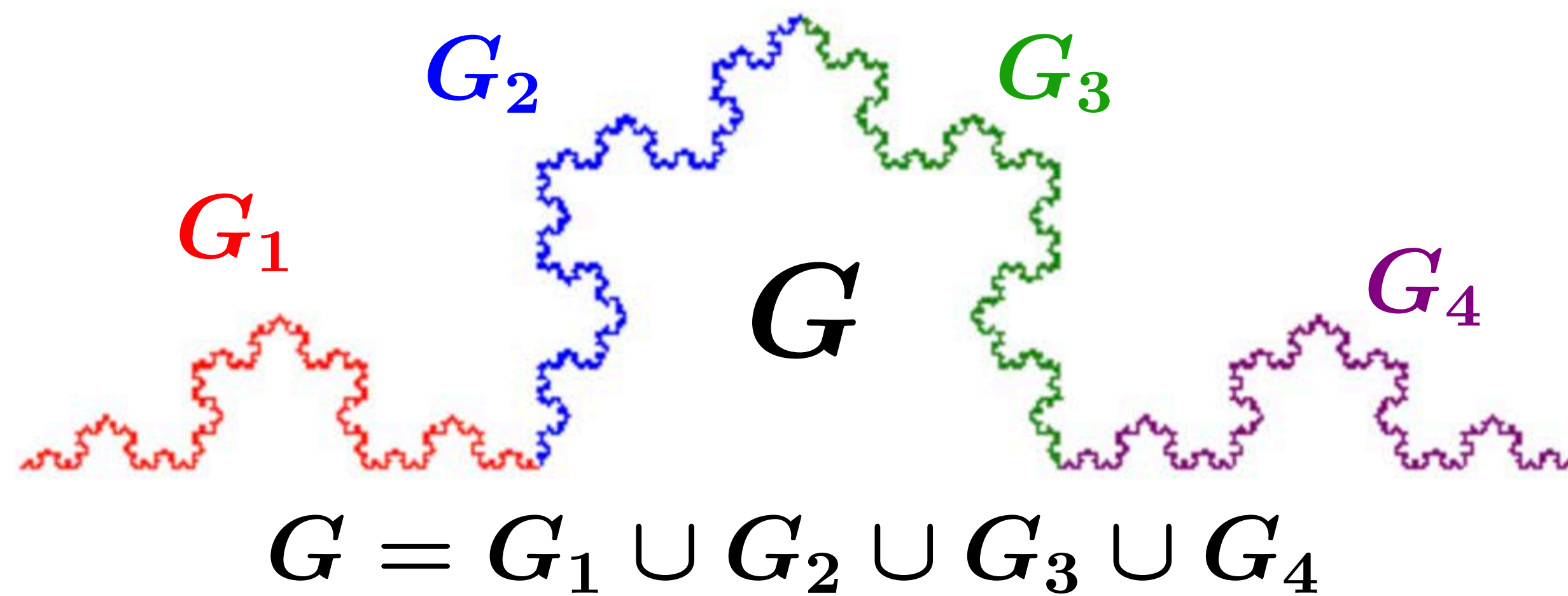
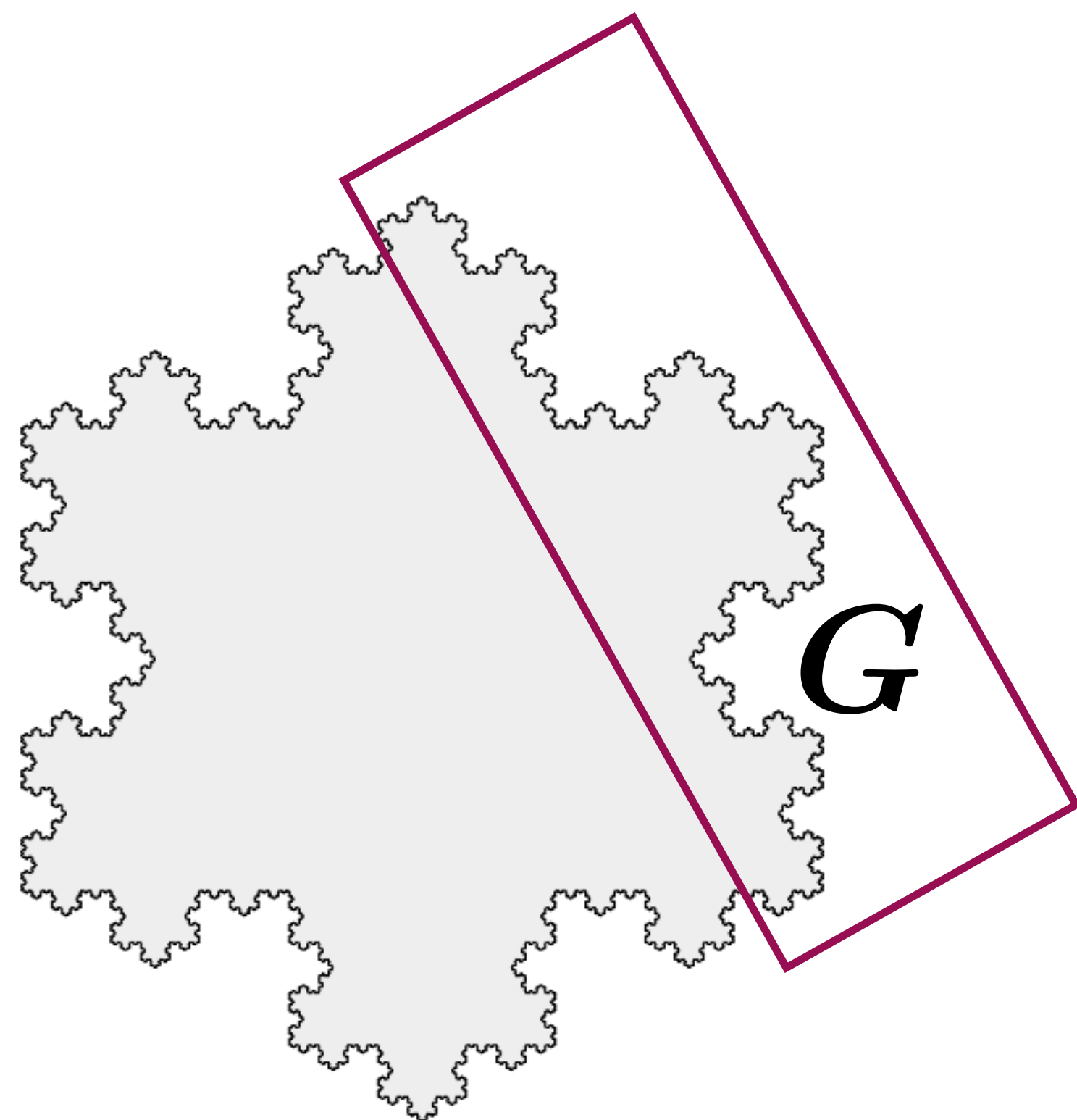
Dimensione del fiocco di Koch



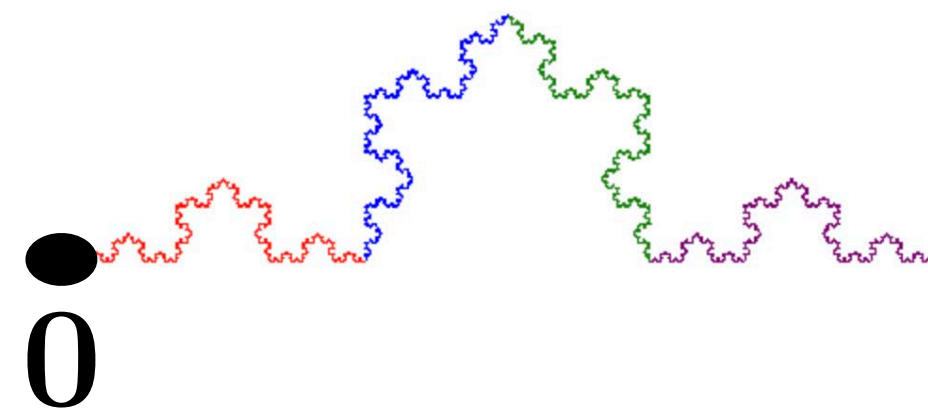
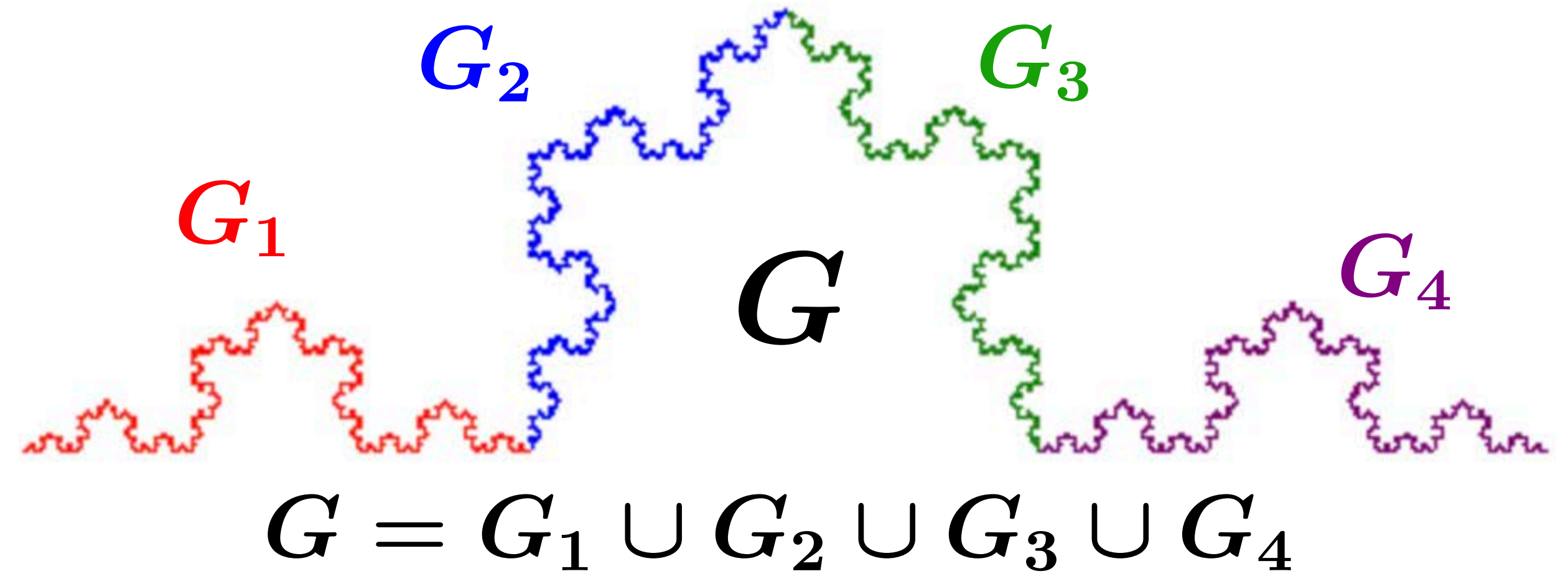
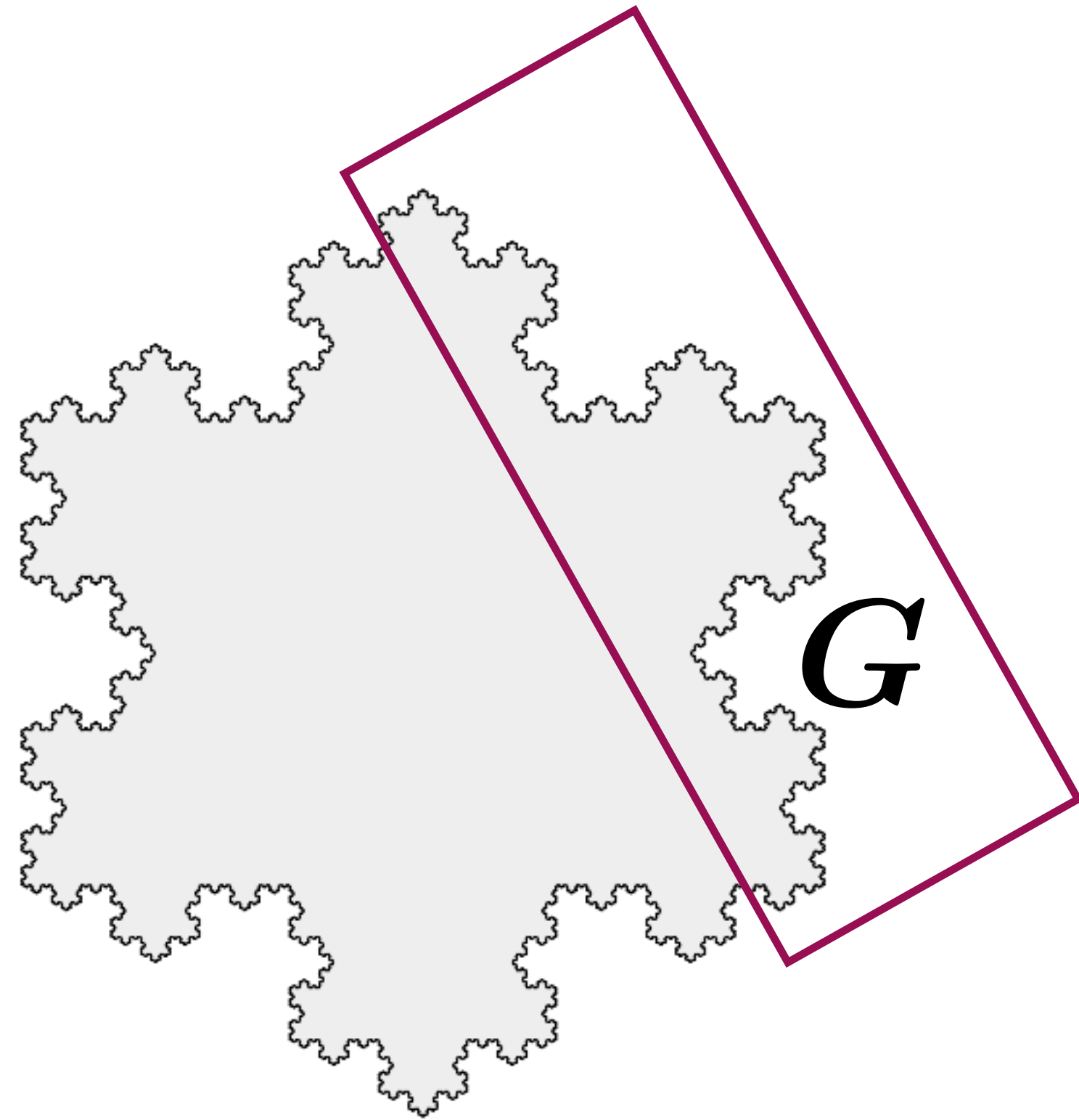
$$G = G_1 \cup G_2 \cup G_3 \cup G_4$$



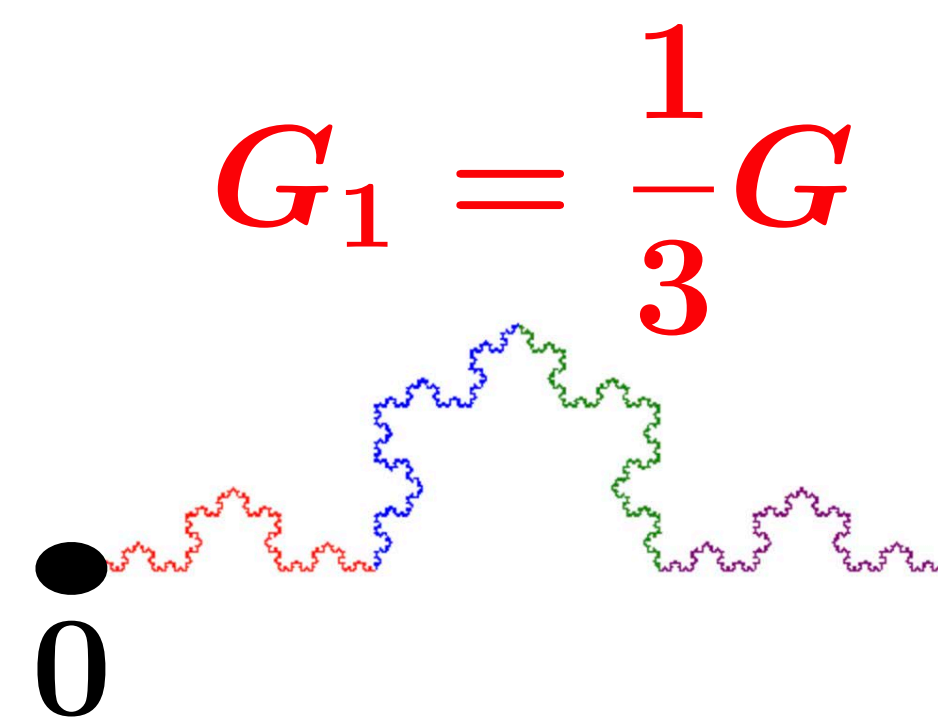
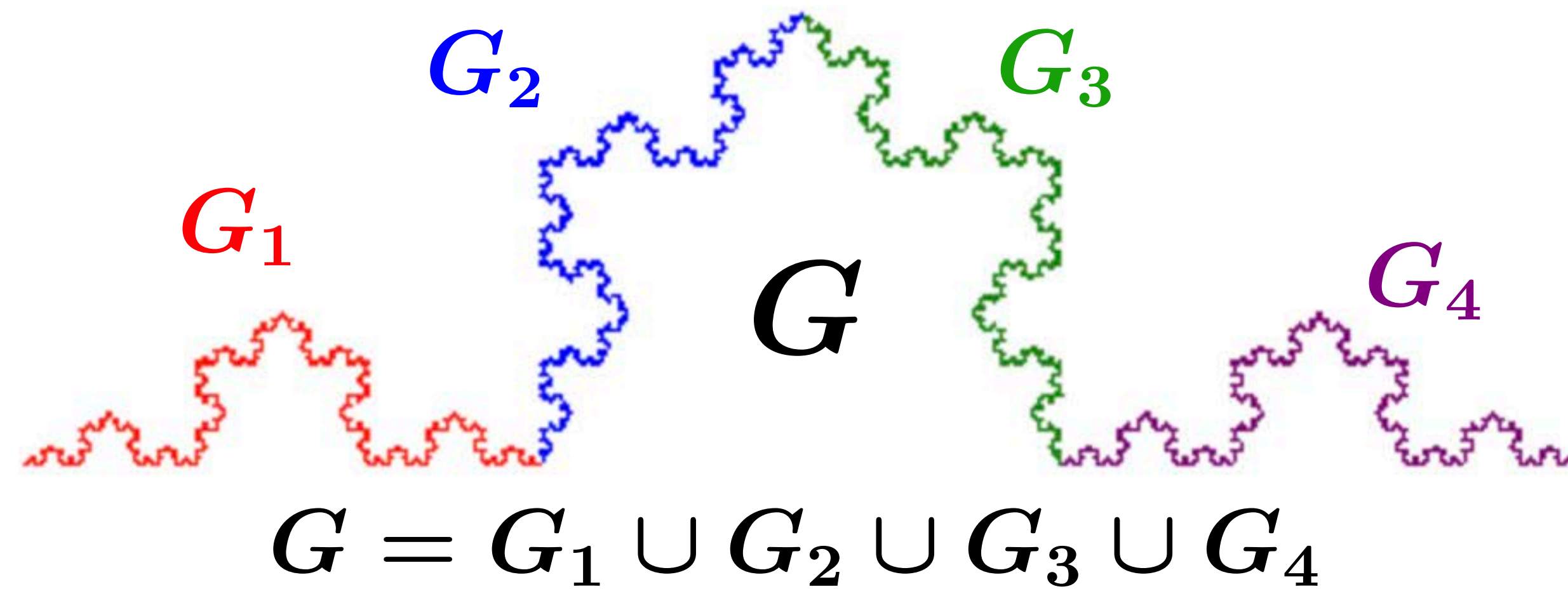
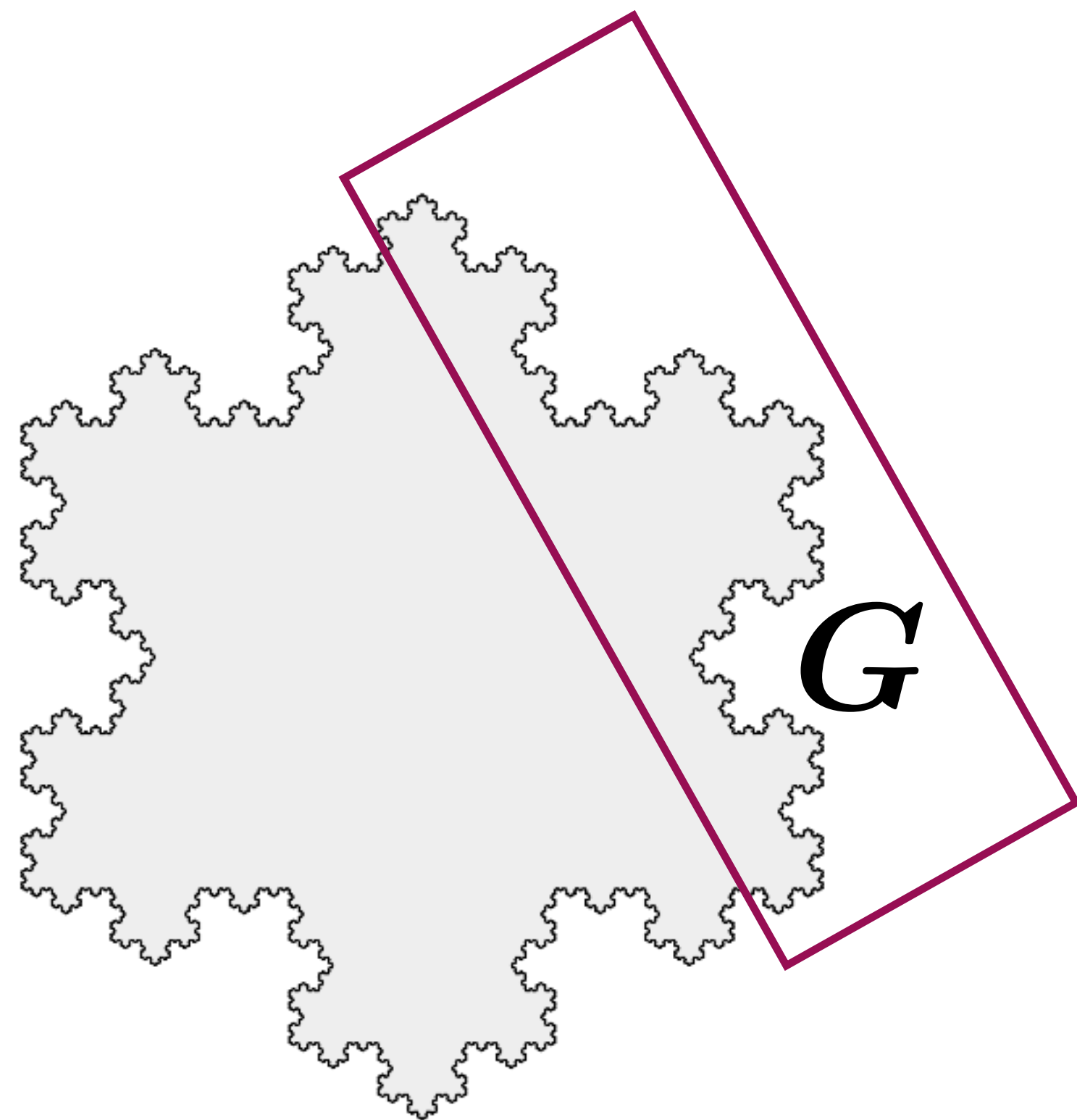
Dimensione del fiocco di Koch



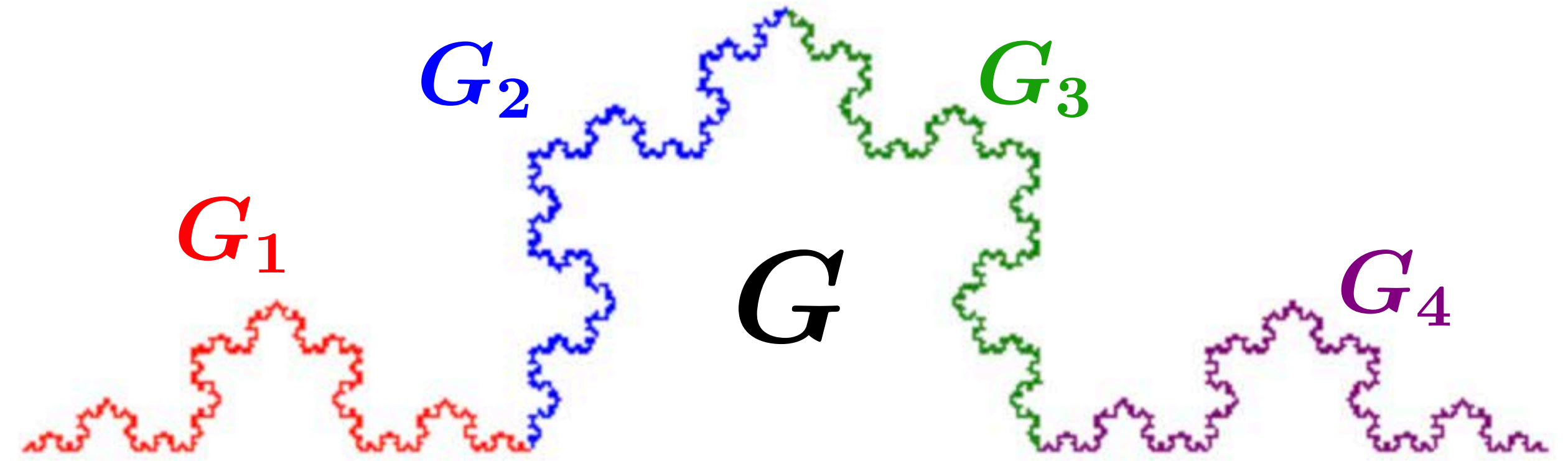
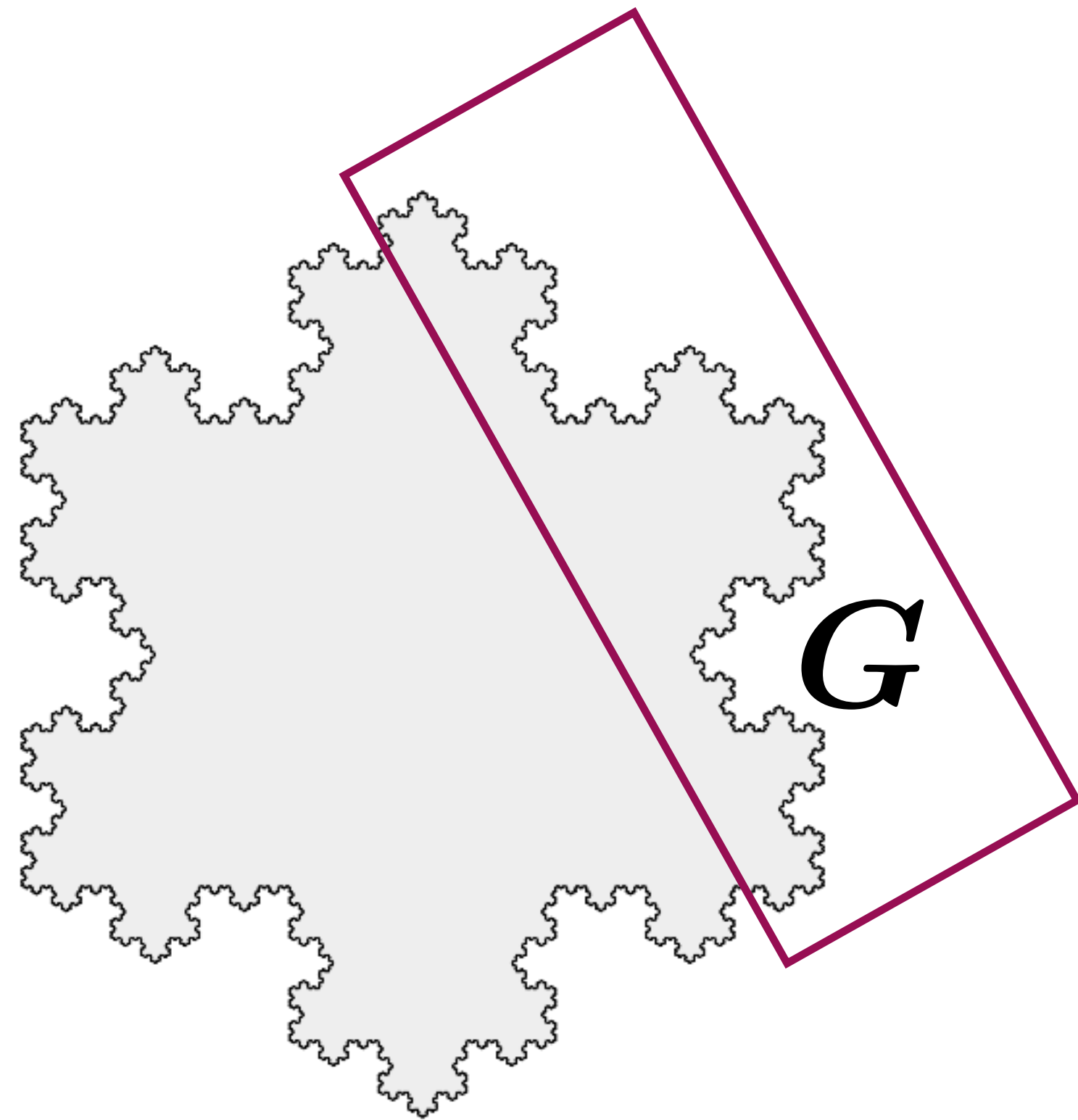
Dimensione del fiocco di Koch



Dimensione del fiocco di Koch



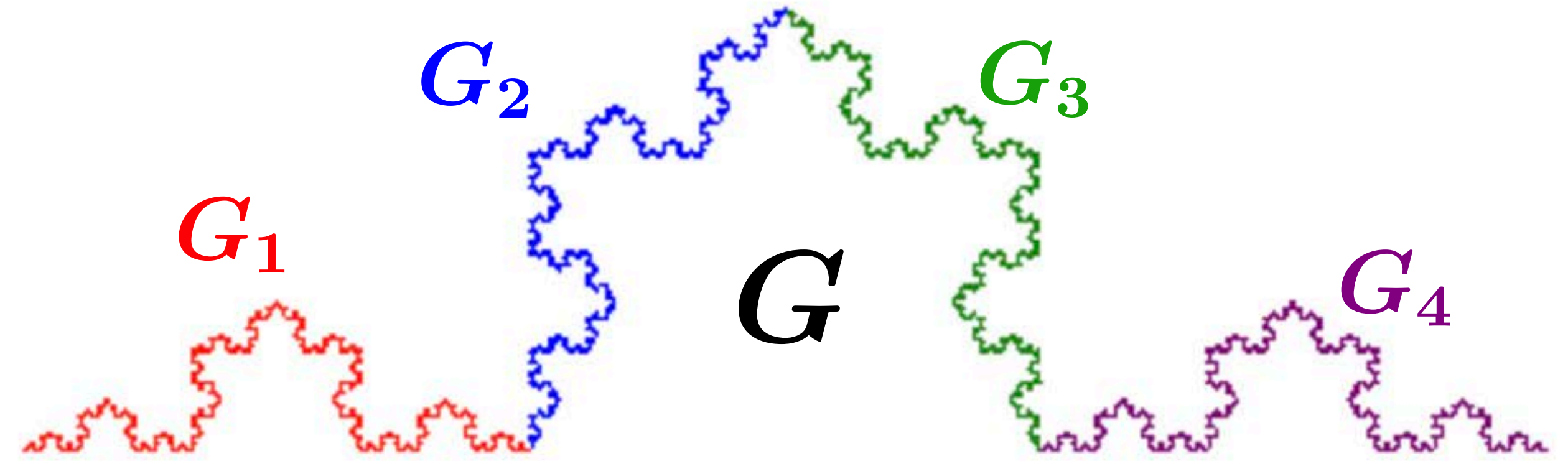
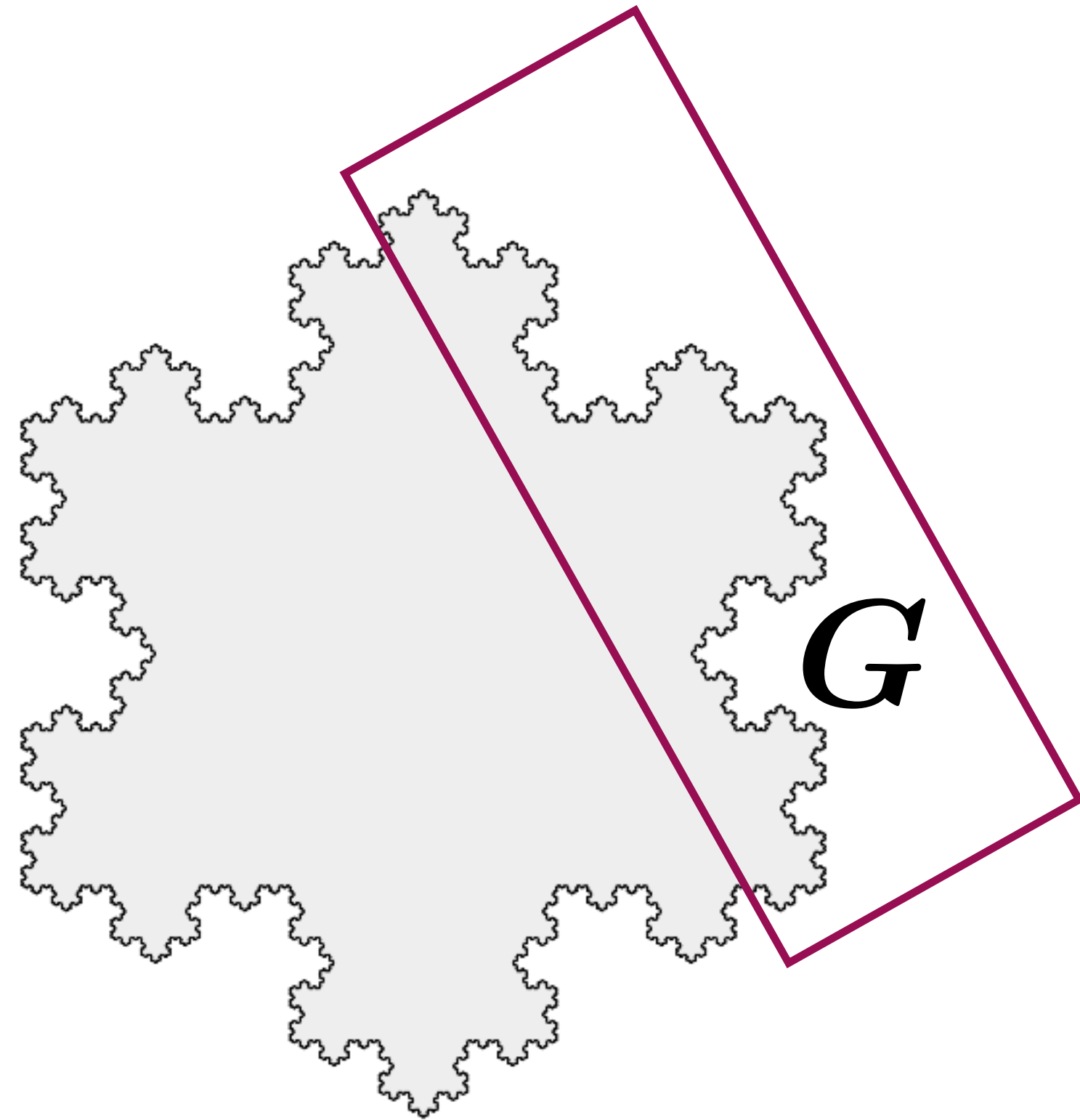
Dimensione del fiocco di Koch



$$G = G_1 \cup G_2 \cup G_3 \cup G_4$$

$$G_1 = \frac{G}{3} \quad G_2, G_3, G_4 \text{ isometrici a } G_1$$

Dimensione del fiocco di Koch

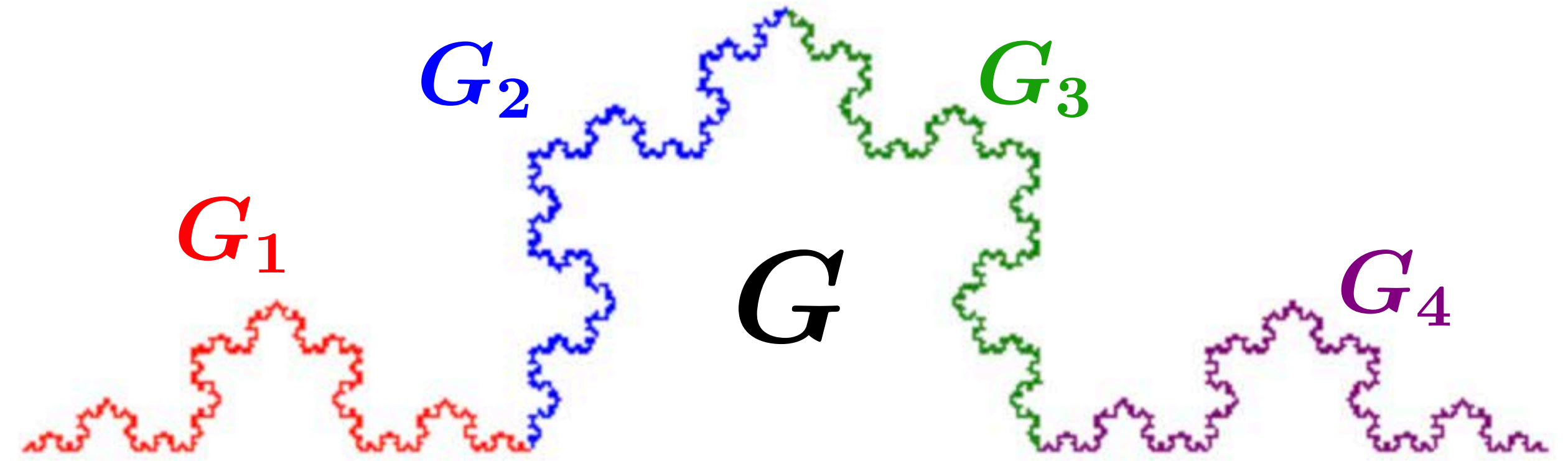
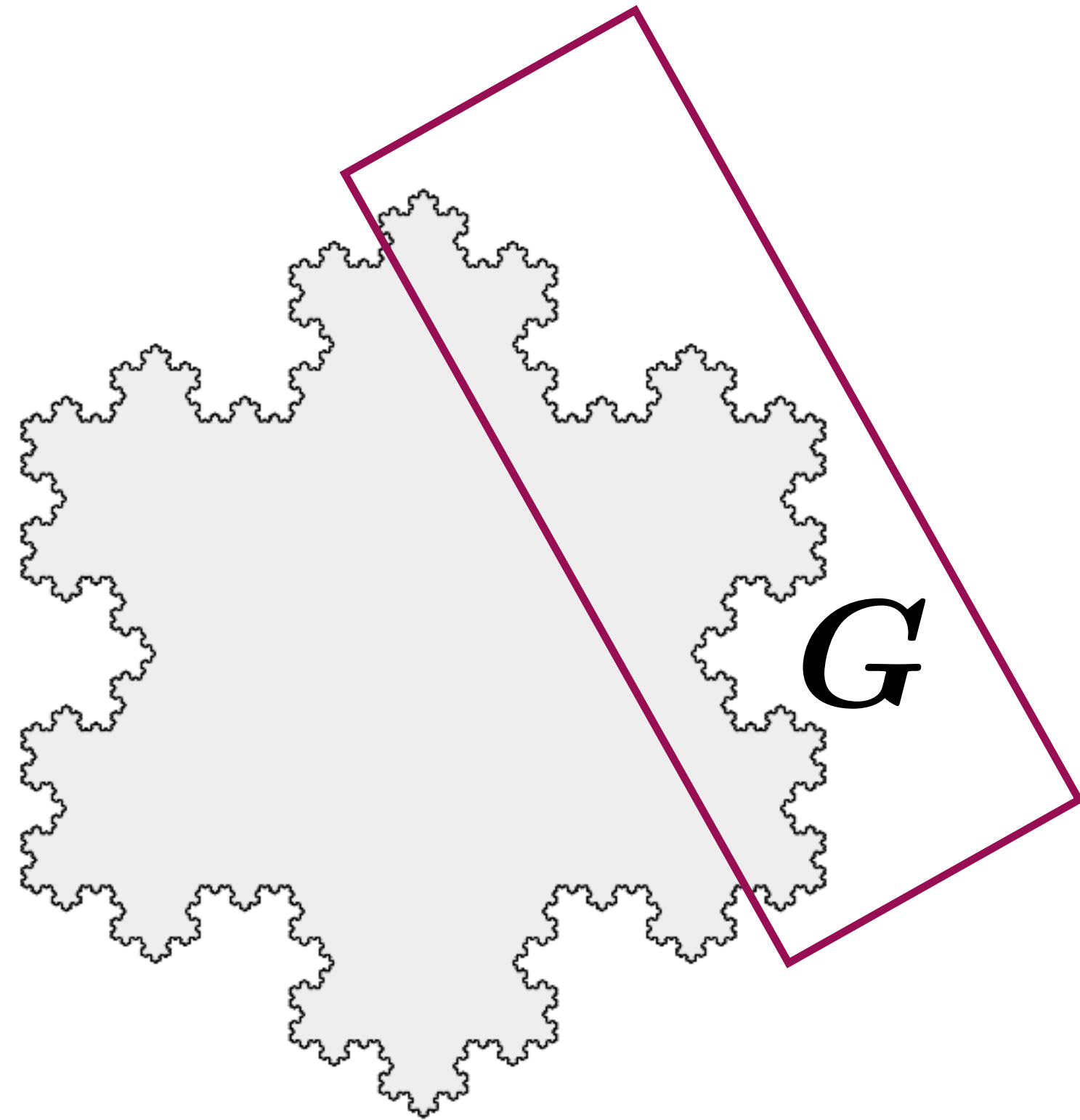


$$G = G_1 \cup G_2 \cup G_3 \cup G_4$$

$$G_1 = \frac{G}{3} \quad G_2, G_3, G_4 \text{ isometrici a } G_1$$

Supponiamo $\dim G = d \geq 0$ e $\lambda_d(G) > 0$, λ_d con proprietà delle misure.

Dimensione del fiocco di Koch



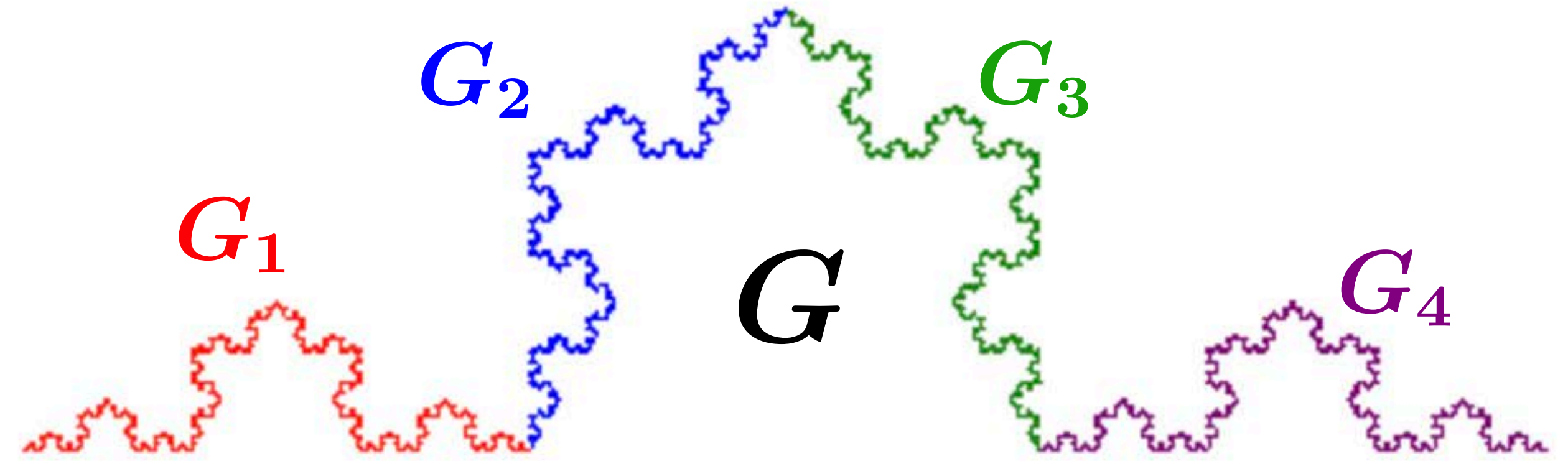
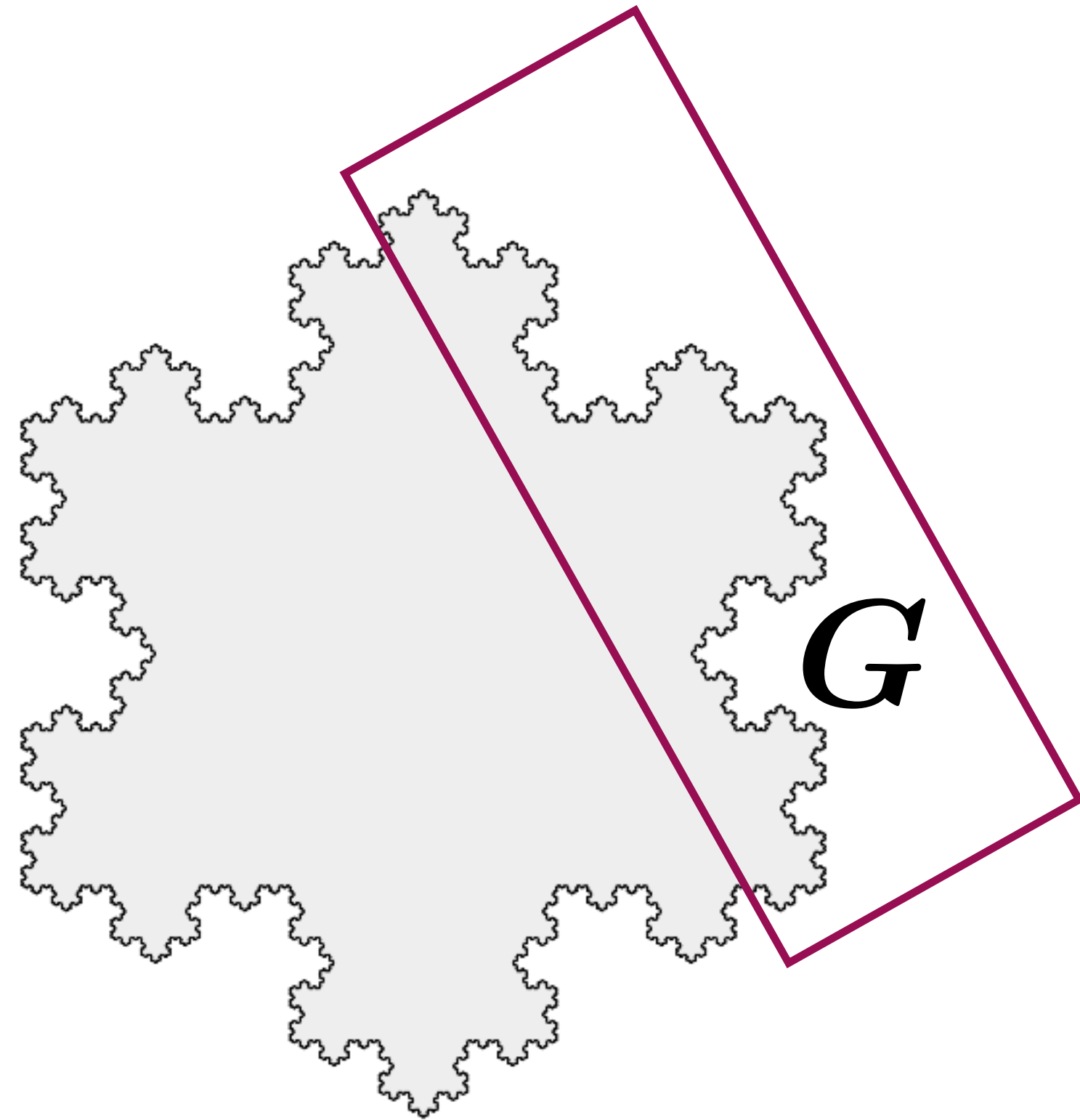
$$G = G_1 \cup G_2 \cup G_3 \cup G_4$$

$$G_1 = \frac{G}{3} \quad G_2, G_3, G_4 \text{ isometrici a } G_1$$

Supponiamo $\dim G = d \geq 0$ e $\lambda_d(G) > 0$, λ_d con proprietà delle misure.

$$\lambda_d(G) = \lambda_d(G_1) + \lambda_d(G_2) + \lambda_d(G_3) + \lambda_d(G_4)$$

Dimensione del fiocco di Koch



$$G = G_1 \cup G_2 \cup G_3 \cup G_4$$

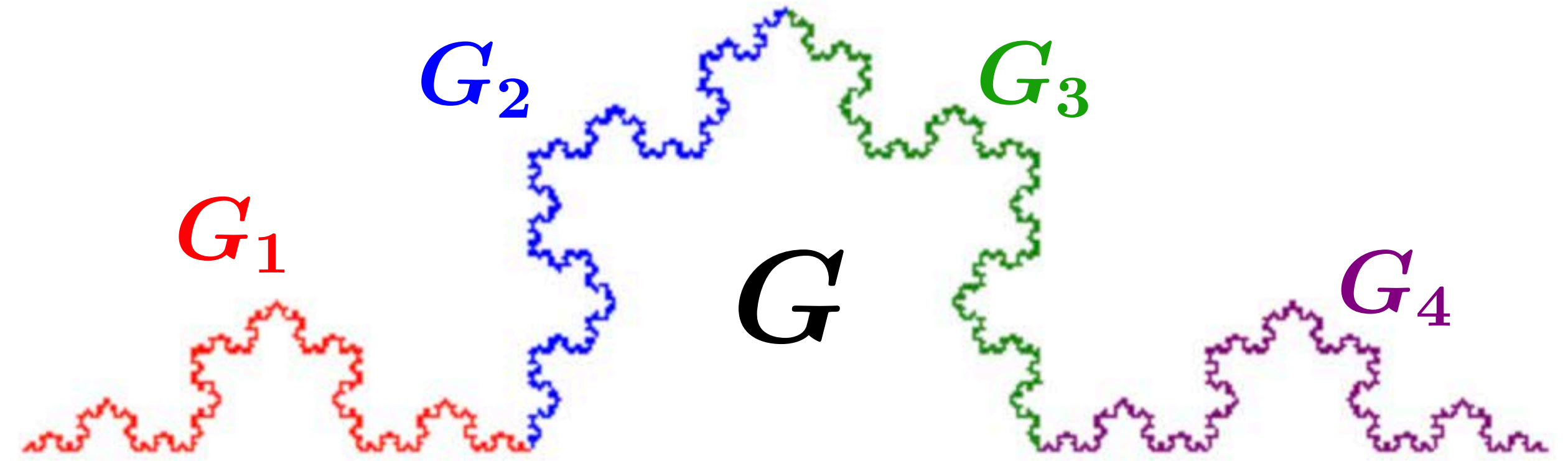
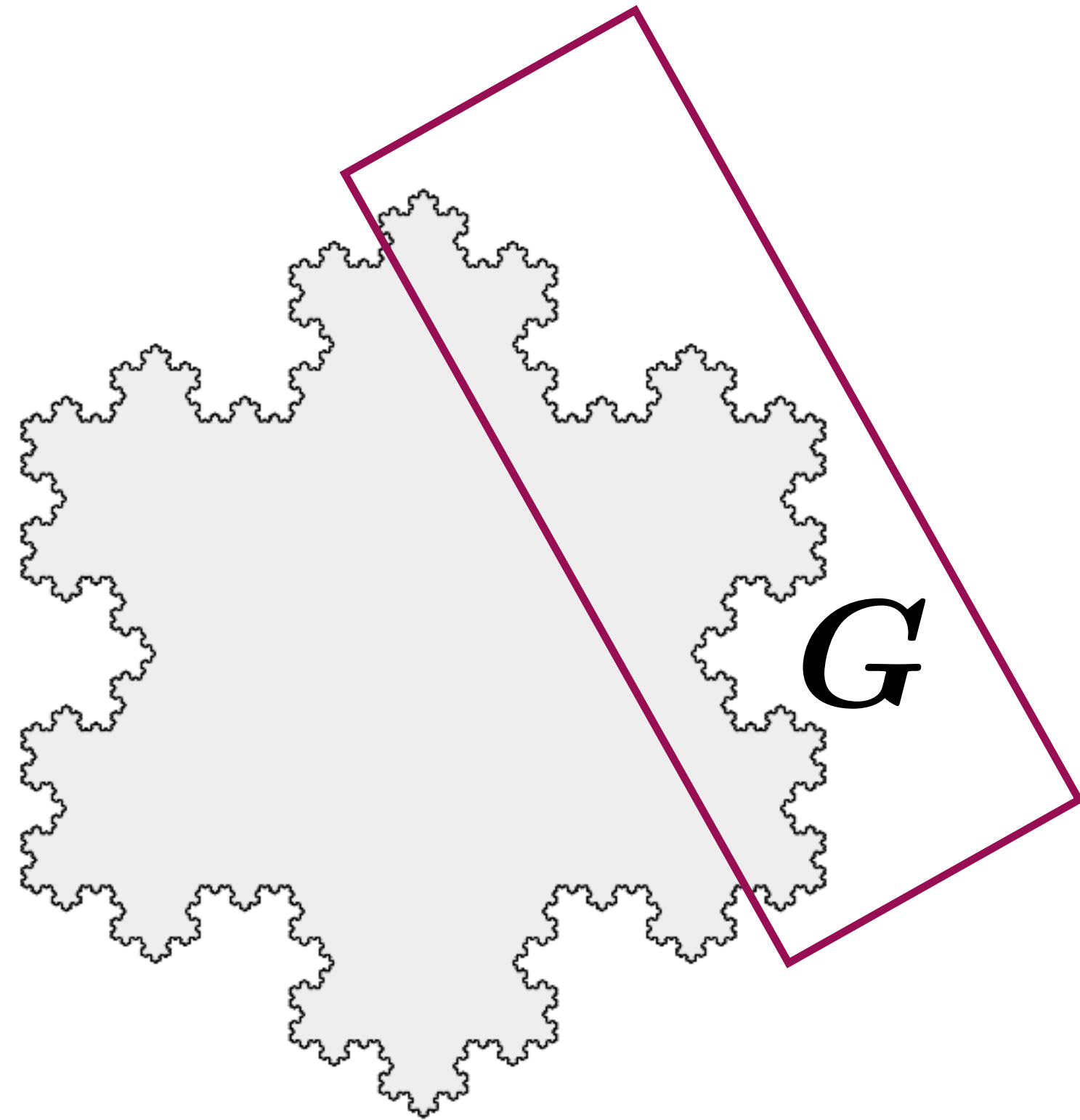
$$G_1 = \frac{G}{3} \quad G_2, G_3, G_4 \text{ isometrici a } G_1$$

Supponiamo $\dim G = d \geq 0$ e $\lambda_d(G) > 0$, λ_d con proprietà delle misure.

$$\lambda_d(G) = \lambda_d(G_1) + \lambda_d(G_2) + \lambda_d(G_3) + \lambda_d(G_4)$$

$$\lambda_d(G_4) = \lambda_d(G_3) = \lambda_d(G_2) = \lambda_d(G_1)$$

Dimensione del fiocco di Koch



$$G = G_1 \cup G_2 \cup G_3 \cup G_4$$

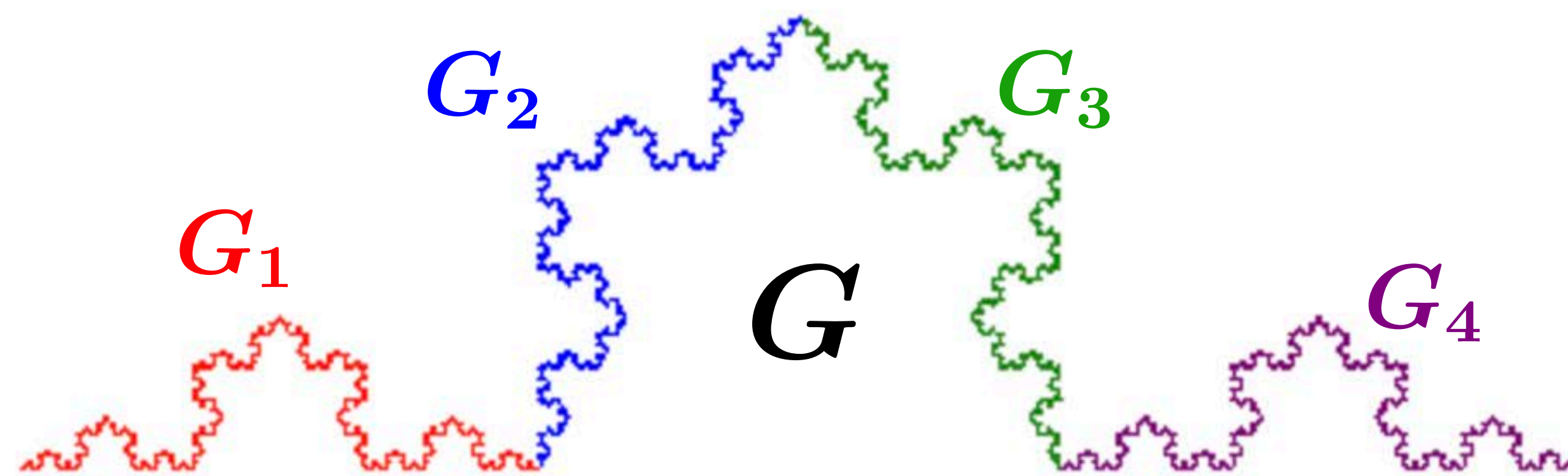
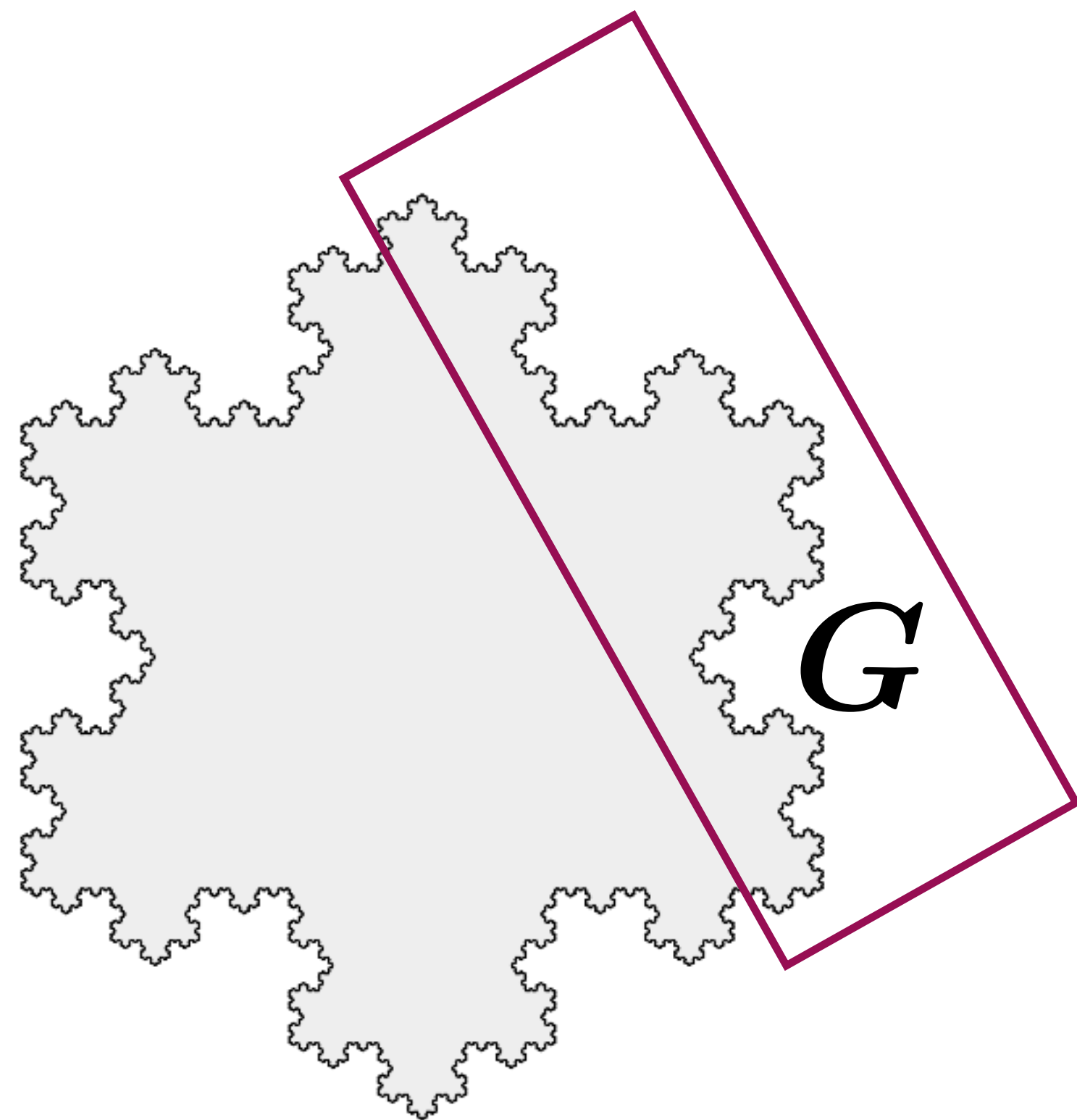
$$G_1 = \frac{G}{3} \quad G_2, G_3, G_4 \text{ isometrici a } G_1$$

Supponiamo $\dim G = d \geq 0$ e $\lambda_d(G) > 0$, λ_d con proprietà delle misure.

$$\lambda_d(G) = \lambda_d(G_1) + \lambda_d(G_2) + \lambda_d(G_3) + \lambda_d(G_4)$$

$$\lambda_d(G_4) = \lambda_d(G_3) = \lambda_d(G_2) = \lambda_d(G_1) = \lambda_d\left(\frac{1}{3}G\right)$$

Dimensione del fiocco di Koch



$$G = G_1 \cup G_2 \cup G_3 \cup G_4$$

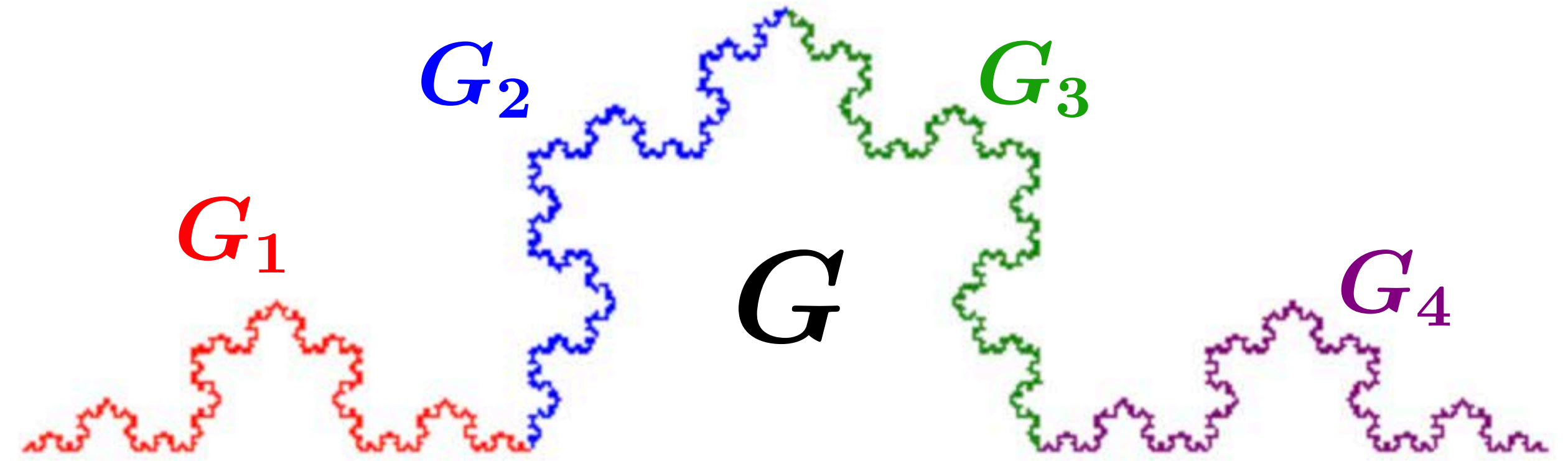
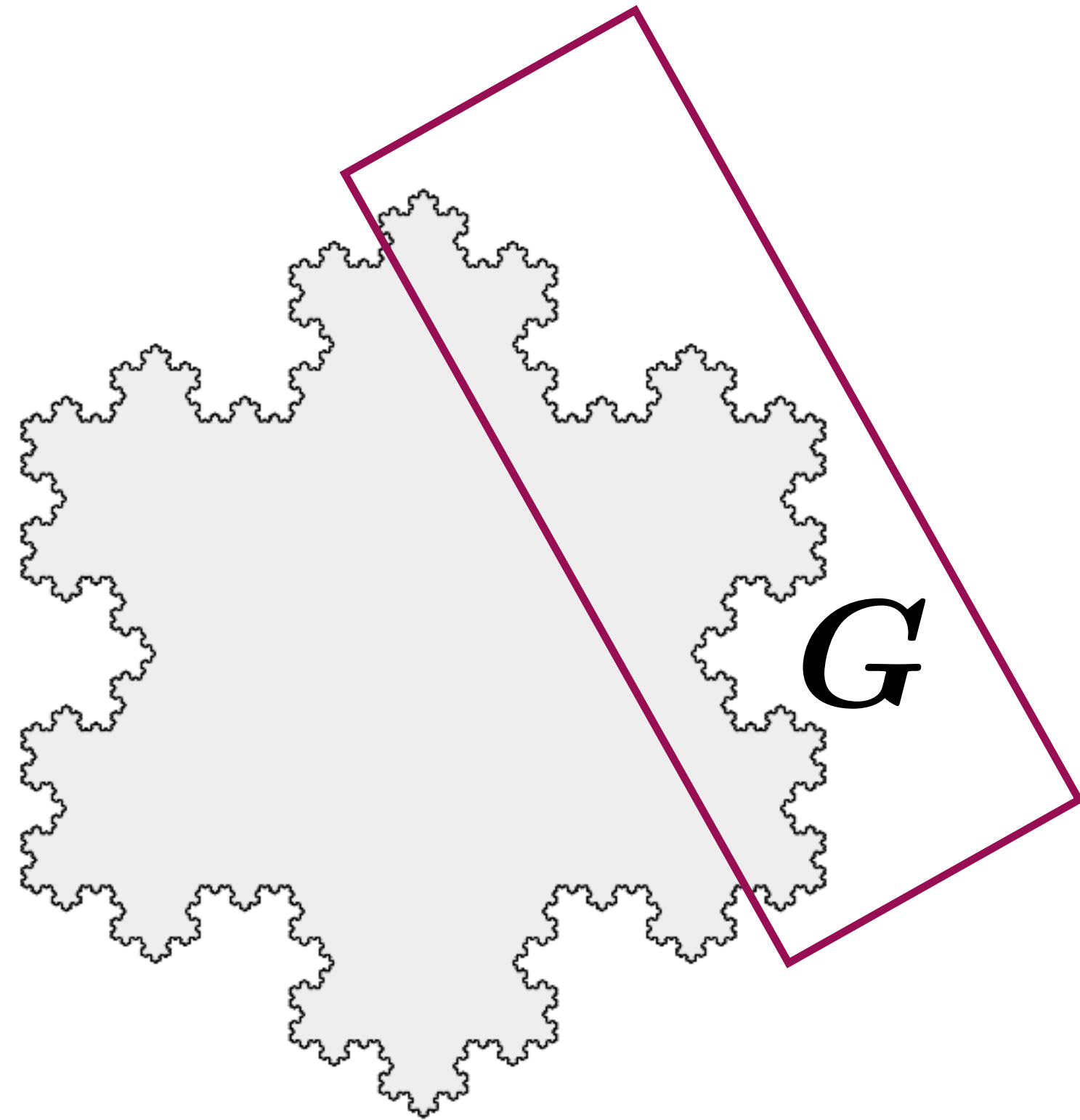
$$G_1 = \frac{G}{3} \quad G_2, G_3, G_4 \text{ isometrici a } G_1$$

Supponiamo $\dim G = d \geq 0$ e $\lambda_d(G) > 0$, λ_d con proprietà delle misure.

$$\lambda_d(G) = \lambda_d(G_1) + \lambda_d(G_2) + \lambda_d(G_3) + \lambda_d(G_4)$$

$$\lambda_d(G_4) = \lambda_d(G_3) = \lambda_d(G_2) = \lambda_d(G_1) = \lambda_d\left(\frac{1}{3}G\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^d \lambda_d(G)$$

Dimensione del fiocco di Koch



$$G = G_1 \cup G_2 \cup G_3 \cup G_4$$

$$G_1 = \frac{G}{3} \quad G_2, G_3, G_4 \text{ isometrici a } G_1$$

Supponiamo $\dim G = d \geq 0$ e $\lambda_d(G) > 0$, λ_d con proprietà delle misure.

$$\lambda_d(G) = \lambda_d(G_1) + \lambda_d(G_2) + \lambda_d(G_3) + \lambda_d(G_4) = 4 \left(\frac{1}{3}\right)^d \lambda_d(G)$$

$$\lambda_d(G_4) = \lambda_d(G_3) = \lambda_d(G_2) = \lambda_d(G_1) = \lambda_d\left(\frac{1}{3}G\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^d \lambda_d(G)$$

Supponiamo $\dim G = d \geq 0$ e $\lambda_d(G) > 0$, λ_d con proprietà delle misure.

Supponiamo $\dim G = d \geq 0$ e $\lambda_d(G) > 0$, λ_d con proprietà delle misure.

$$\lambda_d(G) = 4 \left(\frac{1}{3}\right)^d \lambda_d(G)$$

Supponiamo $\dim G = d \geq 0$ e $\lambda_d(G) > 0$, λ_d con proprietà delle misure.

$$\lambda_d(G) = 4 \left(\frac{1}{3}\right)^d \lambda_d(G)$$

$$\frac{4}{3^d} = 1$$

Supponiamo $\dim G = d \geq 0$ e $\lambda_d(G) > 0$, λ_d con proprietà delle misure.

$$\lambda_d(G) = 4 \left(\frac{1}{3}\right)^d \lambda_d(G)$$

$$\frac{4}{3^d} = 1 \quad 3^d = 4$$

Supponiamo $\dim G = d \geq 0$ e $\lambda_d(G) > 0$, λ_d con proprietà delle misure.

$$\lambda_d(G) = 4 \left(\frac{1}{3}\right)^d \lambda_d(G)$$

$$\frac{4}{3^d} = 1$$

$$3^d = 4$$

$$d = \frac{\log 4}{\log 3} \in]1, 2[$$

Supponiamo $\dim G = d \geq 0$ e $\lambda_d(G) > 0$, λ_d con proprietà delle misure.

$$\lambda_d(G) = 4 \left(\frac{1}{3}\right)^d \lambda_d(G)$$

$$\frac{4}{3^d} = 1$$

$$3^d = 4$$

$$d = \frac{\log 4}{\log 3} \in]1, 2[$$

La curva di Koch ha dimensione $d = \frac{\log 4}{\log 3} \in]1, 2[$

Supponiamo $\dim G = d \geq 0$ e $\lambda_d(G) > 0$, λ_d con proprietà delle misure.

$$\lambda_d(G) = 4 \left(\frac{1}{3}\right)^d \lambda_d(G)$$

$$\frac{4}{3^d} = 1$$

$$3^d = 4$$

$$d = \frac{\log 4}{\log 3} \in]1, 2[$$

La curva di Koch ha dimensione $d = \frac{\log 4}{\log 3} \in]1, 2[$

frattali:= insiemi di dimensione non intera.



Il MOOC di Matematica di Base

Carlo Mariconda - Alberto Tonolo
Luigi Provenzano



Matematica di base - CISIA



Matematica di base - CISIA



Matematica di base - come trovarlo

Google



Matematica di base - come trovarlo



CISIA



Matematica di base - come trovarlo



CISIA



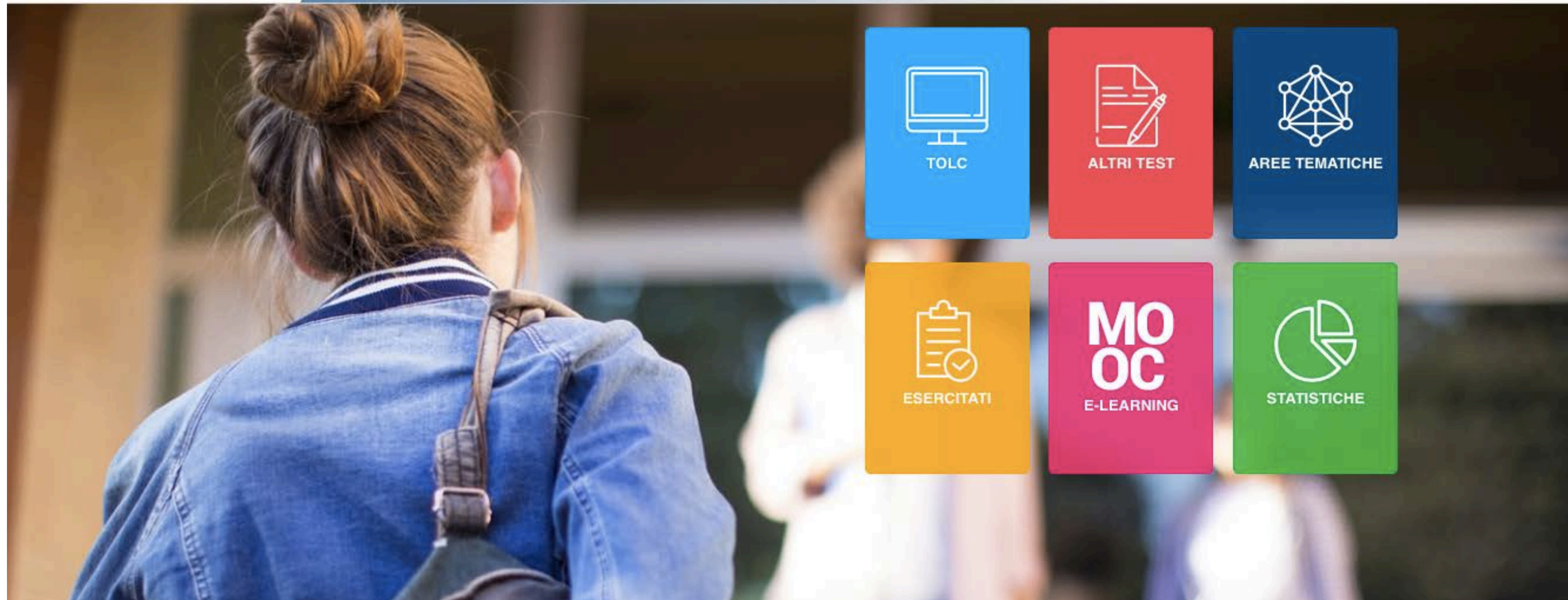
Cerca nel sito



Accessibilità

CISIA

ACCESSO SEDI



www.federica.eu/cisia/



Federica.EU
Università di Napoli Federico II

MOOC

CHI SIAMO

BLOG

| Accedi

Registrati

EN

IT



CISIA

CONSORZIO INTERUNIVERSITARIO SISTEMI INTEGRATI PER L'ACCESSO

CISIA supporta le Università nella realizzazione delle prove di accesso e verifica delle conoscenze in ingresso ai corsi di studio universitari



Matematica di Base - Ingegneria e Scienze

Carlo Mariconda, Luigi
Provenzano & Alberto Tonolo



Matematica di Base - Agraria

Carlo Mariconda, Luigi
Provenzano & Alberto Tonolo



Matematica di Base - Economia

Carlo Mariconda, Luigi
Provenzano & Alberto Tonolo



Matematica di Base - Farmacia

Carlo Mariconda, Luigi
Provenzano & Alberto Tonolo



Matematica di base

Federica.EU

parola chiave ... 🔍 Tutti i corsi ▾

🔔 Carlo Mariconda ▾ ITA ENG

🏠 @ 📖

CISIA
Consorzio Interuniversitario
Sistemi Integrati per l'Acquisto

Matematica di Base - Ingegneria e Scienze C. Mariconda & A. Tonolo

Lezione 1. Nozioni di base Slide 1/71

1.1.1 Proposizioni e loro negazioni

Negare una proposizione

- Atene non è la capitale della Grecia.
- Joahann Carl Friedrich Gauss non è nato il 30 aprile 1777.
- 21 non è un numero pari.
- Tutti i numeri primi sono dispari.
- Esiste un numero primo pari.

09:47

ISCRIVITI

Matematica di base

The screenshot displays the Federica.EU mobile application interface. At the top, the logo 'Federica.EU' is circled in red. To its right is a search bar with the placeholder text 'parola chiave ...' and a magnifying glass icon, followed by a dropdown menu labeled 'Tutti i corsi'. Further right, there is a notification bell icon, the name 'Carlo Mariconda', and language selection options 'ITA' and 'ENG'. Below the header, there are three navigation icons: a triangle, an '@' symbol, and a book icon. On the right side, the 'CISIA' logo is also circled in red. The main content area features a green header for the course 'Matematica di Base - Ingegneria e Scienze' by 'C. Mariconda & A. Tonolo', with 'Lezione 1. Nozioni di base' and 'Slide 1/71' below it. The current slide title is '1.1.1 Proposizioni e loro negazioni'. The video player shows a lecturer and a slide titled 'Negare una proposizione' with the following list of propositions:

- Atene non è la capitale della Grecia.
- Joahann Carl Friedrich Gauss non è nato il 30 aprile 1777.
- 21 non è un numero pari.
- Tutti i numeri primi sono dispari.
- Esiste un numero primo pari.

The video player includes a play button, a progress bar at 09:47, and various control icons. On the right, a sidebar titled 'Risorse della lezione' contains links to 'Indice delle lezioni', 'Contenuti della lezione', 'Video Lectures', and 'CISIA'. At the bottom of the sidebar, there are 'ISCRIVITI' and share icons.

Matematica di base

The image shows a tablet interface for a course on 'Matematica di Base'. At the top, the 'Federica.EU' logo is circled in red. To its right is a search bar with the text 'parola chiave ...' and a magnifying glass icon, followed by a dropdown menu labeled 'Tutti i corsi'. Further right, there is a user profile for 'Carlo Mariconda' with a notification bell icon, and language options 'ITA' and 'ENG'. Below the header, there are navigation icons for home, search, and a document. The main content area is titled 'Matematica di Base - Ingegneria e Scienze C. Mariconda & A. Tonolo' and 'Lezione 1. Nozioni di base' (Slide 1/71). The current slide is '1.1.1 Proposizioni e loro negazioni'. A video player is embedded, showing a lecturer and a list of statements to be negated: 'Atene non è la capitale della Grecia.', 'Joahann Carl Friedrich Gauss non è nato il 30 aprile 1777.', '21 non è un numero pari.', 'Tutti i numeri primi sono dispari.', and 'Esiste un numero primo pari.'. The video player has a play button, a progress bar at 09:47, and a 'FEDERICA' logo. On the right, a sidebar titled 'Risorse della lezione' contains links to 'Indice delle lezioni', 'Contenuti della lezione', 'Video Lectures', and 'CISIA'. At the bottom of the sidebar are 'ISCRIVITI' and a share icon.

Matematica di base



Matematica di base



Matematica di base

11 Lezioni: **Syllabus TOLC CISIA**

1. Nozioni di base



Matematica di base

11 Lezioni: **Syllabus TOLC CISIA**

1. Nozioni di base
2. Le funzioni
3. Combinatoria e probabilità
4. Numeri reali e potenze
5. Polinomi
6. Equazioni
7. Disequazioni
8. Geometria
9. Esponenziali e logaritmi
10. Trigonometria
11. Equazioni e disequazioni trigonometriche

Gli autori

Alberto Tonolo



Gli autori

Carlo Mariconda



Alberto Tonolo



**Luigi
Provenzano**



In ogni Lezione...

- Breve Spiegazione in video dei

The screenshot displays the Federica.EU mobile application interface. At the top, the logo 'Federica.EU' is visible on the left, a search bar with the text 'parola chiave ...' and a magnifying glass icon in the center, and a dropdown menu labeled 'Tutti i corsi' on the right. Further right, there is a notification bell icon, the name 'Carlo Mariconda', and language selection buttons for 'ITA' and 'ENG'. Below the header, there are navigation icons: a triangle, an '@' symbol, and a document icon. The CISIA logo is located in the top right corner of the main content area.

The main content area is divided into two sections. The left section shows a video player with a slide titled '9.1.2 Il numero e. Proprietà degli esponenziali'. The slide content includes the text 'Il numero $e = 2.71828182846...$ ' and a video of a man speaking. The video player has a play button, a progress bar at '00:00', and control icons for volume, settings, and full screen. A 'FEDERICA' logo is in the bottom right corner of the video player.

The right section is a 'Contenuti della lezione' (Lesson Contents) sidebar. It features a list of 13 items, each with a video icon, a star icon, and a title. The items are:

1. 9.1.1 Dalle potenze agli esponenziali
13. 9.1.2 Il numero e. Proprietà degli esponenziali
23. 9.1.3 Pratica sugli esponenziali
24. Soluzioni di 9.1.3
25. Quiz 9.1 Esponenziale
26. 9.2.1 Logaritmi: definizione
31. 9.2.2 Proprietà dei logaritmi
46. 9.2.3 Cambio di base nei logaritmi ed esponenziali
53. 9.2.4 Pratica sui logaritmi
54. Soluzioni di 9.2.4
55. Quiz 9.2 Logaritmi
56. 9.3.1 Equazioni con esponenziali
67. 9.3.2 Pratica su equazioni esponenziali
68. Soluzioni di 9.3.2
69. Quiz 9.3 Equazioni con esponenziali
70. 9.4.1 Equazioni con logaritmi
78. 9.4.2 Pratica sulle equazioni logaritmiche

At the bottom of the sidebar, there are three icons: a list icon, a 'ISCRIVITI' (Subscribe) button, and a share icon.

9.1.2 Il numero e . Proprietà degli esponenziali

Il numero $e = 2.71828182846\dots$



9.1.2 Il numero e . Proprietà degli esponenziali

Il numero $e = 2.71828182846\dots$



In ogni Lezione...

- **Testo con spiegazioni ed esempi**

The screenshot displays the Federica.EU mobile application interface. At the top, the logo 'Federica.EU' is visible on the left, and a search bar with 'parola chiave ...' and a magnifying glass icon is in the center. To the right, there is a user profile 'Carlo Mariconda' and language options 'ITA' and 'ENG'. Below the header, the course information 'Matematica di Base - Ingegneria e Scienze C. Mariconda, L. Provenzano, A. Tonolo' is shown. The main content area displays 'Lezione 9. Esponenziali e logaritmi' and 'Slide 15/97'. The slide title is 'Il numero di Nepero (o di Eulero) e (2/2)'. The text explains Euler's model and provides mathematical derivations for capital growth with semi-annual and daily compounding. A table of contents on the right lists various topics under 'Contenuti della lezione', including sections on exponents and logarithms. At the bottom, there are navigation arrows and a blue bar with 'ISCRIVITI' and a share icon.

Matematica di Base - Ingegneria e Scienze C. Mariconda, L. Provenzano, A. Tonolo

Lezione 9. Esponenziali e logaritmi Slide 15/97

Il numero di Nepero (o di Eulero) e (2/2)

Eulero descrisse un modello finanziario che assegna ad e uno specifico significato economico.

Indichiamo con C un certo capitale iniziale e supponiamo che esso cresca con un Interesse annuo del 100%. Dopo un anno il capitale sarebbe uguale a $(1 + 1)C = 2C$.

Se invece avessimo un interesse semestrale del $\left(\frac{100}{2}\right)\%$, allora dopo sei mesi, cioè $\frac{1}{2}$ di anno, il capitale C diventerebbe $C\left(1 + \frac{1}{2}\right)$, e dopo un anno

$$\left(C\left(1 + \frac{1}{2}\right)\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4}C = 2,25 \cdot C.$$

Utilizzando invece un interesse giornaliero del $\left(\frac{100}{365}\right)\%$, dopo un anno il capitale diverrebbe pari a $C\left(1 + \frac{1}{365}\right)^{365} \approx 2,715 \cdot C$.

Se gli interessi venissero computati in n intervalli di tempo sempre più brevi, il capitale a un anno sarà $C\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \approx C \cdot e$ e tale approssimazione sarà tanto migliore quanto più grande sarà n : all'aumentare della suddivisione dell'anno il capitale si avvicinerà crescendo a $C \cdot e$.

Contenuti della lezione

1. ★ 9.1.1 Dalle potenze agli esponenziali
13. ★ 9.1.2 Il numero e . Proprietà degli esponenziali
23. ★ 9.1.3 Pratica sugli esponenziali
24. Soluzioni di 9.1.3
25. ★ Quiz 9.1 Esponenziale
26. ★ 9.2.1 Logaritmi: definizione
31. ★ 9.2.2 Proprietà dei logaritmi
46. ★ 9.2.3 Cambio di base nei logaritmi ed esponenziali
53. ★ 9.2.4 Pratica sui logaritmi
54. Soluzioni di 9.2.4
55. ★ Quiz 9.2 Logaritmi
56. ★ 9.3.1 Equazioni con esponenziali
67. ★ 9.3.2 Pratica su equazioni esponenziali
68. Soluzioni di 9.3.2
69. ★ Quiz 9.3 Equazioni con esponenziali
70. ★ 9.4.1 Equazioni con logaritmi

ISCRIVITI

Il numero di Nepero (o di Eulero) e (2/2)

Eulero descrisse un modello finanziario che assegna ad e uno specifico significato economico.

Indichiamo con C un certo capitale iniziale e supponiamo che esso cresca con un interesse annuo del 100%. Dopo un anno il capitale sarebbe uguale a $(1 + 1)C = 2C$.

Se invece avessimo un interesse semestrale del $\left(\frac{100}{2}\right)\%$, allora dopo sei mesi, cioè $\frac{1}{2}$ di anno,

il capitale C diventerebbe $C\left(1 + \frac{1}{2}\right)$, e dopo un anno

$$\left(C\left(1 + \frac{1}{2}\right)\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4}C = 2,25 \cdot C.$$

Utilizzando invece un interesse giornaliero del $\left(\frac{100}{365}\right)\%$, dopo un anno il capitale diverrebbe

$$\text{pari a } C\left(1 + \frac{1}{365}\right)^{365} \approx 2,715 \cdot C.$$

Se gli interessi venissero computati in n intervalli di tempo sempre più brevi, il capitale a un anno

sarà $C\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \approx C \cdot e$ e tale approssimazione sarà tanto migliore quanto più grande sarà n :

all'aumentare della suddivisione dell'anno il capitale si avvicinerà crescendo a $C \cdot e$.

In ogni Lezione...

• **Esercizi proposti**

The screenshot shows the Federica.EU mobile application interface. At the top, there is a search bar with the text "parola chiave ..." and a magnifying glass icon, and a dropdown menu labeled "Tutti i corsi". The user's name "Carlo Mariconda" and language options "ITA" and "ENG" are visible in the top right corner. The main content area is divided into two panels. The left panel displays a slide titled "Matematica di Base - Ingegneria e Scienze C. Mariconda, L. Provenzano, A. Tonolo" and "Lezione 11. Equazioni e disequazioni trigonometriche Slide 75/98". The slide content includes the section "11.3.2 Pratica su disequazioni con seno e coseno" and a paragraph: "Gli esercizi proposti qui saranno risolti nel video successivo. Sugeriamo di cercare di svolgerli da soli o in gruppo prima di guardare la soluzione." Below this, there are two exercises: "Esercizio 1. Risolvere" with the equation $\sin x (2 \cos x - 1) > 0.$ and "Esercizio 2. Risolvere" with the inequality $\sin x + \cos x \leq \frac{1}{\sin x}.$ The right panel is titled "Contenuti della lezione" and contains a list of lesson items with slide numbers and icons: 48. ★ Quiz 11.1 Equazioni trigonometriche; 49. 📺 ★ 11.2.1 Equazioni omogenee di secondo grado in seno e coseno; 54. ★ 11.2.2 Pratica sulle equazioni omogenee di secondo grado in seno e coseno; 55. 📺 Soluzioni di 11.2.2; 58. 📺 ★ 11.3.1 Disequazioni con seni e coseni; 75. ★ 11.3.2 Pratica su disequazioni con seno e coseno; 76. 📺 Soluzioni di 11.3.2; 77. ★ Quiz 11.3 Disequazioni con seni e coseni; 78. 📺 ★ 11.4.1 Disequazioni con tangente e cotangente; 95. ★ 11.4.2 Pratica su disequazioni con tangenti e cotangenti; 96. 📺 Soluzioni di 11.4.2; 97. ★ Quiz 11.4 Disequazioni con tangente e cotangente; 98. ★ Quiz Finale Lezione 11: Disequazioni trigonometriche. At the bottom of the right panel, there are icons for a menu, a speech bubble labeled "ISCRIVITI", and a share icon.

11.3.2 Pratica su disequazioni con seno e coseno

Gli esercizi proposti qui saranno risolti nel video successivo. Sugeriamo di cercare di svolgerli da soli o in gruppo prima di guardare la soluzione.

Esercizio 1.

Risolvere

$$\sin x (2 \cos x - 1) > 0.$$

Esercizio 2.

Risolvere

$$\sin x + \cos x \leq \frac{1}{\sin x}.$$



48. ★ Quiz

49. 📺 ★ 1
grado i

54. ★ 11.2
second

55. 📺 Solu

58. 📺 ★ 1

75. ★ 11.3
coseno

76. 📺 Solu

77. ★ Quiz

78. 📺 ★ 1
cotang

95. ★ 11.4
e cotan

96. 📺 Solu

97. ★ Quiz
cotang

98. ★ Quiz

In ogni Lezione...

• Soluzioni in video

Matematica di Base - Ingegneria e Scienze C. Mariconda, L. Provenzano, A. Tonolo

Lezione 11. Equazioni e disequazioni trigonometriche Slide 76/98

Soluzioni di 11.3.2

Es. 2. Risolvere $\sin x + \cos x \leq \frac{1}{\sin x}$.

$D = \{x: \sin x \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi: k \in \mathbb{Z}\}$

$$\sin x + \cos x - \frac{1}{\sin x} \leq 0$$
$$\frac{\sin^2 x + \sin x \cos x - 1}{\sin x} \leq 0$$
$$\frac{\sin x \cos x - \cos^2 x}{\cos x \sin x} \leq 0$$
$$\frac{\cos x (\sin x - \cos x)}{\sin x} \leq 0$$
$$\cot x \left(\frac{1}{\sin x} - \cos x \right) \leq 0$$

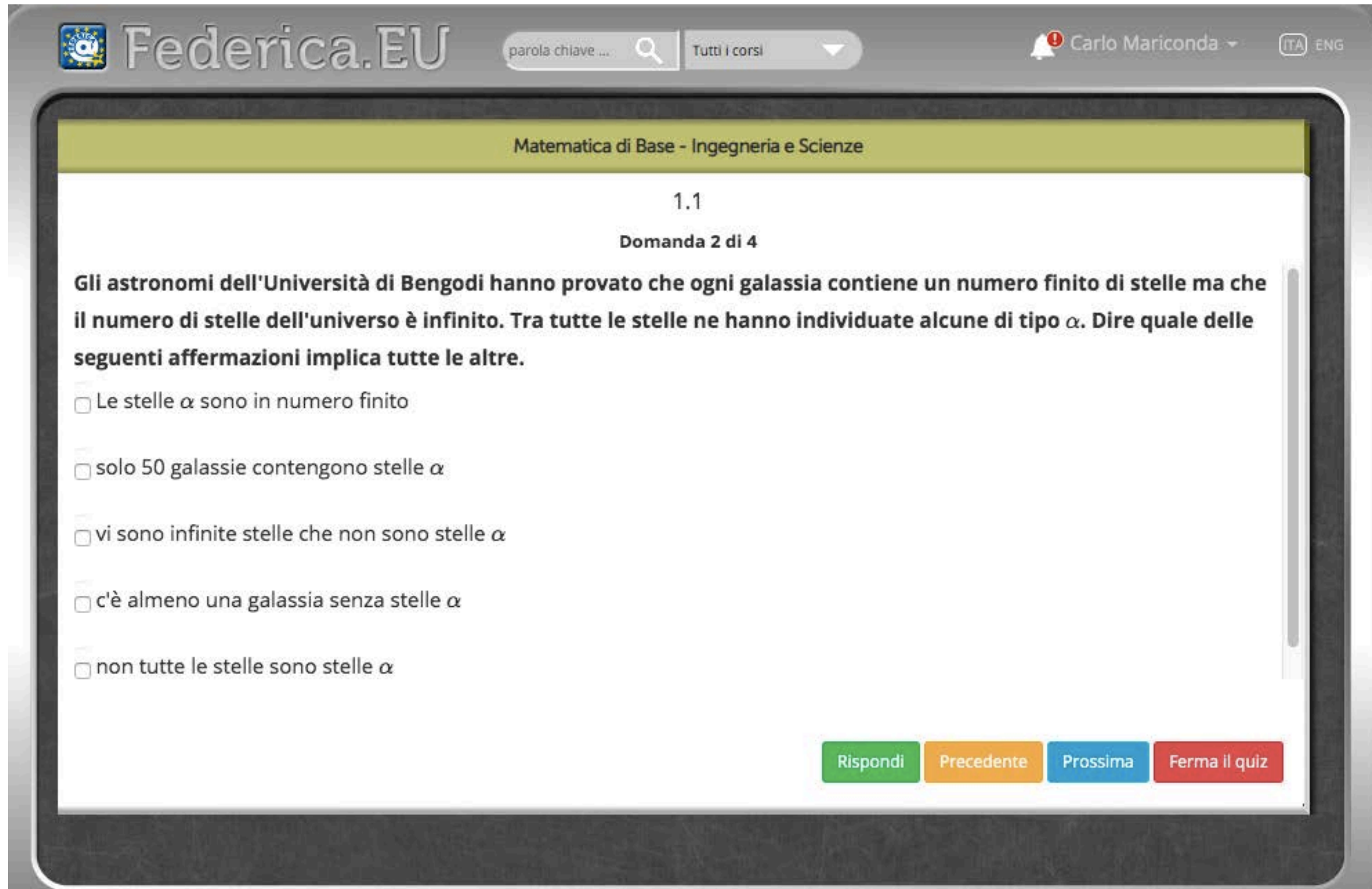
11:54

Contenuti della lezione

- 45. Soluzioni di 11.1.3 (1/2)
- 47. Soluzioni di 11.1.3 (2/2)
- 48. ★ Quiz 11.1 Equazioni trigonometriche
- 49. ★ 11.2.1 Equazioni omogenee di secondo grado in seno e coseno
- 54. ★ 11.2.2 Pratica sulle equazioni omogenee di secondo grado in seno e coseno
- 55. Soluzioni di 11.2.2
- 58. ★ 11.3.1 Disequazioni con seni e coseni
- 75. ★ 11.3.2 Pratica su disequazioni con seno e coseno
- 76. Soluzioni di 11.3.2
- 77. ★ Quiz 11.3 Disequazioni con seni e coseni
- 78. ★ 11.4.1 Disequazioni con tangente e cotangente
- 95. ★ 11.4.2 Pratica su disequazioni con tangenti e cotangenti
- 96. Soluzioni di 11.4.2
- 97. ★ Quiz 11.4 Disequazioni con tangente e cotangente

ISCRIVITI

In ogni Lezione...



The screenshot shows a web browser interface for Federica.EU. At the top left is the logo and name 'Federica.EU'. To its right is a search bar with the placeholder text 'parola chiave ...' and a magnifying glass icon. Further right is a dropdown menu labeled 'Tutti i corsi'. On the far right of the top navigation bar, there is a user profile icon with a notification bell, the name 'Carlo Mariconda', and language selection buttons for 'ITA' and 'ENG'. Below the navigation bar is a green header bar with the text 'Matematica di Base - Ingegneria e Scienze'. The main content area is white and contains the following text: '1.1' followed by 'Domanda 2 di 4'. The question text reads: 'Gli astronomi dell'Università di Bengodi hanno provato che ogni galassia contiene un numero finito di stelle ma che il numero di stelle dell'universo è infinito. Tra tutte le stelle ne hanno individuate alcune di tipo α . Dire quale delle seguenti affermazioni implica tutte le altre.' Below the question are five multiple-choice options, each with an unchecked checkbox: 'Le stelle α sono in numero finito', 'solo 50 galassie contengono stelle α ', 'vi sono infinite stelle che non sono stelle α ', 'c'è almeno una galassia senza stelle α ', and 'non tutte le stelle sono stelle α '. At the bottom right of the content area, there are four colored buttons: 'Rispondi' (green), 'Precedente' (orange), 'Prossima' (blue), and 'Ferma il quiz' (red).



Federica.EU

parola chiave ...



Tutti i corsi



Carlo Mariconda

ITA

ENG

Matematica di Base - Ingegneria e Scienze

1.1

Domanda 2 di 4

Gli astronomi dell'Università di Bengodi hanno provato che ogni galassia contiene un numero finito di stelle ma che il numero di stelle dell'universo è infinito. Tra tutte le stelle ne hanno individuate alcune di tipo α . Dire quale delle seguenti affermazioni implica tutte le altre.

- Le stelle α sono in numero finito
- solo 50 galassie contengono stelle α
- vi sono infinite stelle che non sono stelle α
- c'è almeno una galassia senza stelle α
- non tutte le stelle sono stelle α

Rispondi

Precedente

Prossima

Ferma il quiz

In ogni Lezione...

Quiz di autoverifica

The screenshot shows a web browser interface for Federica.EU. At the top left is the logo and name 'Federica.EU'. To its right is a search bar with the placeholder text 'parola chiave ...' and a magnifying glass icon. Further right is a dropdown menu labeled 'Tutti i corsi'. On the far right of the top navigation bar, there is a user profile icon with the name 'Carlo Mariconda' and a language selector showing 'ITA' and 'ENG'. Below the navigation bar is a green header bar with the text 'Matematica di Base - Ingegneria e Scienze'. The main content area is white and contains the following text: '1.1' followed by 'Domanda 2 di 4'. The question text reads: 'Gli astronomi dell'Università di Bengodi hanno provato che ogni galassia contiene un numero finito di stelle ma che il numero di stelle dell'universo è infinito. Tra tutte le stelle ne hanno individuate alcune di tipo α . Dire quale delle seguenti affermazioni implica tutte le altre.' Below the question are five multiple-choice options, each with an unchecked checkbox: 'Le stelle α sono in numero finito', 'solo 50 galassie contengono stelle α ', 'vi sono infinite stelle che non sono stelle α ', 'c'è almeno una galassia senza stelle α ', and 'non tutte le stelle sono stelle α '. At the bottom right of the content area, there are four colored buttons: 'Rispondi' (green), 'Precedente' (orange), 'Prossima' (blue), and 'Ferma il quiz' (red).

Federica.EU

parola chiave ...

Tutti i corsi

Carlo Mariconda

ITA ENG

Matematica di Base - Ingegneria e Scienze

1.1

Domanda 2 di 4

Gli astronomi dell'Università di Bengodi hanno provato che ogni galassia contiene un numero finito di stelle ma che il numero di stelle dell'universo è infinito. Tra tutte le stelle ne hanno individuate alcune di tipo α . Dire quale delle seguenti affermazioni implica tutte le altre.

- Le stelle α sono in numero finito
- solo 50 galassie contengono stelle α
- vi sono infinite stelle che non sono stelle α
- c'è almeno una galassia senza stelle α
- non tutte le stelle sono stelle α

Rispondi Precedente Prossima Ferma il quiz

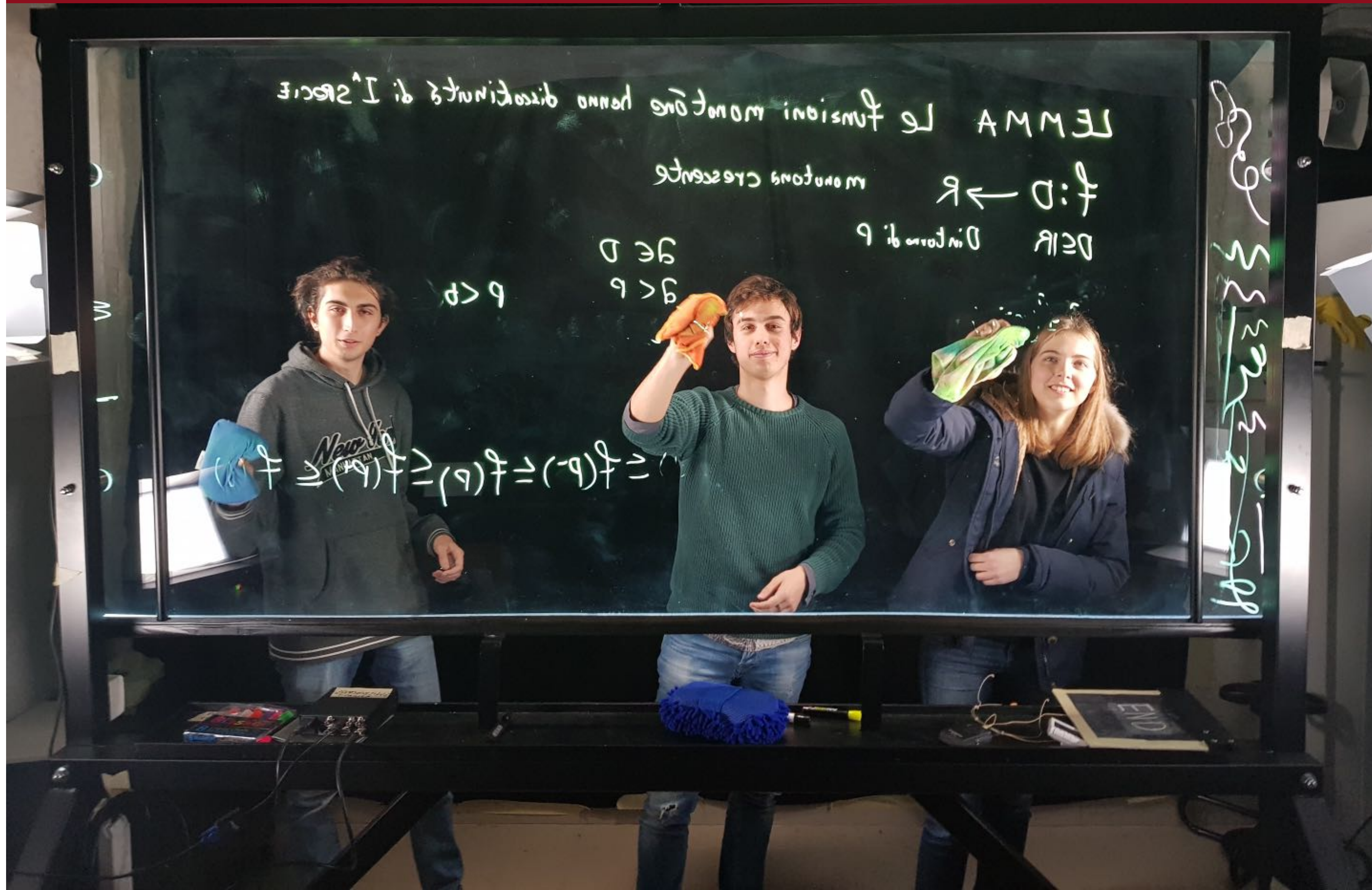


UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Nuovi strumenti: Lightboard "BoardOnAir"

BOARD ON AIR







UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Lightboard "BoardOnAir"





UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Lightboard "BoardOnAir"







UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Lightboard "BoardOnAir"





UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Lightboard "BoardOnAir"





UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Lightboard "BoardOnAir"





UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Lightboard "BoardOnAir"





UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Lightboard "BoardOnAir"





UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Lightboard "BoardOnAir"





UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Lightboard "BoardOnAir"





UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Lightboard "BoardOnAir"

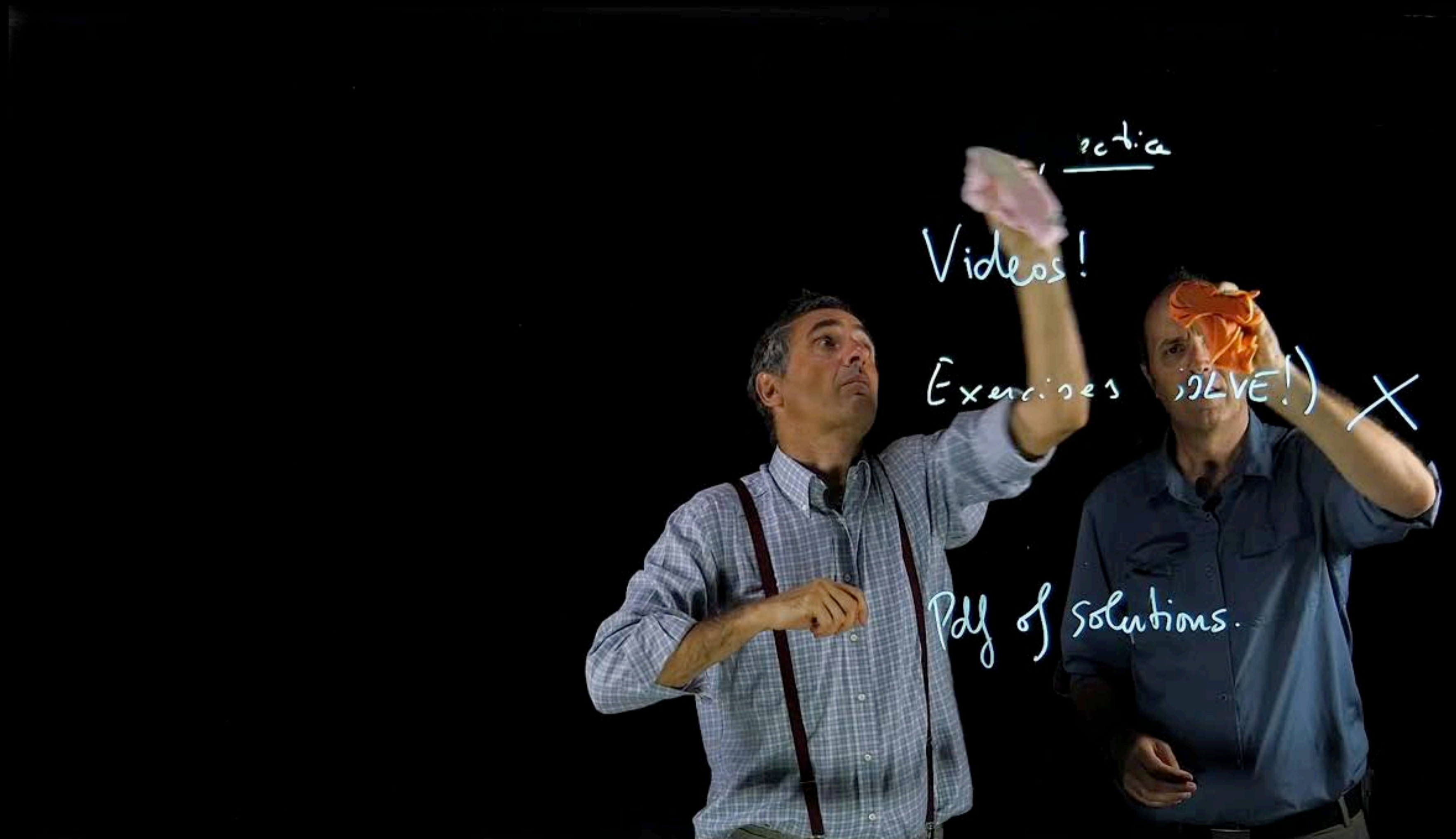




UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Lightboard "BoardOnAir"







notia

Videos!

Exercises

Solve!

X

Pdf of solutions.